

システム同定による小型無人航空機の飛行特性の取得

成岡 優

2016年8月17日 (Rev.B)

概要

本研究では、システム同定による小型無人航空機 (小型 UAV) の飛行特性の取得について述べる。本研究の対象として扱う小型 UAV は、電動の固定翼型航空機であり、その大きさ、重さは主翼幅で約 1-2m、重さで約 1-2kg 程度のものであり、近年急速に研究開発が進められ運用の容易さから注目されている。そして現在小型 UAV は、その活用領域を一層広げることが期待され、高度な自律性能、例えば群による集団制御や故障からの自動復帰、が求められている。この高度な自律を可能とするためには、基礎的な情報として飛行特性が数学的な表現で取得される必要がある。しかしながら小型 UAV は、従来の航空機にはない新しい形態の航空機であるが故に、飛行特性の取得のための手法が十分に確立されておらず、一般の航空機で培われてきた技術を適用するには十分な検討を必要とする。そこで本研究では、小型 UAV の飛行取得に対して従来の手法を再検討するとともに、実験的実証によって最も適した手法を確立することを目的とした。実験的実証にあたっては現存する 3 機種の小型 UAV を解析対象とし、これらの飛行試験を利用することで研究を進めた。

本研究では、線形の微小擾乱方程式によって定義され、有次元安定微係数に代表される飛行特性の取得を、システム同定によって行うことに着目した。これは小型 UAV の自律性を向上させるためにはリアルタイムで飛行特性の取得を行えるのが好ましく、システム同定の手法にはその要求を満たすものがあるからである。加えて、これまで航空機の飛行特性の取得について最も確立された手法という風洞試験であるが、システム同定は飛行試験を必要とするだけで、風洞試験に比べて簡易に実施できるという優位性があるからである。システム同定では、特に重要な構成要素として、飛行ログの取得、及びその解析手法の 2 つがある。そこで本研究では、この 2 つの項目を軸に、以下に示す検証及び新しい提案を行い、小型 UAV の飛行特性をシステム同定によって取得する手法を確立した。

小型 UAV 用の飛行ログ取得手法の確立

有次元安定微係数を解析するために必要となる飛行ログは、姿勢角やその微分量といった慣性座標に対する航法情報、そして対気機速や迎角といった空気に対する情報、そしてエレベータやエルロンなどの操舵入力、これらの時間履歴である。これらを取得するため、本研究では小型 UAV に搭載するのに適し、かつ精度がよいことを要求としたアビオニクスを試作、提案した。アビオニクスを構成するのは、上記 3 項目にそれぞれ対応して、INS/GPS 複合航法装置、エアデータセンサ、コマンドロガーである。先行研究では、これらの機器の改良が小型 UAV の制約を鑑みることなく個別の提案がなされたり、また市販品を組み合わせることによって UAV での飛行ログの取得解析が行われるなどしているが、小型 UAV 用としてここまで統合されたアビオニクスが提案されたのは新規的なことである。

さらに本研究では、飛行ログの精度を見極めるため個々の機器について様々な検討を行った。INS/GPS 複合航法装置では、より高精度な航法装置との比較によってその精度検証を行った。精度は例えば姿勢角のロールやピッチで1度以下の誤差と、超低精度なMEMS慣性センサや安価なGPS受信機を活用しながらも、小型UAVに搭載可能な航法装置としてみれば十分な精度を確保できた。その過程において、GPSアンテナを離して設置することによって検出される遠心加速度を利用した補正(レバーアーム効果)は精度を改善すること、また、主成分分析を行うことによってシステム全体の位置精度はGPS受信機の位置精度に大きく依存していることが得られた。またリアルタイムでの運用を想定し、GPS受信機から得られる情報が遅れをもって得られることを考慮したオンラインアルゴリズムを提唱し、アルゴリズムの適用によって精度の劣化がないことを示した。このアルゴリズムは遅れに関する問題を限定することによって先行研究に比べ計算負荷を抑えたのが特徴であり、デジタルシグナルプロセッサ(DSP)に実際に実装可能な程度の演算負荷に抑えられている。同様の想定に基づき、飛行後により高精度な解析を行うためのスムージングアルゴリズムについても提案を行った。

またエアデータセンサについては、ピトー管と圧力センサで構成されており、その特性試験として、風洞を利用した静特性試験、および動特性試験を行った。結果、小型UAVが定常飛行を行う対気速度では十分な精度であること、計測の遅れはピトー管と圧力センサを中継するチューブに起因するが無視できるほど小さいことが得られ、性能は十分に検証された。コマンドロガーについては、どこまでをシステムとして推定するかを決定する上で重要であることを述べ、またその実装はソフトで回路を変更可能なFPGAを使うなど挑戦的な設計を行ったが十分に機能した。

以上の検証を元に誤差モデルを作成し、モンテカルロシミュレーションを行った。シミュレーションによって生成された飛行ログを、一般的の航空機での解析手法としてよく知られた後述のFEMで解析したところ、十分な精度で解析を行うことができた。これにより本研究で提案したアビオニクスにより小型UAV用の飛行ログ取得手法の確立できたといえる。

小型UAV用の飛行ログ解析手法の確立

小型UAV飛行ログの解析手法として、まずはこれまで一般的な航空機で培われてきた4つの手法を試みた。すなわち再帰的二乗法(RLS)、フーリエ変換回帰(FTR)、アンセンテッドカルマンフィルタ(UKF)、フィルタエラーメソッド(FEM)である。RLS、FTR、UKFはオンライン手法に属し、リアルタイムでの飛行特性取得が可能である。一方のFEMはオフライン手法であり、リアルタイムで取得が行えない代償としてオンライン手法よりも精度のよい解析ができるとされていた。また精度についてFTRは他の3手法と異なり、フーリエ変換を利用することによって周波数領域での解析を行うため、ホワイトノイズに代表される推定に悪影響を及ぼす要素を周波数領域で除外することで精度のよい解析ができるとされている。

小型UAV3機種で取得した飛行ログに対して適用した結果、オフライン手法であるFEM、続いてオンライン手法であるUKFの順に、簡易推算法、および風洞試験によって別途取得した飛行特性と良く一致する結果が得られた。一方の単純なオンライン手法であるRLS、FTRでは十分な性能を得ることができなかった。またFEMから得られる結果が極めて飛行ログに左右されることも得られた。更にFEMやUKFは複雑な手法であり調整を必要とするため、特にオンライン手法で好まれる簡易的な手法ではない。

これら結果を踏まえて、小型 UAV に適した新たな解析手法を提案することにした。ここで一般の航空機と小型 UAV の違いから、次の 2 点を新手法として特に考慮しなければならない。第一点として、小型 UAV は突風などの外乱の影響を非常に大きく受けている、すなわち有色のプロセスノイズに対する耐性を十分に備えた解析手法が必要であるということである。これは操舵がない状態においても状態量が非定常に変化してしまっている小型 UAV の飛行ログから明らかであった。第二点としては、短い飛行ログにおいても飛行特性を取得できる手法でなければならないということである。飛行ログの解析は外乱の影響を極力排除するため、縦の運動における短周期モードといった飛行特性が最も把握しやすい固有運動を操舵によって励起し、それを解析対象とする。一般の航空機ではそのような固有運動の部分を抽出しても十分な長さの飛行ログを確保できるが、小型 UAV ではその固有運動の時定数が数秒と極端に短く従来手法で求められる十分な長さの飛行ログが得られない。

以上のような事実および考察をうけ、離散ウェーブレット変換 (DWT) による多重解像度解析 (MRA) を用いた時間周波数領域での解析手法を新規提案した。この手法は、飛行ログで取得した姿勢角などに代表される状態量のうち、操舵に対する応答のみを MRA を利用することによって抽出し、その抽出結果に対して解析を試みるものである。この抽出過程を PP-MRA 法と名づけたが、これによってプロセスノイズや観測ノイズは最小限に抑えられることを期待した。提案した PP-MRA 法に類似が見られる手法として部分空間同定法があるが、これは時間領域のまま外生入力、すなわち操舵に応答するシステム出力を直接的に並行射影することによって抽出する手法であり、その計算コストは LQ 分解をすることから N^3 のオーダーである。一方、PP-MRA 法は MRA が依存する DWT の計算量が N のオーダーで優れている。加えて時間周波数情報は PP-MRA 法の過程で数サンプル程度のごく僅かな遅れがあるもののほぼリアルタイムに得られるものであるから、部分空間同定法が依存する LQ 分解では困難なオンライン手法が構築可能である。そこで PP-MRA 法の後段に直接時間周波数情報に対して RLS を適用するオンライン手法 (WFR と名づけた) を提案し、これにおいて精度のよい解析を行うことができた。以上をもって、PP-MRA 法に基づいたオンライン手法である WFR を小型 UAV 用の飛行ログ解析に適した手法として確立することができた。また従来手法が必要であれば、PP-MRA の後段に逆 DWT と従来手法を配置したオフライン手法による構成も可能であることを示した。

目次

第 1 章	序論	1
1.1	背景	1
1.2	本研究で扱う小型 UAV	3
1.3	従来の研究、及びその問題点	6
1.4	研究の目的	8
1.5	本論文の構成	9
1.6	表記について	10
第 2 章	システム同定による飛行特性取得	13
2.1	システム同定とは	13
2.2	状態量推定問題との関係	14
2.3	飛行特性解析の標準的手順	15
2.3.1	数学モデルの仮定	15
2.3.2	飛行試験計画の設計と実施	15
2.3.3	飛行ログの解析による数学モデルの取得	17
第 3 章	数学モデル	19
3.1	数学モデル	19
3.1.1	座標系の定義	19
3.1.2	変数の定義	20
3.1.3	システム方程式と観測方程式	21
3.2	簡易推算法	24
3.2.1	安定軸での無次元安定微係数の推算	24
3.2.2	機体軸における有次元安定微係数への変換	25
3.2.3	慣性モーメントの測定	25
3.3	各機体の有次元安定微係数の参考値	26
3.4	まとめ	32
第 4 章	飛行ログの取得	33
4.1	飛行ログ取得に用いたアビオニクスの概要	33

4.2	MEMS INS/GPS 複合航法装置	35
4.2.1	原理	35
4.2.2	実装	42
4.2.3	評価試験	44
4.2.4	Lever arm effect の利用	46
4.2.5	回帰分析による誤差解析	48
4.2.6	リアルタイムアルゴリズム	49
4.2.7	スムージングによる精度の向上	54
4.3	エアデータセンサ (Air Data Sensor, ADS)	57
4.3.1	原理	57
4.3.2	実装	59
4.3.3	静特性試験	60
4.3.4	動特性試験	64
4.4	コマンドロガー	65
4.4.1	原理	65
4.4.2	実装と評価	67
4.5	取得された飛行ログ	68
4.6	シミュレーションによる総合的な性能検証	68
4.6.1	誤差のモデル化手法	75
4.6.2	擬似的に生成された飛行ログ	77
4.6.3	結果	79
4.7	まとめ	81
第 5 章	一般的手法による飛行ログ解析	83
5.1	主な一般的手法	83
5.2	再帰的最小二乗法 (Recursive Least Square, RLS)	84
5.3	フーリエ変換回帰法 (Fourier Transformation Regression, FTR)	87
5.4	アンセンテッドカルマンフィルタ (Unscented Kalman Filter, UKF)	90
5.5	フィルタエラーメソッド (Filter Error Method, FEM)	91
5.6	適用した結果	94
5.6.1	適用条件	94
5.6.2	エクゼクティブジェットにおける縦の運動解析	96
5.6.3	オルカにおける縦の運動解析	99
5.6.4	MARS07AF における縦の運動解析	108
5.7	小型 UAV に適した解析手法とは	111
5.8	まとめ	116
第 6 章	ウェーブレット変換による飛行ログ解析	117

6.1	ウェーブレット変換とは	117
6.1.1	時間周波数領域での解析	118
6.1.2	ウェーブレット変換	118
6.1.3	多重解像度解析	120
6.1.4	多重解像度解析の例	123
6.2	提案する手法の原理 (PP-MRA 法)	125
6.3	PP-MRA 法と部分空間同定法との類似点、相違点	127
6.4	オフライン手法の提案	132
6.5	オンライン手法 (Wavelet Filtered Regression, WFR) の提案と適用結果	133
6.5.1	エクゼクティブジェットにおける縦の運動解析	134
6.5.2	オルカにおける縦の運動解析	134
6.5.3	MARS07AF における縦の運動解析	138
6.6	考察	139
6.7	まとめ	142
第 7 章	結言	143
7.1	本論の総括	143
7.2	今後の課題	145
7.3	おわりに	146
付録 A	一般的な状態量推定手法	149
A.1	最小二乗法	149
A.2	重み付き最小二乗法	151
A.3	再帰的 (重み付き) 最小二乗法	152
A.4	カルマンフィルタ (Kalman Filter)	154
A.5	連続系に対するカルマンフィルタの適用	156
A.6	UD 分解カルマンフィルタ	157
A.7	拡張カルマンフィルタ (Extended Kalman Filter, EKF)	160
A.8	アンセンテッドカルマンフィルタ (Unscented Kalman Filter, UKF)	162
付録 B	INS/GPS 複合航法装置に関する補足	167
B.1	時間更新、観測更新の式	167
B.2	キャリブレーション	170
B.3	Lever arm effect	179
付録 C	その他の補足	185
C.1	風洞試験と簡易推算法の比較	185
C.2	ソースコードリスト	185
C.3	オンライン手法の計算量比較	189

研究業績	191
本論文に関する査読付論文	191
会議録に掲載された論文	191
会議録に掲載された論文	191
特許	192
参考文献	193

目次

1.1	高度な自律機能による災害監視	2
1.2	ビジネスジェット型 小型 UAV (エクゼクティブジェット)	4
1.3	三菱電機 MARS07AF	4
1.4	SJAC プロジェクト機 (通称、オルカ)	5
2.1	システム同定による航空機の飛行取得の一般的手順	16
3.1	機体軸	20
3.2	安定軸	20
3.3	エクゼクティブジェットの慣性モーメントの測定の様子	28
3.4	慣性モーメントの測定	28
4.1	アビオニクスを含めた機体内部の全部品	34
4.2	アビオニクスの構成図	35
4.3	INS と GPS の結合アルゴリズム	37
4.4	INS/GPS アルゴリズムで導入される座標系	38
4.5	Sylphide 外観	42
4.6	Sylphide 派生型 (加速度計やジャイロが異なる)	43
4.7	Sylphide の DSP 上で行われる計算	44
4.8	MuPAL- α	44
4.9	GAIA	44
4.10	Sylphide と GAIA の位置出力の比較	45
4.11	Sylphide と GAIA の速度出力の比較	45
4.12	Sylphide と GAIA の姿勢出力の比較	45
4.13	Sylphide で捉えた GPS 衛星の個数履歴	46
4.14	GPS 受信機の位置出力 (機体に対して相対的にプロット)	47
4.15	Lever arm effect によって GPS 受信機の出力は INS と異なる	47
4.16	Sylphide の位置出力 (機体に対して相対的にプロット)	49
4.17	GPS 受信機から情報が得られるまでには遅れが発生する	50
4.18	GPS 受信機から情報を取得するのに必要な遅れ	50

4.19	スムージング処理によるヘディング履歴	57
4.20	三孔ピトー管の特性	59
4.21	3 孔ピトー管	60
4.22	5 孔ピトー管	60
4.23	ピトー管の取り付け誤差の測定	61
4.24	風洞を用いた ADS の試験	61
4.25	10m/s 時の計測データ	62
4.26	迎角に対する P_1/q の値	62
4.27	迎角に対する $(P_2 - P_3)/P_1$ の値	63
4.28	圧力センサのキャリブレーション試験結果	63
4.29	ADS の遅れ計測結果	64
4.30	舵面駆動系	65
4.31	舵角と指令値の関係を得るための写真	67
4.32	エレベータ 3-2-1-1 入力	69
4.33	エレベータ パルス 入力	70
4.34	エレベータ ローラコースタ	71
4.35	ラダー ダッチロール励起	72
4.36	エルロン Bank-to-Bank	73
4.37	スパイラル励起	74
4.38	飛行試験で得た値、およびモデルから出力された値、それぞれに対するアラン分散	76
4.39	シミュレーションで用いた入力や擬似的に生成した飛行ログ	78
4.40	推定された安定微係数から算出した固有モード (シミュレーション)	80
5.1	主な手法の一覧	84
5.2	各手法の手順の概略図	85
5.3	係数行列を推定する問題を状態量を推定する問題へと書き換える概念図	87
5.4	FEM のブロック図	92
5.5	FEM におけるパラメータの推定過程	93
5.6	推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (エクゼクティブジェット、縦の運動)	98
5.6	推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (エクゼクティブジェット、縦の運動) 続き	99
5.7	推定された安定微係数から算出した固有モード (エクゼクティブジェット、縦の運動)	100
5.8	安定微係数の推定の時間変化 (エクゼクティブジェット、縦の運動)	101
5.9	安定微係数の推定誤差分散の時間変化 (エクゼクティブジェット、縦の運動)	102
5.10	推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (オルカ、縦の運動)	103
5.10	推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (オルカ、縦の運動) 続き	104
5.11	推定された安定微係数から算出した固有モード (オルカ、縦の運動)	105
5.12	安定微係数の推定の時間変化 (オルカ、縦の運動)	106
5.13	安定微係数の推定誤差分散の時間変化 (オルカ、縦の運動)	107

5.14	推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (MARS07AF、縦の運動)	109
5.14	推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (MARS07AF、縦の運動) 続き	110
5.15	推定された安定微係数から算出した固有モード (MARS07AF、縦の運動)	112
5.16	安定微係数の推定の時間変化 (MARS07AF、縦の運動)	113
5.17	安定微係数の推定誤差分散の時間変化 (MARS07AF、縦の運動)	114
6.1	時間周波数領域においてウェーブレットが切り取る窓	119
6.2	$a_0 = 2, b_0 = 1$ の場合における離散ウェーブレット変換の過程例	121
6.3	$a_0 = 2, b_0 = 1$ の場合における離散ウェーブレット変換の過程例 その 2	122
6.4	多重解像度解析における変換の入れ子構造	123
6.5	ホワイトノイズの多重解像度解析	123
6.6	ホワイトノイズのパワースペクトル	123
6.7	ホワイトノイズを時間積分した信号の多重解像度解析とパワースペクトル	124
6.8	ホワイトノイズを時間微分した信号の多重解像度解析とパワースペクトル	124
6.9	チャープ信号の多重解像度解析とパワースペクトル	125
6.10	提案する PP-MRA 法によって再構成された出力の例 (入力:エレベータ舵角指令値、出力:迎角)	128
6.11	部分空間同定法の概略図	129
6.12	提案する PP-MRA 法と部分空間同定法の違い	131
6.13	オフライン手法	132
6.14	オンライン手法 (Wavelet Filtered Regression, WFR)	133
6.15	WFR と UKF が推定した安定微係数から算出した固有モードの比較 (エクゼクティブジェット、縦の運動)	135
6.16	WFR による安定微係数および誤差分散の推定の時間変化 (エクゼクティブジェット、縦の運動)	135
6.17	WFR と UKF が推定した安定微係数から算出した固有モードの比較 (オルカ、縦の運動)	137
6.18	WFR による安定微係数および誤差分散の推定の時間変化 (オルカ、縦の運動)	137
6.19	WFR と UKF が推定した安定微係数から算出した固有モードの比較 (MARS07AF、縦の運動)	138
6.20	WFR による安定微係数および誤差分散の推定の時間変化 (MARS07AF、縦の運動)	139
6.21	WFR による固有モードの時間変化の性質	140
A.1	EKF では誤差の平均や分散といった統計量が正しく伝播しない	162
B.1	恒温槽 (Espec SU-641) とレートテーブル (COSMATE TT-DC05)	171
B.2	直交治具	172
B.3	加速度計の生出力と温度の関係	173
B.4	無回転時におけるジャイロの生出力と温度の関係	177
B.5	ある温度下におけるジャイロの生出力と回転速度の関係	178

C.1	飛行ログ取得の流れ	188
C.2	飛行ログ解析の流れ	190

表目次

1.1	扱う小型 UAV の諸元	5
1.2	翼面荷重の比較	8
1.3	表記	11
1.4	記号がもつ代表的な意味	12
3.1	変数の一覧	21
3.2	縦の無次元安定微係数の推算式	24
3.3	横の無次元安定微係数の推算式	25
3.4	無次元安定微係数と有次元安定微係数の関係	26
3.5	機体軸と安定軸における有次元安定微係数の関係	27
3.6	三菱 MARS07AF の慣性モーメントの推算値および測定値	28
3.7	有次元安定微係数の参考値 (エクゼクティブジェット)	29
3.8	有次元安定微係数の参考値 (MARS07AF)	30
3.9	有次元安定微係数の参考値 (オルカ)	31
3.10	小型 UAV の特徴的な運動における時定数の推算値	32
4.1	アビオニクス構成要素と取得する値	36
4.2	INS/GPS アルゴリズムで導入される座標系の名前	38
4.3	INS/GPS アルゴリズムで導入される記号	39
4.4	Sylphide 主要部品	42
4.5	Sylphide と GAIA における出力の統計的比較	46
4.6	Sylphide と GAIA における出力の統計的比較 (Lever arm effect 考慮)	48
4.7	Sylphide と GAIA における出力の統計的比較 (リアルタイム処理)	53
4.8	Sylphide と GAIA における出力の統計的比較 (リアルタイム処理、Lever arm effect 考慮)	54
4.9	Sylphide と GAIA における出力の統計的比較 (スムージング処理、Lever arm effect 考慮)	57
4.10	風向を計測する方法の比較	58
4.11	決定された ADS のパラメータ	63
4.12	小型 UAV に対して行った飛行試験	68
4.13	シミュレーション解析結果 (ノイズ成分考慮せず)	79
4.14	シミュレーション解析結果	80

5.1	選択した手法	85
5.2	エクゼクティブジェット 飛行ログ解析結果 (縦の運動)	96
5.3	オルカ 飛行ログ解析結果 (縦の運動)	104
5.4	MARS07AF 飛行ログ解析結果 (縦の運動)	108
5.5	小型 UAV の飛行ログ解析に適用した一般的手法のまとめ	115
6.1	エクゼクティブジェット WFR による飛行ログ解析結果 (縦の運動)	136
6.2	オルカ WFR による飛行ログ解析結果 (縦の運動)	136
6.3	MARS07AF WFR による飛行ログ解析結果 (縦の運動)	138
6.4	小型 UAV の飛行ログ解析に適用した手法のまとめ	140
7.1	レイノルズ数から見た本研究の位置づけ	145
C.1	風洞試験と簡易推算法の比較 (MARS07AF)	186
C.2	風洞試験と簡易推算法の比較 (オルカ)	186
C.3	オンライン手法における計算時間	189

第 1 章

序論

本研究では、システム同定による小型無人航空機 (Small Unmanned Aerial Vehicle、以下小型 UAV と表記) の飛行特性の取得について述べる。本研究の対象として扱う小型 UAV は、電動の固定翼型航空機であり、その大きさ、重さは主翼幅で約 1–2m、重さで約 1–2kg 程度のものであり、近年急速に研究開発が進められている。そして現在小型 UAV は、その活用領域を一層広げることが期待され、高度な自律性能、例えば群による集団制御や故障の緊急回避など、が求められている。この高度な自律を可能にするためにも、その基礎となる飛行特性の取得は極めて重要な課題である。しかしながら小型 UAV は近年急速に発展した分野であるが故に、まだその飛行特性の取得を手法として確立するには至っていない。

そこで一般の航空機で培われた従来の研究に倣いつつも、小型 UAV の飛行取得に適した手法を模索するのが本研究の位置づけである。本研究ではシステム同定という手法に着目し、これを小型 UAV 向けに適用するよう、その手法が内包する個別の課題、特に飛行ログの取得やその解析方法について改良を行う。また本研究の有用性を示すにあたっては実験的実証によることを重視し、工学としての価値を高めることにも注意を払う。すなわち、実際に小型 UAV の飛行試験を行い、そこで取得された飛行ログを解析し、飛行特性を取得、という一連の手順を本研究では示す。

1.1 背景

近年、無人航空機 (Unmanned Aerial Vehicle、UAV) が世界各地で活発に研究開発され運用されている。UAV はその名が示すとおりパイロットを機体に搭乗しない航空機であり、有人パイロットが行うには退屈で好ましくなく危険な任務を遂行することが可能である。これを端的に示す事実として、インターネット上のフリー百科事典である Wikipedia[1, 2] を見ると、UAV は一般的に偵察や戦闘を主たる目的とした軍事利用で最も認知されている。また軍事目的以外にも利用用途は広がりつつあり、災害調査や空撮などの平和利用にも積極的に活用されている。

UAV がこのように近年急速に普及した背景として、近年における情報処理技術、とりわけ半導体の集積高密度化による電子機器の性能向上によるものが大きい。UAV はパイロットによる遠隔操縦を起源としているが、この情報処理技術の発展によって、UAV が人の補助を必要とせず様々な判断を行う自律機能が近年急速に高度化し、それをもって普及が加速されている。米軍の UAV ロードマップ [3] によると自律機能は今後ますます強化される見通しであり、最終的には人が一切の補助を行うことなく自律分散

的に行われた意思決定によって複数の UAV による集団行動を実現することが計画されている。例えば災害監視の任務にこの高度な自律を適用すると、図 1.1 のようになる。すなわち、複数の機体が互いに協調動作し情報を共有の上、災害監視を行う目標地域までの飛行経路を個々に自動生成、しかも経路上にある障害物については自動的に回避するといった機能が実現するであろう。

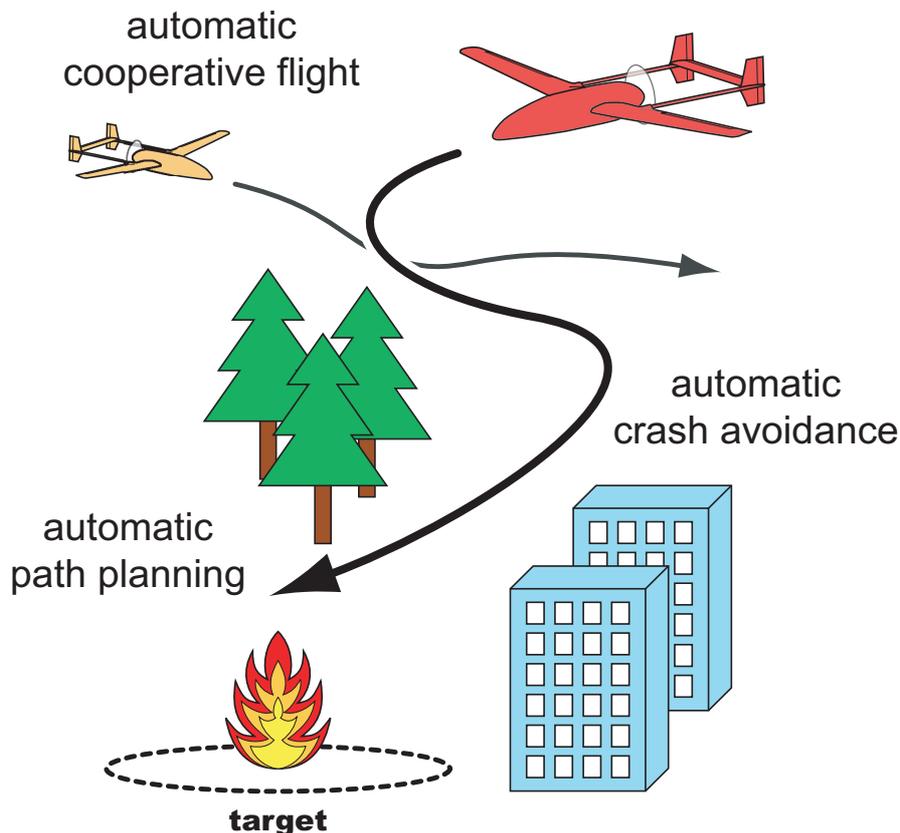


図 1.1: 高度な自律機能による災害監視

以上のような高度な自律機能を実現するための段階として、UAV を用いた様々な研究が行われている。代表的なものをあげれば、対故障制御技術の一つである制御系の再構築に関する研究があげられる [4]。UAV は無人であるが故に、任務中に故障がおきても人からの支援を受けられる機会は極めて少ない。そこで飛行中に舵面の固着や翼の破損といった故障がおきた際に、生存している制御デバイスを代替として使うなど制御系を自動再構築することによって、安全に任務を継続する、あるいは最悪の場合でも墜落事故を防止するという技術である。

以上のような自律性能を実現するには、少なくとも個々の UAV について、その飛行がどのようなものであるかという飛行特性に関する数学上の表現が得られる必要がある。このことは全ての自律機能が、計算機上で実行されるアルゴリズムとして実装されていることから考えれば自明なことである。そしてこの飛行特性を取得するという問題は、航空機の性能を検証する上で大変重要な手続きであることから、UAV に限られた話ではなく広く航空機全般に関わる問題であり、有人の航空機についていえば航空機の発展の過程で培われてきた技術がある。それゆえに大型の UAV についていえば、その飛行形態が有人の航空機に似ていることから、これまで培われた技術を十分活用し、この課題はたやすく解決されるであろう。し

かしながら、本研究が取り扱う約 1–2kg 程度の固定翼型の UAV(以下本研究ではこのような UAV を特別に“小型 UAV”と呼ぶことにする)についていえば、先行する事例は極めて乏しく、有人の航空機で培われた技術を直接的に活用できるかは十分に検討を行う必要がある。これは小型 UAV が、従来の有人機にはありえない新しい形態の航空機であるためである。

ここで本研究の対象をなぜ小型 UAV としたか、その理由を述べる。小型 UAV はその重さから想像できるように、大変運用が容易であり、その将来性が注目されているためである。

まず運用が容易である点について述べる。小型 UAV 以上の重量を有する UAV では離陸について滑走路やカタパルトが必要であったり、運搬も大掛かりである。また小型 UAV 以下の重量を有する機体、いわゆるマイクロ UAV やナノ UAV と呼ばれる UAV では、突風に対してロバストな飛行を行うことが難しく、運用環境が極めて限定される。一方の小型 UAV は、ある程度の風に対してもロバストな飛行が可能で、離陸については滑走路を必要としない機体もあり、一個人での運用も可能な程その利便性が優れている。さらに小型 UAV に対して競合するものとして、同程度の重量を有する回転翼型の UAV も存在するが、こちらは操縦が難しく運用に熟練を要する。

将来性が注目されている点についていえば、半導体に代表される情報処理技術、そして電池などのエネルギーに関する技術が今なお絶えず発展している実情と大きく関わっている。大型の UAV でのみ現在可能なことが、ペイロード重量が特に厳しい小型 UAV においても、これらの技術向上によって近い将来に可能になることは十分に予想される。

加えて特にこの日本では、国土が狭い上に山がちであるという地理的な要因があり、重量があり滑走路を必要とする大型の UAV が活用される機会は少なく思われる。この推測を支持する事実として、重量が 100kg 以下の UAV が農薬散布などでその数を急速に伸ばしつつあり、安全基準など運用面での規約整備が求められていることが日本産業用無人航空機協会、JUAV[5]で述べられている。

以上示した背景から、本研究では約 1–2kg 程度の固定翼型の無人航空機である小型 UAV を研究対象とし、その飛行特性を取得する手法を確立しようと考えた。本研究によって十分にその飛行特性を得る手法が確立できれば、小型 UAV の高度な自律化の促進に寄与することができ、しいては小型 UAV の社会的な有用性を高めることができることに疑う余地はない。

1.2 本研究で扱う小型 UAV

本研究では研究対象の小型 UAV として様々な形態の機体を解析する必要があると考え、図 1.2–1.4 にあげた、ビジネスジェット型小型 UAV(以下、エクゼクティブジェットと書く)、三菱電機製 MARS07AF、および SJAC プロジェクト機(オルカ)の 3 種類の小型 UAV を扱うことにした。それらの緒元を表 1.1 にあげるが、いずれも主翼のスペンが 1m 程度、総重量が 1.5–2.5kg であり、比較的容易に扱えるサイズ、重さである。特に MARS07AF についていえば、これは離着陸に滑走路を必要としない手投げ発進、パラシュート回収が可能であり、より容易な運用を可能としている。また動力はいずれも電動モータであり、可燃性燃料を必要とする内燃機関ではないため安全である。

これらの小型 UAV は、これらを UAV たるしめるためのオートパイロット(自律航行)装置を搭載している。その機能を生かして、空中から地上の様子を撮影したり、先進的な制御の実験などの任務を果たしている。電池の積載量にもよるが、数分から機種によっては数十分の飛行が可能であり、これは上記の任

務を果たすにあたって十分な飛行時間である。



図 1.2: ビジネスジェット型 小型 UAV (エクゼクティブジェット)

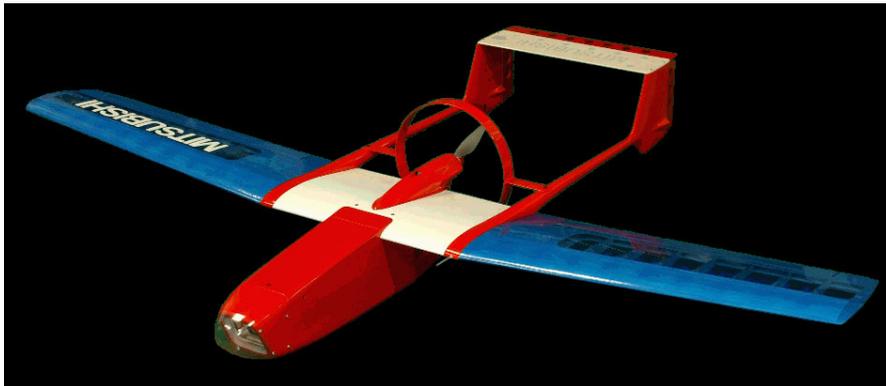


図 1.3: 三菱電機 MARS07AF

各機体の特徴について、以下個別に触れることにする。

まずはエクゼクティブジェットであるが、これはラジコン (Radio Control、R/C) 飛行機として市販されている機体の内部を改造し UAV 化したものである。市販されている機体であり調達が容易であることが最大の利点であり、本研究以外の用途でも運用実績があったが、最近には次に述べる三菱電機製の機体にとってかわられた。推力は双発の電動ダクテッドファンモータから得ている。機体の材質は翼を含めて発泡剤であり、他の機体に比べ軽量にできている。

次に三菱電機 MARS07AF である。これは三菱電機によって開発された災害監視などを目的とした製品である。推力は1つの電動モータに接続されたプロペラから得ているが、このような形態は胴体前方にプロペラを配置するトラクタ型が一般的であるのに対して、本機は胴体後方に配置を行うプッシャ型を採用している。手投げ発進やパラシュートによる回収と、運用に配慮された設計であることは既に触れたが、プロペラについても発進時に手が巻き込まれる事故を防ぐために周辺にガイドを設け安全な設計となっている。主要な部分は翼を含めバルサでできている。この機体を利用した一番の理由は、この機体の飛行特



図 1.4: SJAC プロジェクト機 (通称、オルカ)

表 1.1: 扱う小型 UAV の諸元

項目	記号	ビジネスジェット型	三菱電機	SJAC	
		(エクゼクティブジェット)	MARS07AF	オルカ	
主翼	スパン [m]	b	1.18	1.75	1.38
	面積 [m ²]	S	0.2496	0.392	0.271
	アスペクト比	\mathcal{R}	5.58	7.81	5.32
	テーパー比	λ	0.433	–	0.448
	後退角 [deg]	Λ	11.9	–	13.6
	上反角 [deg]	Γ	1.8	–	5.0
水平尾翼	スパン [m]	b_h	0.396	0.4	0.454
	面積 [m ²]	S_h	0.049	0.062	0.070
	水平尾翼容積	V_h	0.534	–	0.646
エレベータ面積比	S_e/S_h	0.286	–	0.334	
垂直尾翼	スパン [m]	b_v	0.130	0.174	0.202
	面積 [m ²]	S_v	0.023	0.027	0.054
	垂直尾翼容積	V_v	0.0469	–	0.0729
ラダー面積比	S_r/S_v	0.264	–	0.329	
胴体長 [m]	l	1.195	1.1	1.39	
総重量 [kg]	m	1.55	1.98	2.5	

性が風洞試験によって得られていたことである。

最後に、SJAC プロジェクト用機体、通称オルカである。オルカ (Orca) というのはシャチのことであり、機体の白黒のカラーリングからつけられた愛称で、以下本論文ではこの名前を使う。オルカは、経済産業省からの委託により日本航空宇宙工業会 (SJAC) から再委託された「先進パイロット支援システムの開発」の一環として製作された小型 UAV である [6, 7, 8]。このプロジェクトでは、例えば飛行中に主翼の一部を消失したといった重大な故障が発生しても、飛行中に制御則の再構築を行うことによって安全に着陸させるという先進的な実証実験を小型 UAV を用いて行う計画である。通常空撮目的とは異なり、特殊な実験を行うための機体であることもあり、その設計には様々な挑戦的な要素を取り込んでいる。特に胴体は炭素繊維強化プラスチック (CFRP) で成形されており、飛行中に故障が発生し得られる空気力のバランスが急激に変化しても破壊されない高い強度を有している。そして推力はビジネスジェット型と同じく、双発のダクテッドファンから得ているが、静止最大推力で 1.6kg あり、これは総重量 2.5kg と比較してかなり大きな値であることからわかるように、巡航速度が約 20 – 35m/s と高速に飛行を行うことができる。飛行特性の取得は、三菱の機体と同様、風洞試験によって行われている。

1.3 従来の研究、及びその問題点

本研究では約 1–2kg 程度の固定翼型の無人航空機である小型 UAV を研究対象とし、その飛行特性を取得する手法を確立しようとしているが、そもそも航空機の飛行特性取得に関する先行研究は、航空機の数だけ膨大にあると述べている。なぜなら先述のとおり飛行特性とは、航空機の最終的な設計要求に他ならないからであり、どのような航空機であれ必ず飛行特性の取得は行われてきたからである。そして飛行特性は、航空機の空力的な形状や推進システムなどの設計要素が複雑に絡み合って現れる性質、言うなれば幾つもの引数をとる高次元の関数であり、それぞれの要素を正しく反映できるような手法で測定される必要がある。従って飛行特性の取得手法は航空機の形態に応じて、それぞれ培われてきたといっても過言ではない。

これらの先行研究の中で最も確立され、また汎用的に利用可能な手法は風洞試験による手法である。風洞試験は実機、あるいはそのスケールモデルを風洞に設置することで、空気力を測定し、飛行特性の推算を行うというものである。この風洞試験では、試験環境を制御する、例えば気流を一定に保ったり、空気に対する機体の姿勢を固定する、といったことが極めて容易であるから、非常に高精度に特性を取得することができる。小型 UAV にもこの手法は有効であると考えられ、実際前節で示した小型 UAV の中には風洞試験によって既に飛行特性を取得したものもある。

しかしながら風洞試験は、小型 UAV の究極的な目的である、完全な自律機能を実現する上ではあまり役に立たない。一番の問題となるのが、風洞試験は飛行中に行うものではないので、飛行中におきた特性の変化を把握できないことである。小型 UAV では、たとえ飛行中に故障がおきても人が介在することなく、ミッションを継続できることが究極的な目標の 1 つである。そのためには飛行中に自身の特性を常に監視できることが大変望まれる。

また風洞試験には小型 UAV にとって、軽微ではあろうが無視することのできない別の欠点、すなわち必要とされる金銭的、時間的、人的な費用が相対に大きいという問題がある。風洞試験は風洞という特殊な設備、また卓越した経験を持つ技術者によって支えられているため、その使用にあたってはある程度の

コストを捻出する必要がある。このコストは有人の航空機、および大型の無人航空機の開発予算や期間から見れば、比較的容易なものである。しかしながら小型 UAV は、有人の航空機に比べて遥かに安価、短期間に作成されるシステムであり、試験に捻出可能なコストも極めて限られているのが一般的である。従って小型 UAV が普及する上でも、機種を開発することに風洞試験の実施を回避できれば望ましいであろう。

このような要求を適える手法として、飛行試験で得た飛行ログを解析することによって飛行特性を取得するシステム同定という手法がある。しかしシステム同定においては、状況に応じて適切な手続きを経ないと特性を良好な精度で得られないという問題がある。特に問題となるのが次の2点である。

- システム同定で得られる結果は、飛行中に取得した飛行ログの精度に大きく依存する
- またシステム同定で良好な結果を得るには、航空機の形状や試験環境、目的などに応じて適切な飛行ログの解析手法を用いる必要がある

これらの問題に対しては、小型 UAV にシステム同定を適用した先行研究列があれば解決されるが、調査の結果それはなく未踏の分野であることが明らかとなった。

なお、小型 UAV に似た形状として、10kg 超の固定翼 UAV に関する先行研究が3例ある。以下にその例を述べるが、モデル化や飛行ログの解析手法に関する用語はそれぞれ第3章や第5章で詳しく述べるので、ここでは用語の説明を行わないことにする。

- Wook [9] は、DURUMI-II という全備重量 22kg の固定翼 UAV を用いてシステム同定を行っている。この UAV は飛行中に制御系を再構築できるよう操舵面が分割されている実験用 UAV であり、システム同定は故障時の制御系再構築のために利用されている。システム同定においては、飛行ログの取得方法については詳細が与えられていないが、飛行ログの解析についてはオンライン手法の1つである FTR(節 5.3) を用い、モデル化として線形モデルを用いて、縦の無次元安定微係数推定を行っている。結果は正常時には別の解析の結果と一致し、また故障を同定できる程度の精度が得られている。
- Campbell [10] は、SeaScan UAV という最大離陸重量が 15.4kg の固定翼 UAV を用いている。この UAV では飛行制御系のみならず飛行軌道までも飛行中に動的に構築することを目的としており、そのためにシステム同定が利用されている。システム同定における飛行ログの取得は、搭載された加速度計やジャイロ、汎用 GPS 受信機といった各種センサを簡易的なマイコン (MPC555) が処理を担うフライトコントローラで行っている。一方飛行ログの解析は、モデル予測制御といった他のアルゴリズムと共に、強力なプロセッサ (PPC8260) で計算され、オンライン手法 Square root sigma point filter (SR-SPF、節 5.4 で後述の UKF の亜種) によって、状態量と共に無次元安定微係数が推定されている。結果は、故障が発生した際でも微係数を良い精度で推定することができている。また興味深い意見として、SeaScan クラスの UAV では風をモデル化することが制御や軌道計画には欠かせないとしている。
- 山崎 [11] は、R/C 機をベースとした離陸重量 14kg の固定翼 UAV(以下、三菱重工機と表記) について、システム同定を行っている。この研究ではシステム同定は、故障時に再構築可能な制御系を構築するために、空力微係数をオンラインで推定する目的で行われている。飛行ログの取得には、高精度 GPS 受信機として Novatel OEM4、および高精度な姿勢推定装置 (Attitude and Heading

Reference Systems、AHRS) として **Crossbow ARHS400** が用いられている。そして飛行ログの解析にはモデルとして非線形の回転運動方程式を想定し、そのモデルに関する微係数をオンライン手法である EKF、UKF、FTR の 3 手法で推定を行い、比較をしている。結果は、3 手法の中で EKF が最もよい推定を行えている。

これらの先行研究は参考になるところが多いが、小型 UAV が未踏の分野であることには代わりがない。なぜなら、先述のシステム同定で特に重要になる 2 点に関連して述べると、

- 飛行ログの取得については、小型 UAV にはペイロード重量に厳しい制限があるため、10kg 超の固定翼 UAV で使われる機材と同等の機材を利用することは困難である
- 飛行ログの解析については、小型 UAV の飛行は表 1.2 に整理したとおり翼面荷重が 1 桁低いことから想定されるように、特に大気の変動に対して弱いため、10kg 超の固定翼 UAV と同様の解析手法で良い結果が得られるか疑問である

という問題がある。

表 1.2: 翼面荷重の比較

	機種名	重量 [kg]	翼面積 [m ²]	翼面荷重 [kg/m ²]
	エクゼクティブジェット	1.55	0.2496	6.21
小型 UAV	MARS07AF	1.98	0.392	5.05
	オルカ	2.5	0.271	9.23
先行研究	DURUMI-II	22	1.536	14.3
	SeaScan	15.4	0.72	21.4
	三菱重工機	14	–	–

1.4 研究の目的

前節で従来の研究、及びその問題点について述べたのをうけて、本研究の目的を『飛行によって飛行特性が取得可能なシステム同定手法を、小型 UAV において確立すること』と定める。この目的を達成する上で、先行研究との比較において、前節でも述べたとおり次の 2 点を最重要視する。すなわち、小型 UAV の飛行ログ取得方法の確立、および飛行ログ解析手法の確立である。これらについて具体的にまとめると以下ようになる。

小型 UAV の飛行ログの取得方法の確立

小型 UAV においてシステム同定を行うためには、まず、角速度や姿勢、空気に対する速度など、様々な種類のデータを飛行ログとして取得しなければならないが、その方法は確立していない。なぜなら、小型 UAV は重量が軽いが故に必然とペイロードに対する重量制限も厳しくなるため、従来の有人航空機や小型 UAV よりも重い UAV で培われてきた技術や機器をそのまま使うことは困難である。そこで本研究

では、システム同定による飛行特性取得のため、小型 UAV でも搭載可能な飛行ログ取得の方法を確立することにする。これは重量が軽いといった搭載に関する要件を満たしているのみならず、システム同定によって飛行特性を把握するのに十分な精度が確保されていなければならない。

小型 UAV の飛行ログの解析手法の確立

システム同定によって小型 UAV の飛行特性が正しく取得されるためには、飛行ログに適した手法で解析される必要がある。この解析手法は航空機の形態や試験環境、目的に応じて定められるべきであることは先述のとおりであるが、小型 UAV は新規的な航空機であるが故に、技術や経験において蓄積が全くない。そこで本研究では従来の解析手法について、小型 UAV の飛行ログをもって評価を行うと共に、従来の解析手法では不十分であると判断された場合は、小型 UAV の飛行特性取得に特化した新しい手法の提案をもって、解析手法の確立を行うことにする。解析手法については、システム同定の目的が制御系の再構築への使用など、飛行特性が飛行中に把握されることが望ましいため、特に飛行中に実行可能な手法に重点をおくことにする。

1.5 本論文の構成

本論文の構成は以下のとおりである。

はじめに第 2 章では、本研究で取り扱うシステム同定の概要について述べる。概要を述べるにあたり、まずはシステム同定という言葉の定義を数式をもって行う。これはシステム同定が、その対象を本研究で扱う小型 UAV に限定されるのではなく汎用的な方法であることを示すためであり、この定義の後、小型 UAV へと対象を限定していく議論を展開することにする。その過程において、一般の航空機へのシステム同定の適用成果に対して本研究が負うところは大きくある。そこで以後の展開に向けて、システム同定によって航空機の運動特性の取得を行う際に必要となる一般的な手順について述べる。この手順は大別すると、1) 数学モデルの仮定、2) 飛行ログの取得、および 3) 取得したログの解析である。本論文が研究対象とする小型 UAV の飛行特性の取得においても、この手順を踏襲するものとし、以降の章においてはこの手順に則りそれぞれの詳細について記述を行う。

第 3 章では、小型 UAV の運動特性を表す数学モデルに関して述べる。本研究ではこの数学モデルとして、数あるモデルの中から、有次元安定微係数で構成され、かつ、縦と横の運動に分割された線形の微小擾乱方程式を採用した。これは航空機の飛行を表す数学モデルとしては一般的であり、その詳細な導出過程は参考文献に譲るものとするが、その数式については明確に述べる。導出過程を省略しつつも数式を示すのは、次章で述べられる飛行ログ取得において、どの値を取得すべきなのかを確定する意味において、特に重要なためである。またこの章においては、数学モデルを示すに加えて、それを構成する有次元安定微係数の簡易推算方法について述べる。そして本研究で扱う小型 UAV の有次元安定微係数について、風洞試験に由来する実測値、または簡易推算法に基づく推算値を示す。

第 4 章では、飛行ログの取得について触れる。まずは、本研究のために新規に構成した小型 UAV の飛行ログ取得のためのアピオニクスについて述べる。これは一般の航空機では飛行ログの取得のための高精度なセンサなどの機器が十分に確立されているが、小型 UAV については、搭載できる機器の大きさ、重

さについて厳しい制限がありその限りではないためである。アビオニクスは3つの部品、すなわち、機体の姿勢や位置等を取得する MEMS INS/GPS 航法装置、風速などの風に対する期待の情報を取得するエアデータセンサ、機体への入力を監視するコマンドロガー、から構成され、これらについて順に述べる。ここでは、個々の構成要素について、その動作原理や性能改善のための提案、精度の検証実験などについて述べる。そして、飛行ログを取得するために行った飛行実験の詳細を示す。ここでは好ましい飛行ログを得るために作成した操舵入力や、得られた飛行ログの特長について触れる。最後に、本研究の目的である飛行特性の取得のために総合的にアビオニクスが使用に耐えうるか判断をするために行ったモンテカルロシミュレーションについて述べる。

第5章と第6章では、取得した飛行ログの解析手法について述べる。まず第5章では、一般の航空機のシステム同定で用いられてきた主な手法を述べ、それを小型 UAV に適用した結果を示す。これらの手法は、大別すると、時間領域に対する周波数領域、そして、オフライン手法に対するオンライン手法、という2つの対立軸でまとめられ、それを元に手法を整理して解説を行うものとする。小型 UAV にこれらの手法を適用した結果、小型 UAV の飛行ログ解析においてはより優れた手法を開発する必要があること、またその手法が満たすべき要件、これらについて得られた知見を述べる。

第6章では、前第5章の考察を受けて、小型 UAV の飛行ログを解析する上で新たに提案する手法、すなわち離散ウェーブレット変換を用いた多重解像度解析による時間周波数情報を利用した解析手法について述べる。まずはじめに、手法の骨子をなす時間周波数情報を生成するウェーブレット変換について、フーリエ変換との違いを強調しつつ述べる。そして離散ウェーブレット変換から得られる解析手法である多重解像度解析について述べるが、これは新手法では前処理として作用することになる。この前処理の後段に別の手法を組み合わせることで全体として新手法を構成するが、組み合わせ方によってオフライン手法、およびオンライン手法となる。小型 UAV 用の解析手法としてはオンライン手法がより価値があることから、オフライン手法については構成のみを述べ、オンライン手法については構成や適用結果などより詳細に議論をすることにする。

以上を総括して第7章では結言を述べる。ここでは得られた知見をまとめるとともに、今後研究を進める上で重要となると思われる点の指摘を行う。

1.6 表記について

本論文では、以下の表 1.3 に掲げる表記を特段の注をせずとも使用する。また表 1.4 に、各記号がもつ代表的な意味を記すが、これについては本文中で説明を行ってから使用する。

表 1.3: 表記

記号	説明
e	ネイピア数、 $e \equiv 2.718281828\dots$
π	円周率、 $\pi \equiv 3.1415926535\dots$
x	スカラー
\dot{x}	時間微分量
\hat{x}	推定値
$\mathcal{F}[x]$	フーリエ変換した値
X	行列
I	単位行列
X^T	転置行列
X^{-1}	逆行列
X^{-T}	転置逆行列、 $X^{-T} \equiv (X^T)^{-1}$
X^H	随伴行列、転置して複素共役をとった行列
\vec{x}	3次元ベクトル、 $\vec{x} \equiv \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
\underline{x}	一般的なベクトル
$\underline{0}$	ゼロベクトル
\tilde{q}	クォータニオン (4元数)、 スカラー要素 q_0 とベクトル要素 \vec{q} を用いると $\tilde{q} \equiv \begin{Bmatrix} q_0 \\ \vec{q} \end{Bmatrix}$
\tilde{q}^*	共役クォータニオン、 $\tilde{q}^* \equiv \begin{Bmatrix} q_0 \\ -\vec{q} \end{Bmatrix}$
$[\tilde{q}]_{\text{vec}}$	クォータニオンのベクトル要素、 \vec{q}
DCM $[\tilde{q}]$	クォータニオンが表す回転行列 (Direction Cosine Matrix)
$E[x]$	\underline{x} の推定値
$E[\underline{x}\underline{x}^T]$	\underline{x} の (自己) 共分散行列
$E[\underline{x}\underline{y}^T]$	$\underline{x}, \underline{y}$ の相互共分散行列
Δ, δ	微小な量であることを表す修飾記号

表 1.4: 記号がもつ代表的な意味

記号	代表的な意味
t	時間
ω	角速度
j	虚数単位
g	重力加速度
$\Omega_{e/i}$	地球の自転速度
ΔT	サンプリング間隔
\underline{x}	システムの状態量
\underline{u}	システムへの入力
\underline{v}	プロセスノイズ
\underline{w}	観測ノイズ
P	システム誤差共分散行列、 $P = E[\underline{xx}^T]$
Q	プロセスノイズ誤差共分散行列、 $Q = E[\underline{vv}^T]$
R	観測ノイズ誤差共分散行列、 $Q = E[\underline{ww}^T]$
K	係数行列、あるいはカルマンゲイン
$WN(\mu, \sigma)$	平均 μ 、標準偏差 σ のホワイトノイズ

第 2 章

システム同定による飛行特性取得

本章では、本論文が取り扱うシステム同定による小型 UAV の飛行特性取得について、その全般的な内容を述べる。まずはシステム同定という言葉に着目する。システム同定は対象を本研究で取り扱う小型 UAV に限らない汎用的な方法である。そこで数式による定義や状態量推定問題との関連を述べることによってシステム同定という用語を明確にしてから、その対象を本研究で扱う小型 UAV へと限定していくことにした。

しかしながら前章で述べたとおり、小型 UAV のシステム同定は新しい分野であるため方法論が確立されておらず、議論を小型 UAV へと直接展開することは不可能である。そこで、一般の航空機の飛行特性を取得するためのシステム同定は十分に確立されている分野であるから、これを参考とすることにした。従って本章では、システム同定の用語に続き、参考とした一般の航空機の運動特性取得へのシステム同定がどのように行われるのか、その標準的な手順について言及している。そしてこの標準的な手順を倣うことにより、対象を小型 UAV とした次章以降を展開することにした。

2.1 システム同定とは

一般にあるシステムは、物理法則や確率的な事象を表現するある関数 f を用いて次のようなシステム方程式によって表すことが可能である。

$$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, \underline{u}, \underline{v}) \quad (2.1.1)$$

ここで $\underline{x}, \underline{u}, \underline{v}$ はシステムの状態量、システムに対する入力、システムを駆動する際のノイズ (プロセスノイズ) であり、 $\dot{\underline{x}}$ は状態量の時間微分を表す。

またこのシステムを観測したときに得られる観測量 $\hat{\underline{z}}$ は、別の関数 h を用いて次の観測方程式によって記述される。

$$\hat{\underline{z}} = h(\underline{x}, \underline{u}, \underline{v}) + \underline{w} \quad (2.1.2)$$

多くの場合、実際に得られる観測量は、観測の際のノイズ (観測ノイズ) \underline{w} によって汚染されている。このことを強調して、実際に得られる観測量を真値 \underline{z} に対する推定値 $\hat{\underline{z}}$ と書いた。真値 \underline{z} と推定値 $\hat{\underline{z}}$ は次の関係がある。

$$\hat{\underline{z}} \equiv \underline{z} + \underline{w} \quad (2.1.3)$$

以上の式において、関数 h が既知であり、得られた観測量 \hat{z} から未知の関数 f を推定、決定し、システム方程式を得る問題がシステム同定である。また特に関数 f の形、例えば線形の関数である等、が既知、あるいは仮定がされている上で、関数 f に含まれるパラメータ群 Θ を決定するパラメータ推定問題もシステム同定に含まれる。

一般にシステム同定が行われる背景において、システム同定を行うこと、すなわちシステム方程式を決定すること、それ自身が最終目的であることはあまりない。つまりシステム同定によって得られたシステム方程式をさらに利用したい、例えばシステムの制御や特定の現象の解析に用いたがために行われることが専らである。つまるところ、システム同定によって得られるシステム方程式は後々の利用に適した形である必要がある。現象をいかに正確にあらわしているといえど複雑すぎるもの、例えば時間に対して非常に高次の方程式が得られたところで、その目的をなしえているとはいえない。

以上のようなシステム同定が行われる背景があるがゆえに、多くの応用例ではシステム方程式が最も単純かつ十分な形である線形であることが多い。システム方程式が線形であるとは、式 (2.1.1) において関数 f が、状態量 \underline{x} 、及び入力 \underline{u} に作用する行列 F, G によって、以下のように表される。

$$\dot{\underline{x}} = F\underline{x} + G\underline{u} + \underline{v} \quad (2.1.4)$$

このとき、システム同定は行列 F, G を決定するパラメータ推定問題に他ならない。

またシステム方程式のみならず観測方程式が線形であることもある。このとき、式 (2.1.2) において関数 g が、状態量 \underline{x} と入力 \underline{u} に作用する行列 H によって、以下のように表される。

$$\hat{z} = H \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{u} \end{bmatrix} + \underline{w} \quad (2.1.5)$$

2.2 状態量推定問題との関係

システム同定、特にパラメータ推定問題に密接に関連した問題として、状態量推定問題がある。本質的に両者の違いはないこと [12] を、ここでは示す。

状態量推定問題とは、式 (2.1.1) および (2.1.2) の関数 f や h が既知であり、得られた観測量 \hat{z} から状態量 \underline{x} を推定する問題である。状態量推定問題はシステム同定に比べて、非常に多くの研究が行われてきた。なぜなら多くのシステムにおいて、観測量 \hat{z} と状態量 \underline{x} が一致することないため、システムの挙動が既知、すなわち関数 f が得られていたとしても、その真なる状態 \underline{x} は推定を行わなければ得られないからである。よって、多くの知見が得られる状態量推定問題の手法を、システム同定にも応用できれば大変好ましい。

ここで状態量 \underline{x} について、式 (2.1.1) の関数 f を構成するパラメータ Θ まで拡大した拡大状態量 \underline{x}' を以下の式のように導入する。

$$\underline{x}' \equiv \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \Theta \end{bmatrix} \quad (2.2.1)$$

すると式変形によって、システム方程式 (2.1.1) は

$$\frac{d}{dt} \underline{x}' \equiv \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \Theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(\underline{x}, \Theta, \underline{u}, \underline{v}) \\ \frac{d}{dt} \Theta \end{bmatrix} \equiv f' \left(\begin{bmatrix} \underline{x} \\ \Theta \end{bmatrix}, \underline{u}, \underline{v} \right) = f'(\underline{x}', \underline{u}, \underline{v}) \quad (2.2.2)$$

と表すことが可能である。ここでパラメータは時間に対して変化するものとして扱った。もし時間に対してパラメータが変化しない(時不変)のであれば $\frac{d}{dt}\underline{\Theta} = \underline{0}$ である。一方、観測方程式 (2.1.2) は

$$\hat{z} = h(x, \underline{\Theta}, u, v) + w = h(x', u) + w \quad (2.2.3)$$

と表すことが可能である。なお以上の式において関数 f, g は、パラメータ $\underline{\Theta}$ の関数であることも強調するために、 $f(x, \underline{\Theta}, u, v)$ のような表記をした。

以上、式 (2.2.2)、および (2.2.3) にあるように、パラメータ推定問題は、拡大状態量 x' に対する状態量推定問題として扱うことが可能である。後の 5 章で言及する手法の多くが、これら状態量推定問題の解法を応用したものである。

2.3 飛行特性解析の標準的手順

本節では、小型 UAV の飛行特性を取得するために参考にした、一般の航空機の飛行特性を取得に対する標準的手順について、参考文献 [13, 14] に倣って述べる。図 2.1 はその一般の手順を示した流れ図であり、以下の小節で図に示した流れに従ってその詳細を記述する。またここで述べた手順に従い、次章以降では小型 UAV における飛行特性取得について述べていく。

2.3.1 数学モデルの仮定

まず第一に行われるのは、システム同定によって最終的にどのような形式で推定結果を得たいかを考慮のうえ、それを決定づける数学モデルを仮定することである。この数学モデルは、節 2.1 で述べたシステム方程式 (2.1.1) や観測方程式 (2.1.2) で構成され、システム同定の目的に応じて定められなければならない。そしてこの数学モデルは、航空機の飛行力学、つまりは航空機が飛行する際に発生する力、すなわち慣性力や、主翼および操舵デバイスから得る空気力、といった物理現象を定量的に評価した結果に則って定められる。

例えば本研究では、システム同定を小型 UAV の制御に役立てることが第一義の目的であるため、空力弾性といった詳細な現象まで出力として得られる必要はない。従って本研究で採用した小型 UAV の数学モデルは、通常の飛行特性を模擬するのに必要十分な、一般の航空機でよく用いられている有次元安定微係数をパラメータとする線形の方程式である。その詳細は第 3 章にて述べる。

2.3.2 飛行試験計画の設計と実施

数学モデルを仮定した後に行われるのが、飛行試験計画の設計と実施である。飛行試験を行う理由は、システム同定の出力として飛行特性を模した数学モデルを得るために、飛行試験でシステム同定の入力としての飛行ログを取得する必要があるからである。加えてその飛行ログは、どのような飛行方案によって得られたものでも構わないというわけではない。なぜなら、システム同定手法によって効率よく数学モデルを得るためには、解析対象の飛行ログに解析のヒントとなりうる重要な情報(英語の文献の多くは“data information content”と表記される)が含まれている必要があるからである。

この重要な情報を得るためには、航空機というシステムに対する入力、つまりは飛行試験における操舵

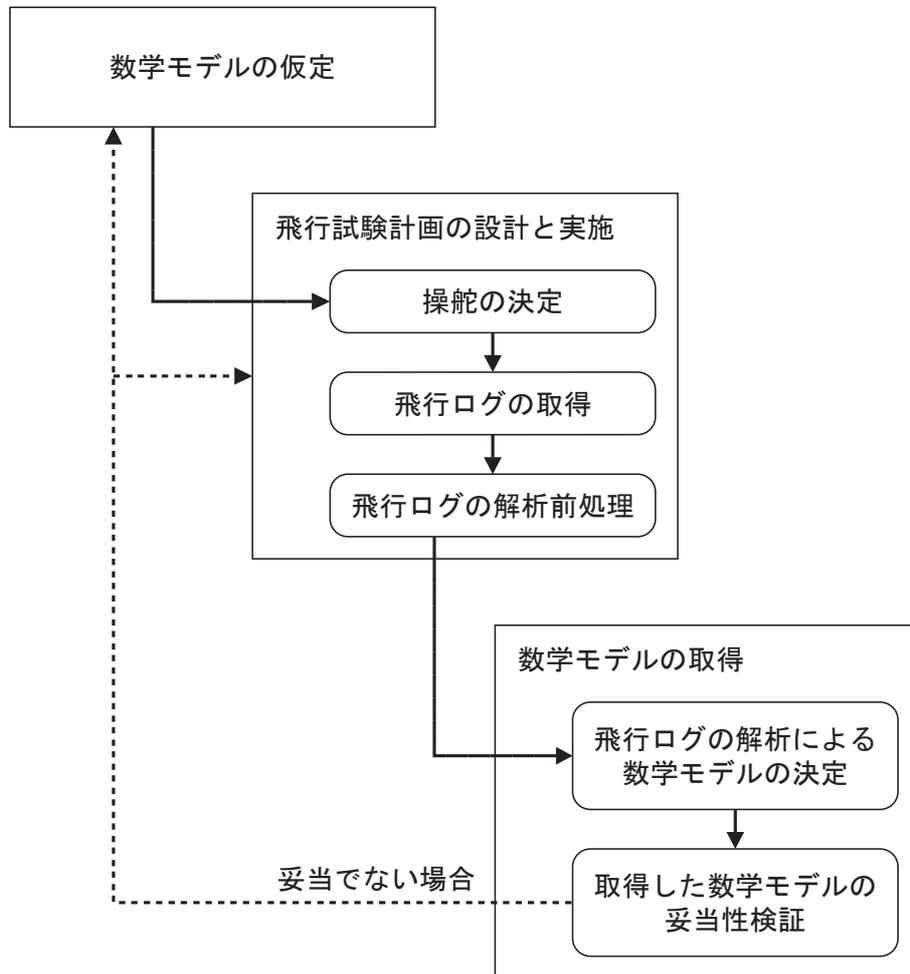


図 2.1: システム同定による航空機の飛行取得の一般的手順

の設計が最も重要である。そして飛行ログを取得する際に利用する機器の選定や、飛行ログの解析前処理などもこの過程において重要な要素となる。以下にその詳細を述べる。

飛行試験における操舵の決定

解析にあたって重要となる情報が含まれた飛行ログは、適切に設計された操舵によって得られる。ここで『重要となる情報』とは、航空機が有する特徴的な飛行状態のことをさす。例えば、航空機の縦の運動として代表的なものに長周期モードの運動、すなわちフゴイド運動などがあるが、このような運動が対応する。そしてこれらの運動は、本研究のように仮定した数学モデルが式 (2.1.4) のような線形のシステム方程式である場合、行列の固有値や固有ベクトルとして数学モデルの中に現れる。つまるところ、飛行試験における操舵は、前の段階で仮定した数学モデルを十分考慮の上、定められる必要がある。

飛行試験による飛行ログの取得

実際に飛行試験によって飛行ログを取得する際にも、前段階で仮定した数学モデルをよく考察しなければならない。まず、数学モデルにおける観測方程式 (2.1.2) を元に、姿勢や迎角など、どの値を飛行ログ

として取得する必要があるのか把握する。そして、値の取得にはセンサなどの観測機器を用いる必要があるが、それらによって取得される値は観測の際にノイズによって汚染されている。この観測ノイズは後の解析で悪影響を及ぼすので、その特性を十分に把握しておく必要がある。これらのことを踏まえた上で、実際に飛行試験を行い飛行ログを取得する。

なお本研究では、小型 UAV への搭載に適した観測機器が既存の製品では存在しなかったために、その開発を含めて観測機器の評価を行っている。詳しくは第 4 章にて述べる。

飛行ログの解析前処理

飛行ログを取得した直後に、システム同定手法によって解析を行うわけではない。これは前述の通り、観測機器のノイズなどによって、取得された飛行ログをそのまま解析を行うことが不適切なことが多いためである。そこで、センサのノイズ特性や 6 自由度の剛体の運動方程式など、仮定した数学モデル以外に利用可能な既知の情報を用いて、解析前の前処理 (参考文献 [13, 14] では“data compatibility”と題し詳しく述べられている) を行い、観測値の精度を向上させる。これは一種の状態量推定問題であり、拡張カルマンフィルタに代表される様々な手法を用いることによって解決される。

なお本研究では、観測装置にこの機能性をもたせた INS/GPS 複合航法装置を用いているため、この前処理は前の飛行ログ取得と同時に行われている。

2.3.3 飛行ログの解析による数学モデルの取得

ここでは前の飛行試験によって取得された飛行ログを解析することによって、仮定した数学モデルにおけるパラメータなどの未決定事項を推定する。また数学モデルを推定するのみにとどまらず、その結果の妥当性を検証することも必要である。以下にその詳細を述べる。

仮定した数学モデルにおけるパラメータの決定

取得した飛行ログを解析することによって、仮定した数学モデルにおけるパラメータなどを決定する。解析にあたって用いる手法は第 5 章で詳しく述べるが、カルマンフィルタに代表される状態量推定手法や最小二乗法などの回帰 (“Regression”) 法など、様々な手法が存在する。これらの手法を大別すると、2 つの対立軸で分類することができる。1 つは時間領域、あるいは周波数領域という、手法に対する入力の時系列データ、あるいは周波数系列のデータであるかという分類である。そしてもう 1 つは、オフライン、オンラインという、解析結果が出力されるタイミングでの分類である。手法はこれらの 2 つ対立軸を中心に、目的に適ったものを選ぶ、あるいは新規開発する必要がある。

本研究では、小型 UAV のシステム同定という未知の領域に挑むにあたって、まず第 5 章で航空機のシステム同定で一般的に用いられている手法を適用し、結果について考察を行った。更には続く第 6 章において、離散ウェーブレット変換による時間周波数情報を利用した小型 UAV により適した新手法を提案している。

得られた数学モデルの妥当性検証

解析によって得られた数学モデルは、別の目的で用いる前に十分に検証されなければならない。検証は、別の方法、例えば風洞試験や簡易推算法など、によって得られたモデルとの比較を行い、その差異に注目するのが一般的である。その他にも、得られた数学モデルを組み込んだシミュレーションを行い、適切な入出力関係が構築されているか、定性的に判断をすることも有効である。

検証の結果、得られた差異が十分に許容できるものであれば、得られた数学モデルをシステム同定の最終結果とすることができ、ここではじめて他の目的に使用することが可能である。逆にその差異が許容できない場合は、場合によっては数学モデルを仮定する初期段階から見直しを行い、妥当な結果が得られるまで、これまで述べてきた手順を繰り返し行う必要がある。

なお差異が妥当でない場合は、仮定した数学的モデルにおける誤りなど根本的な原因を抱えている場合もあることはあるが、飛行ログを取得した飛行試験の状態が望ましいものでない、例えば大気の状態が安定していなかった場合、といった比較的軽微な問題である場合がしばしばである。特に本研究で取り扱った小型 UAV は、突風に対して飛行が乱されやすいため、良い状態での飛行試験を行うことに最新の注意を払う必要がある。

第 3 章

数学モデル

本章では、小型 UAV の飛行特性をシステム同定で取得するために必要となる数学モデルについて述べる。その数学モデルは、有次元の安定微係数をパラメータとした線形化された微小擾乱方程式であり、本章ではまずはじめにその式について説明を行う。続けて、その数学モデルにおけるパラメータである安定微係数を簡易的に求める推算法について述べる。本章の最後では、節 1.2 にあげた本研究の対象となる 3 種類の小型 UAV について、参考となる安定微係数を示す。これは風洞試験に由来する実測値、または上で触れた簡易推算法による推算値によって構成されている。

3.1 数学モデル

ここでは座標系および変数の定義を行った後、数学モデルを定義する。

3.1.1 座標系の定義

数学モデルを定義するにあたって、機体軸、安定軸と呼ばれる 2 つの座標系を導入する。数学モデルでの変数は、機体軸で定義された値を扱う。一方、推算法では安定軸での定義を利用して推算し、後から機体軸での値に変換した方が都合がよい。以上のような理由で 2 つの座標系を導入した。以下、それぞれの説明を行う。

機体軸

機体軸の座標系は、対象とする航空機の重心を中心とした右手系の 3 次元直交座標系であり、機体の機首方向を $+X$ とする。通常航空機は左右対称であるが、その対称面上に X 軸と Z 軸をとり、 $+Z$ が重力方向に近くなるようにする。図 3.1 は機体軸での座標の取り方を示している。

安定軸

安定軸の座標系は、機体軸と同じく、対象とする航空機の重心を中心とした右手系の 3 次元直交座標系である。しかし $+X$ 方向は、トリムが取れて定常飛行している状態での進行方向とする。 $+Z$ 方向は、機体軸と同じく左右対称面上で X 軸と直交するよう、かつ $+Z$ が重力方向に近くなるよう設定する。図 3.2

は安定軸での座標の取り方を示している。

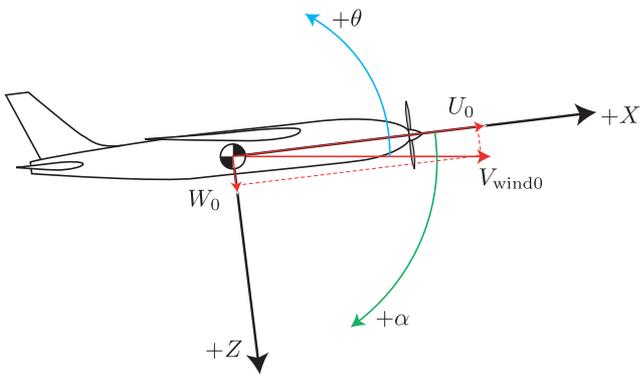


図 3.1: 機体軸

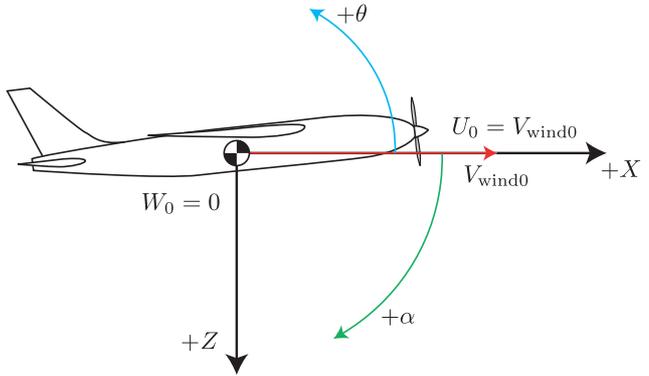


図 3.2: 安定軸

3.1.2 変数の定義

数学モデルで用いる変数は、表 3.1 にあげたように定義する。

ここでは定義の中にあられる有次元安定微係数について説明を加えよう。飛行中に発生する空気力またはモーメントのいずれかを A とすると、これは他の変数 a の関数と見ることができる。トリム状態の値 A_0 周辺でこれをテーラー展開すると

$$A = A_0 + \sum_a \left. \frac{\partial A}{\partial a} \right|_{A=A_0} (a - a_0) \quad (3.1.1)$$

となる(ただし a_0 はトリム状態における a の値)が、ここで $\frac{\partial A}{\partial a}$ が有次元安定微係数である。

なお有次元安定微係数でモーメントに関する L_a, N_a は、後で述べるシステム方程式を線形にするために、いわゆる primed derivative (参考文献 [15]) と呼ばれるものを用いている。これは慣性モーメントを I_{xx} のようにあらわすと、元の X, Z 軸に沿った定義である L_a, N_a とは

$$L'_a = \frac{L_a + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} N_a}{1 - \frac{I_{xz}^2}{I_{xx} I_{zz}}} \quad (3.1.2)$$

$$N'_a = \frac{N_a + \frac{I_{xz}}{I_{zz}} L_a}{1 - \frac{I_{xz}^2}{I_{xx} I_{zz}}} \quad (3.1.3)$$

の関係がある。

表 3.1: 変数の一覧

記号	説明 (注記)
U_0, V_0, W_0	トリム状態における X, Y, Z 軸の速度 (通常 $V_0 = 0$)
u, v, w	トリム状態からの X, Y, Z 軸の微小変化速度
α_0	トリム状態における迎角 ($\alpha_0 = \tan^{-1} \frac{W_0}{U_0}$)
α	トリム状態からの微小変化迎角 ($\alpha = \tan^{-1} \frac{W_0+w}{U_0+u} - \alpha_0 \approx \frac{w}{U_0}$ ($\because W_0 \ll U_0$) とする)
β	横滑り角 ($\beta = \sin^{-1} \frac{v}{\sqrt{(U_0+u)^2 + v^2 + (W_0+w)^2}} \approx \frac{v}{U_0}$ ($\because W_0 \ll U_0$) とする)
ϕ, θ, ψ	ロール、ピッチ、ヨー角
θ_0	トリムピッチ角 (機体軸では $\theta_0 = \alpha_0$)
ψ_0	トリムヨー角
p, q, r	ロール、ピッチ、ヨー角速度
a_x, a_y, a_z	X, Y, Z 軸の加速度
δ_e	エレベータ舵角、後縁下げが正
δ_t	スロットル (推力) の指令値
δ_a	エルロン舵角、機体後方から見て右主翼上のエルロンの後縁上げが正
δ_r	ラダー舵角、機体後方から見て後縁左が正
X_a, Y_a, Z_a	空気力に関わる有次元安定微係数で a の変化によるもの
L'_a, M'_a, N'_a	モーメントに関わる有次元安定微係数で a の変化によるもの

3.1.3 システム方程式と観測方程式

小型 UAV の飛行特性をあらわす数学モデルのシステム方程式として、一般の航空機でよく用いられる線形の擾乱方程式のうち、有次元の安定微係数をパラメータとする運動方程式を仮定した。

ここで、小型 UAV と一般の航空機では飛行特性に大きな違いがあるため、一般の航空機と同様のモデルを仮定することに問題があると思われるかもしれない。しかしながら最も大きな違いは、例えば短周期モードなどの特徴的な運動の時定数が異なることであり、それらはここで仮定する運動方程式の中の有次元安定微係数の値を変化させることによって反映されうるから、問題とならない。

加えてこのような単純な数学モデルを仮定する背景として、システム同定の結果推算された数学モデルは制御や誘導に供されるのであるから、単純かつ必要十分なモデルであればよいことは第 2 章でも述べた。さらに述べると、実際の飛行では複雑な挙動を行う可能性がある一般の有人航空機においても、ここで述べるような次元が低いモデルで近似を行うことが MIL 規格 [16] で定められており、飛行特性とパイロットによる評価を関連づける指標として利用されている [17]。

以下モデルを構成する式を述べていくが、これは縦の運動と横の運動に分けて述べていくことにする。それぞれについてまずシステム方程式を示し、続いて飛行ログとして取得すべき観測値を定めた観測方程式を述べる。なお、システム方程式の導出過程は参考文献 [18] に詳しくあるため、ここでは省略する。

縦の運動に関する方程式

縦の運動とは、状態量として u, α, θ, q が連成する運動であり、これは航空機を真横からみた2次元の動きに相当する。そして縦の運動に関するシステム方程式は、トリム状態で定常直線飛行をしているとすると、本来は以下の式であらわされる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & -W_0 & -g \cos \theta_0 \\ Z_u & Z_\alpha & \left(1 + \frac{Z_q}{U_0}\right) & -\frac{g}{U_0} \sin \theta_0 \\ M_u & M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & X_{\delta_e} \\ \frac{Z_{\delta_e}}{U_0} & \frac{Z_{\delta_r}}{U_0} \\ M_{\delta_e} & M_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_r \end{bmatrix} + \underline{v} \quad (3.1.4)$$

ここで変数は機体軸のものであり、 \underline{v} はプロセスノイズである。

しかしながら、飛行中の小型 UAV の正確な推力を得ることが困難であることがわかったため、スロットルの指令値 δ_r に関する安定微係数の推算是本研究では取り扱わないこととした。そのため、解析を行う飛行ログ取得の際にはスロットルの指令値を固定し定数として扱うこととし、縦の運動方程式を以下とする。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & -W_0 & -g \cos \theta_0 \\ Z_u & Z_\alpha & \left(1 + \frac{Z_q}{U_0}\right) & -\frac{g}{U_0} \sin \theta_0 \\ M_u & M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{Z_{\delta_e}}{U_0} \\ M_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e + \underline{v} \quad (3.1.5)$$

状態量に対する観測量を定義した観測方程式は、以下のようにした。まず状態量に直接関係あるものとして

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{\text{wind}} \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix}_{\text{obs direct}} &= \begin{bmatrix} \sqrt{(U_0 + u)^2 + (W_0 + w)^2} \\ \alpha + \alpha_0 \\ q \\ \theta + \theta_0 \end{bmatrix} + \underline{w} \\ &\approx \begin{bmatrix} U_0 + u + \frac{W_0}{2} (\alpha_0 + 2\alpha) \\ \alpha + \alpha_0 \\ q \\ \theta + \theta_0 \end{bmatrix} + \underline{w} \end{aligned} \quad (3.1.6a)$$

を定義し、そして間接的に関係あるものとして

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_x \\ a_z \end{bmatrix}_{\text{obs indirect}} &= \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} (U_0 + u) + q(W_0 + w) + g \sin(\theta_0 + \theta) \\ \frac{d}{dt} (W_0 + w) - q(U_0 + u) - g \cos(\theta_0 + \theta) \end{bmatrix} + \underline{w} \\ &= \begin{bmatrix} \dot{u} + qU_0(\alpha_0 + \alpha) + g \sin(\theta_0 + \theta) \\ U_0 \dot{\alpha} - q(U_0 + u) - g \cos(\theta_0 + \theta) \end{bmatrix} + \underline{w} \end{aligned} \quad (3.1.6b)$$

を定義した。ここで \underline{w} は観測ノイズを意味する記号である。また式 (3.1.6a) の最後において第一列目の

近似値を求める過程は、 $u, w \ll U_0$ を利用し

$$\begin{aligned}
\sqrt{(U_0 + u)^2 + (W_0 + w)^2} &= U_0 \sqrt{1 + 2\frac{u}{U_0} + \frac{u^2}{U_0^2} + \frac{W_0^2}{U_0^2} + 2\frac{W_0 w}{U_0^2} + \frac{w^2}{U_0^2}} \\
&\approx U_0 \sqrt{1 + 2\frac{u}{U_0} + \frac{W_0^2}{U_0^2} + 2\frac{W_0 w}{U_0^2}} \quad \left(\because \frac{u^2}{U_0^2}, \frac{w^2}{W_0^2} \ll 1 \right) \\
&\approx U_0 \left(1 + \frac{u}{U_0} + \frac{1}{2} \frac{W_0^2}{U_0^2} + \frac{W_0 w}{U_0^2} \right) \quad \left(\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} \text{ when } x \ll 1 \right) \\
&= U_0 + u + \frac{W_0}{2} (\alpha_0 + 2\alpha)
\end{aligned} \tag{3.1.7}$$

という変形を行っている。そして V_{wind} が表 3.1 と異なるが、これは飛行試験において縦の運動を行う際には、横の運動は一切行わないという条件を課したためである。この条件は、状態量に間接的に関係がある状態方程式 (3.1.6b) でも暗黙のうちに用いられている。

縦の運動に関して、飛行ログとして取得すべき値は、システムの入力として δ_e 、システムの出力として観測方程式 (3.1.6) の左辺である。

横の運動に関する方程式

横の運動とは、状態量として β, p, r, ϕ, ψ が連成する運動であり、これは航空機を真上からみた 2 次元の動きに相当する。そして横の運動に関するシステム方程式は、トリム状態で定常水平直線飛行をしているとすると、以下の式であらわされる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{U_0} & \frac{(W_0 + Y_p)}{U_0} & -\frac{(U_0 - Y_r)}{U_0} & \frac{g}{U_0} \cos \theta_0 & 0 \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\cos \theta_0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{Y_{\delta_r}}{U_0} \\ L'_{\delta_a} & L'_{\delta_r} \\ N'_{\delta_a} & N'_{\delta_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} + \underline{v} \tag{3.1.8}$$

ここで変数は機体軸のものであり、 \underline{v} はプロセスノイズを意味する。

状態量に対する観測量を定義した観測方程式は、以下のようにした。まず状態量に直接関係があるものとして

$$\begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix}_{\text{obs direct}} = \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi + \psi_0 \end{bmatrix} + \underline{w} \tag{3.1.9a}$$

を定義し、そして間接的に関係があるものとして、

$$\begin{aligned}
[a_y]_{\text{obs indirect}} &= \left[\frac{d}{dt} (V_0 + v) + rU_0 - g \cos \theta_0 \sin \phi \right] + \underline{w} \\
&= [\dot{\beta} + rU_0 - g \cos \theta_0 \sin \phi] + \underline{w}
\end{aligned} \tag{3.1.9b}$$

を定義した。ここで \underline{w} は観測ノイズであり、特に間接的に関係がある観測方程式 (3.1.9b) では縦の運動が行われない条件を想定している。

横の運動に関して、飛行ログとして取得すべき値は、システムの入力として δ_a, δ_r 、システムの出力として観測方程式 (3.1.9) の左辺である。

3.2 簡易推算法

ここでは前節で述べた有次元安定微係数の簡易的な推算方法を述べる。この簡易推算法は、本研究において次の3点で利用されており重要である。

- 第一に、推定による結果を評価するための参照値が必要となるが、風洞試験による計測結果が得られていない場合の代替値としての利用
- 第二に、第4章で述べる飛行ログの取得の際、適切な操舵入力を与えることによって情報を含む適切な飛行ログを生成する必要があるのだが、その操舵入力を作成するための利用
- 第三に、第5章、第6章で述べる飛行ログの解析手法のいくつかにおいて必要となる初期値を与える点での利用

そこで以下、詳細な導出過程は省略するが、参考文献 [18] に倣った簡易推算法について述べる。

3.2.1 安定軸での無次元安定微係数の推算

ここで示す簡易推算法では、まずはじめに表 3.2 および表 3.3 にあげる計算式で安定軸に対する無次元安定微係数を求める。なお無次元安定微係数の表記は、対応する有次元安定微係数を A_a とすれば、 C_{A_a} とした。ただし $C_{L\alpha}$ はモーメント L に関する値ではなく、揚力 (Lift) の迎角 α に対する変化、いわゆる揚力傾斜である。

表 3.2: 縦の無次元安定微係数の推算式

記号	推算式
C_{X_u}	$\frac{2}{\rho U_0 S} \frac{\partial T}{\partial u} - 2(C_D + C_L \tan \theta_0) - M_0 \frac{\partial C_D}{\partial M}$
C_{X_α}	$C_L \left(1 - \frac{2C_{L\alpha}}{\pi e AR}\right)$
C_{Z_u}	$-M_0 \frac{\partial C_L}{\partial M}$
C_{Z_α}	$-C_{L\alpha}$
C_{Z_q}	$-2V_h a_t$
$C_{Z_{\delta_e}}$	$-\frac{S_t}{S} a_t \tau_t$
C_{M_u}	$M_0 \frac{\partial C_M}{\partial M} + \text{Power plant effects}$
C_{M_α}	$a_w \left\{ (h - h_{mw}) - V_h \frac{a_t}{a_w} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} + V_{\text{fus}} \frac{2}{a_w}\right) \right\}$
$C_{M_{\dot{\alpha}}}$	$-2V_h \frac{l_t}{c} a_t \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$
C_{M_q}	$-2V_h \frac{l_t}{c} a_t$
$C_{M_{\delta_e}}$	$-V_h a_t \tau_t$
$C_{L\alpha}$	$a_w \left\{ 1 + \frac{a_t}{a_w} \frac{S_t}{S} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \right\}$

表 3.3: 横の無次元安定微係数の推算式

記号	推算式
$C_{Y\beta}$	$-\frac{S_f}{S} a_{\text{fin}} \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right)$
C_{Yp}	0
C_{Yr}	$\frac{S_f}{S} a_{\text{fin}} \left(2\frac{l_f}{b} + \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{r}}\right)$
$C_{Y\delta_r}$	$\frac{S_f}{S} a_{\text{fin}} \tau_{\text{fin}}$
$C_{L\beta}$	$-\frac{1}{6} \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} (a_0 \Gamma + C_L \tan \Delta) + C_{L\beta \text{int}}$
C_{Lp}	$-\frac{a_0}{12} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda}$
C_{Lr}	$\frac{a_0}{6} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda} C_L + \frac{z_{\text{fin}}}{b} \frac{S_f}{S} a_{\text{fin}} \left(2\frac{l_f}{b} + \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{r}}\right)$
$C_{L\delta_a}$	$\frac{a_0 \tau_{\text{aileron}}}{6(1+\lambda)} \{3(k_2^2 - k_1^2) - 2(1-\lambda)(k_2^3 - k_1^3)\}$
$C_{L\delta_r}$	$\frac{z_f \delta}{b} \frac{S_f}{S} a_{\text{fin}} \tau_{\text{fin}}$
$C_{N\beta}$	$V_{\text{fin}} a_{\text{fin}} \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} - 2V_{\text{fus}} \frac{\bar{c}}{b}\right)$
C_{Np}	$-\frac{a_0}{12} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda} \left(1 - \frac{2C_{L\alpha}}{\pi e \bar{A}} C_L\right)$
C_{Nr}	$-\frac{a_0}{6} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda} C_{D\text{wing}} + V_{\text{fin}} a_{\text{fin}} \left(2\frac{l_f}{b} + \frac{\partial \sigma}{\partial \hat{r}}\right)$
$C_{N\delta_a}$	(風洞試験より求める必要あり)
$C_{N\delta_r}$	$-V_{\text{fin}} a_{\text{fin}} \tau_{\text{fin}}$

3.2.2 機体軸における有次元安定微係数への変換

続いて表 3.4 にあげる計算式で、前述の安定軸における無次元安定微係数を、安定軸における有次元安定微係数に変換する。

最後に、表 3.5 を用いて、機体軸における有次元安定微係数を求める。

3.2.3 慣性モーメントの測定

簡易推算法では対象とする航空機の長さや重さ等が測定されている必要があることは述べたが、ここでは測定が比較的困難な慣性モーメントについて詳しく述べる。

本研究における慣性モーメントの測定は、図 3.3 に示したように、対象とする物体を天井から 2 本の糸で釣る方法で測定をした。この状態で微小な回転角で回転方向に振動させると、その周期から慣性モーメントが得られるという原理である。ここで図 3.4 にあげたように、 l を糸の長さ、 $2w$ を物体の幅、 θ を回転角度とすれば、回転の運動方程式から

$$I \frac{d^2}{dt^2} \theta \approx \frac{mg}{2} \frac{\theta w}{l} 2w \quad (3.2.1)$$

が成り立つ。ただし I が求める慣性モーメント、 m は物体の質量、 g は重力加速度である。

式を整理すると、

$$\frac{d^2}{dt^2} \theta \approx \frac{mgw^2}{Il} \theta \quad (3.2.2)$$

表 3.4: 無次元安定微係数と有次元安定微係数の関係

無次元 安定微係数	有次元 安定微係数	無次元 安定微係数	有次元 安定微係数
X_u	$\frac{\rho U_0 S}{2m} (C_{X_u} + 2C_L \tan \theta_0)$	Y_β	$\frac{\rho U_0^2 S}{2m} C_{Y_\beta}$
X_α	$\frac{\rho U_0^2 S}{2m} C_{X_\alpha}$	Y_p	$\frac{\rho U_0 S b}{4m} C_{Y_p}$
X_q	$\frac{\rho U_0 S \bar{c}}{4m} C_{X_q}$	Y_r	$\frac{\rho U_0 S b^2}{4m} C_{Y_r}$
Z_u	$\frac{\rho U_0 S}{2m} (C_{Z_u} - 2C_L)$	Y_{δ_r}	$\frac{\rho U_0^2 S}{2m} C_{Y_{\delta_r}}$
Z_α	$\frac{\rho U_0^2 S}{2m} C_{Z_\alpha}$	L_β	$\frac{\rho U_0^2 S b}{2I_{xx}} C_{L_\beta}$
Z_q	$\frac{\rho U_0 S \bar{c}}{4m} C_{Z_q}$	L_p	$\frac{\rho U_0 S b^2}{4I_{xx}} C_{L_p}$
Z_{δ_e}	$\frac{\rho U_0^2 S \bar{c}}{2m} C_{Z_{\delta_e}}$	L_r	$\frac{\rho U_0 S b^2}{4I_{xx}} C_{L_r}$
M_u	$\frac{\rho U_0 S \bar{c}}{2I_{yy}} C_{M_u}$	L_{δ_a}	$\frac{\rho U_0^2 S b}{2I_{xx}} C_{L_{\delta_a}}$
M_α	$\frac{\rho U_0^2 S \bar{c}}{2I_{yy}} C_{M_\alpha}$	L_{δ_r}	$\frac{\rho U_0^2 S b}{2I_{xx}} C_{L_{\delta_r}}$
$M_{\dot{\alpha}}$	$\frac{\rho U_0 S \bar{c}^2}{4I_{yy}} C_{M_{\dot{\alpha}}}$	N_β	$\frac{\rho U_0^2 S b}{2I_{zz}} C_{N_\beta}$
M_q	$\frac{\rho U_0 S \bar{c}^2}{4I_{yy}} C_{M_q}$	N_p	$\frac{\rho U_0 S b^2}{4I_{zz}} C_{N_p}$
M_{δ_e}	$\frac{\rho U_0^2 S \bar{c}}{2I_{yy}} C_{M_{\delta_e}}$	N_r	$\frac{\rho U_0 S b^2}{4I_{zz}} C_{N_r}$
		N_{δ_a}	$\frac{\rho U_0^2 S b}{2I_{zz}} C_{N_{\delta_a}}$
		N_{δ_r}	$\frac{\rho U_0^2 S b}{2I_{zz}} C_{N_{\delta_r}}$

となり、これは単振動の式である。この単振動の周期 T は

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgw^2}} \quad (3.2.3)$$

であるから、 T を測定することによって求める慣性モーメントは

$$I = \frac{mgT^2 w^2}{4\pi^2 l} \quad (3.2.4)$$

となる。

この測定方法の精度であるが、測定によって得られた結果が、内部の物体の配置から計算された慣性モーメントの推算値と十分に一致することから、十分なものといえる。表 3.6 に三菱 MARS07AF の慣性モーメントの測定値、および推算値を記すが、両者は十分に一致している。

3.3 各機体の有次元安定微係数の参考値

これまで本章ではモデル化として、有次元安定微係数を使ったシステム方程式や観測方程式をあげ、その推算方法について述べてきた。本章で示した有次元安定微係数は、第 5 章、および第 6 章で飛行ログをシステム同定の手法をもって解析することで得られるが、その手法を評価するためにも参考となる値が必要である。そこで本節では節 1.2 で述べた本研究が対象とする 3 種類の小型 UAV について、簡易推算法による推算、または風洞試験に由来する実測値を示す。

表 3.5: 機体軸と安定軸における有次元安定微係数の関係

機体軸での表現	安定軸での表現
X_u	$X_u \cos^2 \alpha_0 - (U_0 X_\alpha + Z_u) \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + U_0 Z_\alpha \sin^2 \alpha_0$
X_α	$X_\alpha \cos^2 \alpha_0 + (U_0 X_u - Z_\alpha) \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - U_0 Z_u \sin^2 \alpha_0$
X_q	$-Z_q \sin \alpha_0$
Z_u	$Z_u \cos^2 \alpha_0 - (U_0 Z_\alpha - X_u) \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - U_0 X_\alpha \sin^2 \alpha_0$
Z_α	$Z_\alpha \cos^2 \alpha_0 + (U_0 Z_u + X_\alpha) \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + U_0 X_u \sin^2 \alpha_0$
Z_q	$Z_q \cos \alpha_0$
Z_{δ_e}	$Z_{\delta_e} \cos \alpha_0 + X_{\delta_e} \sin \alpha_0$
M_u	$M_u \cos \alpha_0 - U_0 M_\alpha \sin \alpha_0$
M_α	$M_\alpha \cos \alpha_0 + U_0 M_u \sin \alpha_0$
$M_{\dot{\alpha}}$	$M_{\dot{\alpha}} \cos \alpha_0$
M_q	M_q
M_{δ_e}	M_{δ_e}
Y_β	Y_β
Y_p	$Y_p \cos \alpha_0 - Y_r \sin \alpha_0$
Y_r	$Y_r \cos \alpha_0 + Y_p \sin \alpha_0$
Y_{δ_r}	Y_{δ_r}
L'_β	$L'_\beta \cos \alpha_0 - N'_\beta \sin \alpha_0$
L'_p	$L'_p \cos^2 \alpha_0 - (L'_r + N'_p) \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + N'_r \sin^2 \alpha_0$
L'_r	$L'_r \cos^2 \alpha_0 + (L'_p - N'_r) \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - N'_p \sin^2 \alpha_0$
L'_{δ_a}	$L'_{\delta_a} \cos \alpha_0 - N'_{\delta_a} \sin \alpha_0$
L'_{δ_r}	$L'_{\delta_r} \cos \alpha_0 - N'_{\delta_r} \sin \alpha_0$
N'_β	$N'_\beta \cos \alpha_0 + L'_\beta \sin \alpha_0$
N'_p	$N'_p \cos^2 \alpha_0 - (N'_r - L'_p) \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - L'_r \sin^2 \alpha_0$
N'_r	$N'_r \cos^2 \alpha_0 + (N'_p + L'_r) \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + L'_p \sin^2 \alpha_0$
N'_{δ_a}	$N'_{\delta_a} \cos \alpha_0 + L'_{\delta_a} \sin \alpha_0$
N'_{δ_r}	$N'_{\delta_r} \cos \alpha_0 + L'_{\delta_r} \sin \alpha_0$

¹ X_q はゼロと仮定



図 3.3: エクゼクティブジェットの慣性モーメントの測定の様子

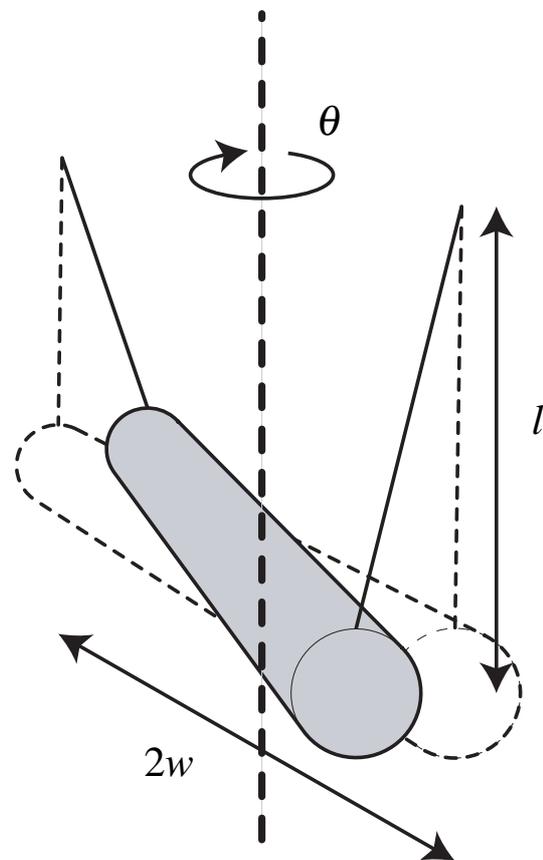


図 3.4: 慣性モーメントの測定

表 3.6: 三菱 MARS07AF の慣性モーメントの推算値および測定値

記号	推算値	測定値
I_{xx}	0.09	0.0968
$2w$ [m]		1.6
l [m]		0.09
T [s]		6.3
I_{yy}	0.13	0.127
$2w$ [m]		1.682
l [m]		0.185
T [s]		3.6
I_{zz}	0.2	0.194
$2w$ [m]		1.73
l [m]		0.214
T [s]		3.9

表 3.7-3.9 に、それぞれ機体における縦および横の運動に関する有次元安定微係数の参考値を示した。縦、横どちらにおいても、エクゼクティブジェットについては簡易推算法による値を示した。また、MARS07AF、オルカについては、主に風洞試験の結果を元に算出した値を示し、風洞試験を実施していない項目については簡易推算法による値を示した。また算出した値では水平定常飛行、すなわち $W_0 = 0$ をトリム状態としており、そのときの飛行速度 U_0 を変化させた値を示している。ここでは代表値として $U_0 = 15, 20, 25 \text{ m/s}$ の結果を示した。なお簡易推算法の値の妥当性について検証するため、MARS07AF とオルカにおける簡易推算法と風洞試験、それぞれによる値の比較を補遺 C.1 で行った。それによると簡易推算法による値は、大きさや符号の点で風洞試験による値と十分に一致しているため、参照値として用いることに問題はない。

表 3.7: 有次元安定微係数の参考値 (エクゼクティブジェット、簡易推算法)

U_0 [m/s]	15.0	20.0	25.0
X_u	-0.338	-0.386	-0.461
X_α	2.26	2.26	2.26
Z_u	-1.31	-0.981	-0.785
Z_α	-105	-186	-292
Z_q	-0.573	-0.765	-0.956
Z_{δ_e}	-6.86	-12.2	-19.1
M_u	0	0	0
M_α	-32.8	-58.4	-91.2
M_q	-7.13	-9.51	-11.9
M_{δ_e}	-85.3	-152	-237
Y_β	-19.3	-34.4	-53.7
Y_p	-0.0198	-0.0263	-0.0329
Y_r	0.148	0.197	0.247
Y_{δ_r}	1.73	3.08	4.80
L'_β	-20.0	-30.5	-43.9
L'_p	-10.3	-13.7	-17.2
L'_r	1.68	1.36	1.19
L'_{δ_a}	98.1	174	272
L'_{δ_r}	1.99	3.55	5.54
N'_β	3.82	6.80	10.6
N'_p	-0.0871	-0.0653	-0.0523
N'_r	-0.645	-0.840	-1.04
N'_{δ_a}	0	0	0
N'_{δ_r}	-6.33	-11.3	-17.6

表 3.8: 有次元安定微係数の参考値 (MARS07AF、風洞試験または簡易推算法)

U_0 [m/s]	15.0	20.0	25.0
X_u	-0.291	-0.388	-0.485
X_α	5.16	9.17	14.3
Z_u	-1.36	-1.81	-2.27
Z_α	-134	-238	-371
Z_q	(-0.631)	(-0.841)	(-1.05)
Z_{δ_e}	-3.94	-7.00	-10.9
M_u	(0)	(0)	(0)
M_α	-57.5	-102	-160
M_q	(-6.42)	(-8.55)	(-10.7)
M_{δ_e}	-58.2	-104	-162
Y_β	-16.3	-29.0	-45.4
Y_p	(0)	(0)	(0)
Y_r	(0.378)	(0.504)	(0.630)
Y_{δ_r}	3.60	6.39	9.99
L'_β	-156	-278	-434
L'_p	(-55.3)	(-73.8)	(-92.2)
L'_r	(9.51)	(12.7)	(15.8)
L'_{δ_a}	300	534	834
L'_{δ_r}	17.7	31.4	49.0
N'_β	46.0	81.7	128
N'_p	(5.64)	(7.52)	(9.40)
N'_r	(-3.57)	(-4.77)	(-5.96)
N'_{δ_a}	-40.9	-72.8	-114
N'_{δ_r}	-26.7	-47.5	-74.1

* 括弧内は簡易推算法による値、その他は風洞試験による値

以上の参考値から各小型 UAV の特徴的な運動における時定数を推算することができる。ここでは縦の運動での短周期モードとフゴイドモード、横の運動でのダッチロールモードに対しての時定数である、運動の周期を求めた結果を記す。

推算には参考文献 [18] にある以下の式を利用した。

$$\omega_{\text{short}} = \sqrt{-M_\alpha + \frac{Z_\alpha M_q}{U_0}} \quad (3.3.1a)$$

$$\omega_{\text{phugoid}} = \sqrt{2gU_0} \quad (3.3.1b)$$

表 3.9: 有次元安定微係数の参考値 (オルカ、風洞試験または簡易推算法)

U_0 [m/s]	15.0	20.0	25.0
X_u	(-0.134)	(-0.0810)	(-0.0679)
X_α	2.41	4.29	6.70
Z_u	(-1.31)	(-0.981)	(-0.785)
Z_α	-80.9	-144	-225
Z_q	(-0.457)	(-0.609)	(-0.762)
Z_{δ_e}	-7.86	-14.0	-21.8
M_u	(0)	(0)	(0)
M_α	-49.9	-88.8	-139
M_q	(-3.16)	(-4.21)	(-5.26)
M_{δ_e}	-55.3	-98.3	-154
Y_β	-10.2	-18.2	-28.4
Y_p	(-0.0392)	(-0.0522)	(-0.0653)
Y_r	(0.134)	(0.179)	(0.224)
Y_{δ_r}	2.56	4.54	7.10
L'_β	-53.9	-95.8	-150
L'_p	(-26.6)	(-35.5)	(-44.3)
L'_r	(6.57)	(5.19)	(4.42)
L'_{δ_a}	151	269	421
L'_{δ_r}	13.5	23.9	37.4
N'_β	14.1	25.2	39.3
N'_p	(-2.41)	(-3.07)	(-3.76)
N'_r	(-0.116)	(-0.384)	(-0.627)
L'_{δ_r}	13.1	23.3	36.4
N'_{δ_r}	-10.8	-19.1	-29.9

* 括弧内は簡易推算法による値、その他は風洞試験による値

$$\omega_{\text{dutch}} = \sqrt{N'_\beta - \frac{N'_p L'_p}{N'_\beta}} \quad (3.3.1c)$$

ただし ω_{short} , ω_{phugoid} , ω_{dutch} はそれぞれ短周期、フゴイド、ダッチロールの時定数に対応した角速度である。表 3.10 に各機体における時定数を示したが、どの機体でも短周期では 1s 程度、フゴイドは数秒、ダッチロールは 1-3s 程度の値となっていることが見て取れる。

表 3.10: 小型 UAV の特徴的な運動における時定数の推算値

機体	U_0 [m/s]	短周期 [s]	フゴイド [s]	ダッチロール [s]
エクゼクティブ ジェット	15.0	0.690	6.79	3.14
	20.0	0.518	9.05	2.38
	25.0	0.414	11.3	1.92
MARS07AF	15.0	0.587	6.79	1.11
	20.0	0.440	9.05	0.831
	25.0	0.352	11.3	0.665
オルカ	15.0	1.13	6.79	2.69
	20.0	0.852	9.05	2.11
	25.0	0.68	11.3	1.72

3.4 まとめ

本研究では小型 UAV の飛行特性をシステム同定で取得するために必要となる数学モデルのうちシステム方程式として、有次元安定微係数を構成要素とする線形微小擾乱方程式を用いることにした。本章ではこの方程式を縦、および横の運動に分けて詳しく述べた。またシステム方程式に含まれる状態量のうち、どの値を飛行ログとして観測すべきかを定義した観測方程式についても述べた。

さらにシステム方程式を構成する有次元安定微係数の簡易推算方法について述べた。この簡易推算方法、または風洞試験に基づいて、本研究の対象とした3種類の小型 UAV について有次元安定微係数を推算したが、これはこの後の章において飛行ログを解析して得られた結果との比較の際に参照値として機能する。

第 4 章

飛行ログの取得

本章では小型 UAV の飛行ログの取得に関して述べる。本章の構成であるが、まずは小型 UAV の飛行ログを精度よく取得するために新規に構成したアビオニクスの中核について述べる。このアビオニクスは、MEMS INS/GPS 複合航法装置、エアデータセンサ、コマンドロガーの 3 つの要素で構成され、全容を述べた後はこれらの詳細について順に述べていく。ここでは各構成要素の動作原理や性能の評価、性能改善のための提案などを示していく。その後、実際に取得された飛行ログを示すが、ここでは飛行特性取得を容易にするために導入した操舵入力も示す。最後に、本研究の目的である小型 UAV の飛行特性取得が取得された飛行ログによって可能か検証するために、アビオニクスの誤差をモデル化し行ったモンテカルロシミュレーションについて述べる。

4.1 飛行ログ取得に用いたアビオニクスの概要

飛行ログ取得のために新規に構成されたアビオニクスの概観を、図 4.1 にあげる。図ではアビオニクスの他に電動モータなど小型 UAV を構成する他の部品も示されているが、アビオニクスの大きさはそれらと同程度の大きさであり、本研究が対象とした 3 機種の小型 UAV いずれにおいても、その胴体に格納するのに十分な小ささである。重量についても、細かい構成の差異によって多少変化があるものの最大構成のものでも 200g 以下であり、これについても十分に搭載可能な重量である。なお本研究で用いた小型 UAV を構成する部品の中で、最大の重量を占めるのは電力を供給する電池である。電池の重量はその容量と相関するが、飛行を行うため必要となる最軽量のものでも、アビオニクス全体の重量である 200g よりも重い。

アビオニクスの構成は、図 4.2 に示されている。図にあるとおり、アビオニクスは MEMS INS/GPS 複合航法装置、エアデータセンサ、コマンドロガーを構成要素としている。表 4.1 には、これらの要素が前章で示した観測方程式 (3.1.6)、および (3.1.9) の左辺におけるどの値を計測するのに用いられるか示した。MEMS INS/GPS 複合航法装置はその名の通り、航法情報、すなわち姿勢や対地速度などの時間履歴を得る。エアデータセンサは風速や風向といった風に対する情報を取得する。そしてコマンドロガーは操舵入力の時間履歴を取得する。

これらの構成要素はそれぞれ胴体内部で適切な場所に配置される。設置位置によって値が変わる要素については、特に注意しなければならない。まとめると以下の点である。

- MEMS INS/GPS 複合航法装置はできるだけ重心位置に設置する
- MEMS INS/GPS 複合航法装置にあるセンサが電動モータ等の振動と共振してしまうと精度を著しく損なうので、 α GEL や β GEL などを利用して免振する必要がある
- エアデータセンサを構成するピトー管は風に対する情報を正確に捉えられるよう、機体が風に悪影響を及ぼさない機首に設置する
- エアデータセンサを構成するピトー管とセンサ部は、脈動や遅れを抑えるためできるだけ近傍に配置し、短いチューブで圧力を導く

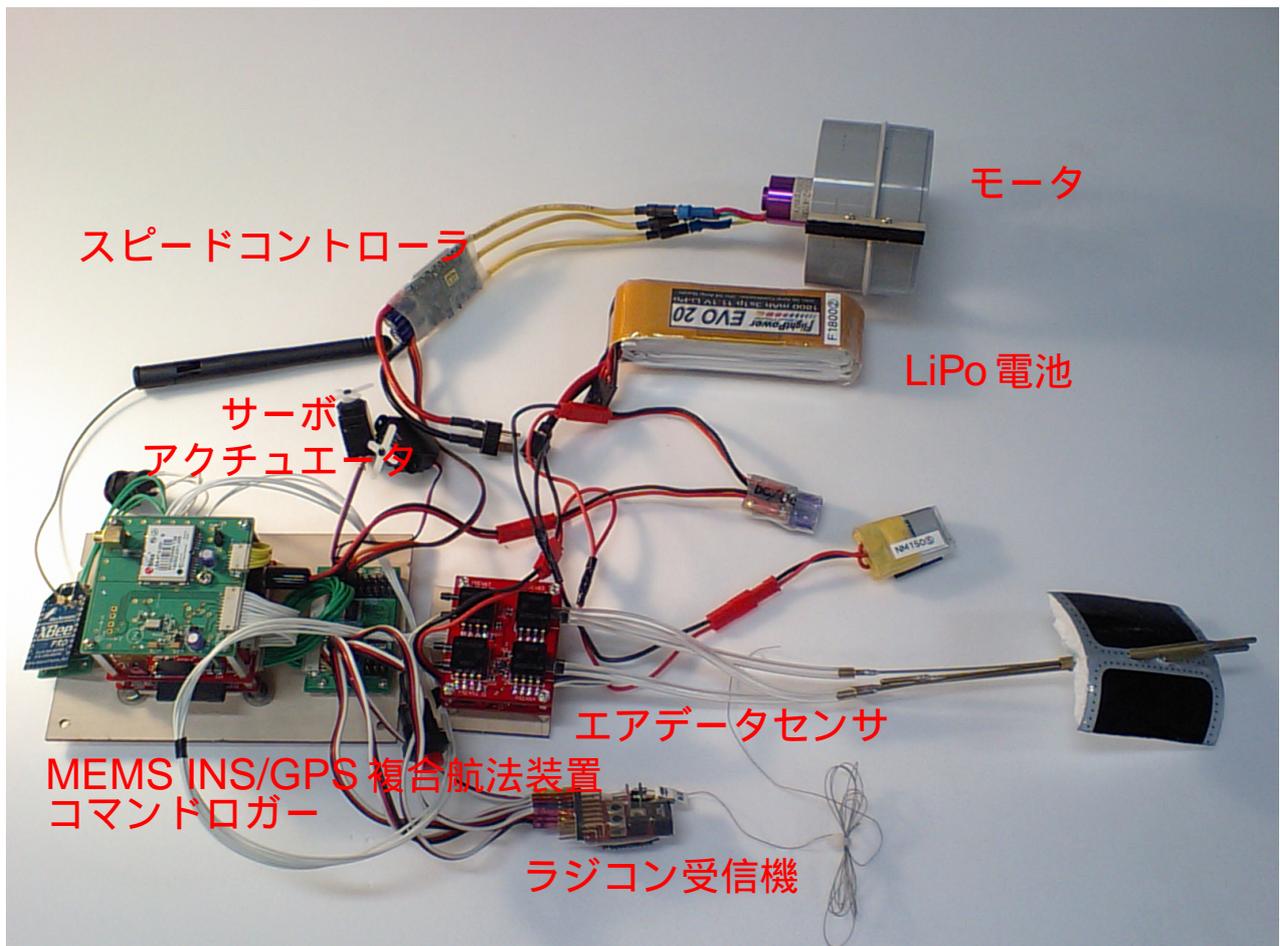


図 4.1: アピオニクスを含めた機体内部の全部品

次節以降では構成要素ごとに詳細を述べていくが、本節の最後としてそれらに含まれない特徴を以下にいくつか述べることにする。

- アピオニクスの電源は別系統であるため、もし電源に故障が発生しても小型 UAV の飛行には支障をきたさない設計とした
- 上記の安全機構と関係するが、特にコマンドロガーには緊急時にパイロットの手動操縦による強制介入が可能としている
- USB 端子を搭載しており、全ての情報をここから計算機へ取り込むことが可能

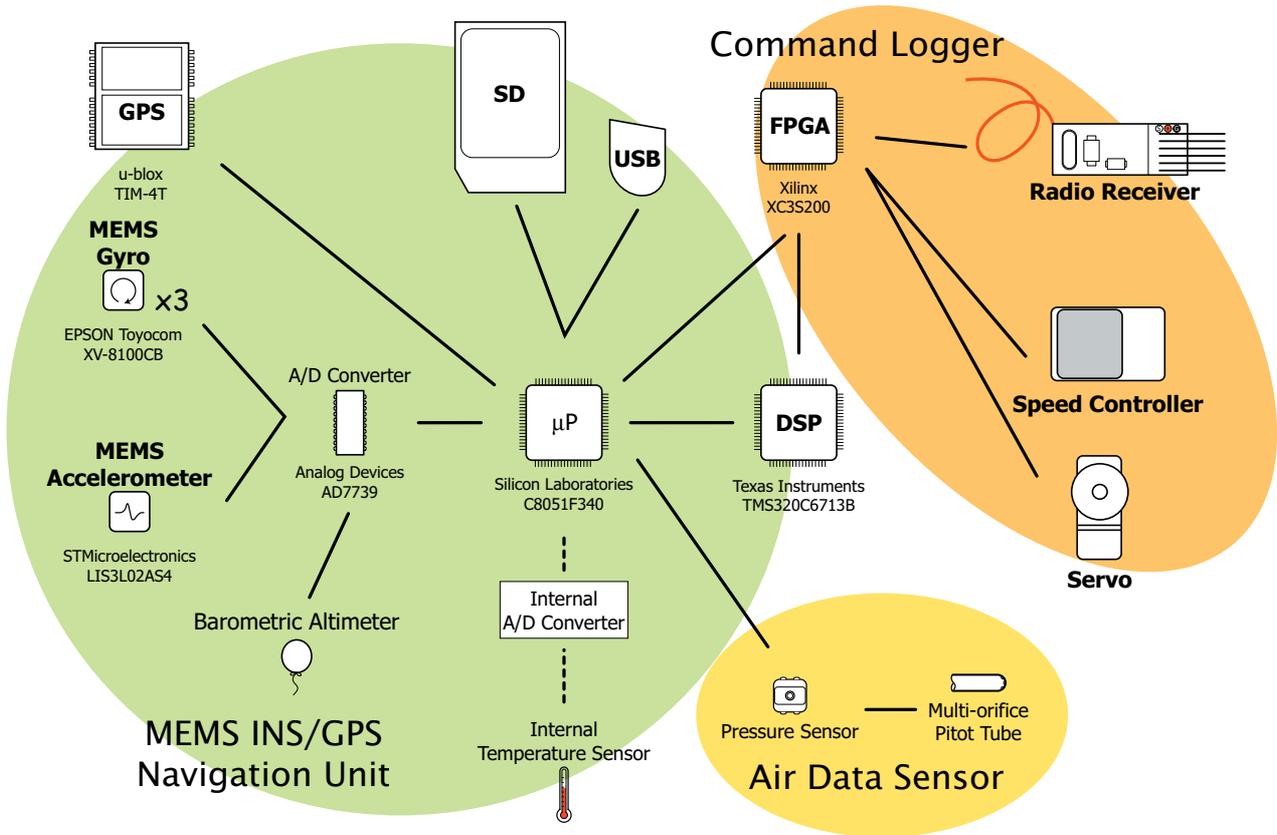


図 4.2: アビオニクスの構成図

- データ保存用の記録媒体として SD カードを採用しており、一般的な計算機での読み書きが簡便である

4.2 MEMS INS/GPS 複合航法装置

4.2.1 原理

MEMS INS/GPS 複合航法装置は、2 つの航法装置、すなわち慣性航法装置 (Inertial Navigation System, INS)、および GPS (Global Positioning System) 受信機を組み合わせた航法装置である。本研究で用いる INS では、微細加工技術 (Micro Electro Mechanical Systems, MEMS) を応用した 6 自由度 (3 軸加速度の 3 軸角加速度) の慣性センサを利用しており、最終的な出力として位置や速度、姿勢が得られる。一方の GPS 受信機は地球を周回する GPS 人工衛星からの電波を受信し、三角測量を利用することで、地球上での位置や速度が最終出力として得られる装置である。そして複合航法装置全体としては、位置や速度、姿勢といった航法情報が得られる。

2 つの航法装置を組み合わせる必要があるのは、MEMS 慣性センサの精度が低いために INS 単体では精度が確保できないからである。INS を構成するにあたって必要となるのは慣性センサ、すなわち、加速度を測定する加速度計、および角速度を測定するジャイロである。これらの選定方法は参考文献 [19, 20]

表 4.1: アピオニクス構成要素と取得する値

記号	説明	MEMS INS/GPS 複合航法装置	エアデータセンサ (ADS)	コマンドロガー
ψ	ヨー角	✓		
θ	ピッチ角	✓		
ϕ	ロール角	✓		
p	ロール角速度	✓		
q	ピッチ角速度	✓		
r	ヨー角速度	✓		
a_x	機体固定 X 軸加速度	✓		
a_y	機体固定 Y 軸加速度	✓		
a_z	機体固定 Z 軸加速度	✓		
V_{wind}	対気速度		✓	
α	迎角 (Angle of attack, AOA)		✓	
β	横滑り角		✓	
δ_e	エレベータ舵角			✓
δ_a	エルロン舵角			✓
δ_r	ラダー舵角			✓

に詳しいが、これによると本研究で用いたような小型 UAV に搭載可能な汎用的な MEMS 慣性センサは、現在の製品水準では INS 用として使うには精度が悪すぎるとある。しかしながら、より高精度のセンサ、例えばリングレーザージャイロや光ファイバージャイロといったセンサは、大きく重過ぎるため小型 UAV に搭載するに搭載することができない。そこで MEMS INS と同程度に軽く小さいカーナビゲーションなどに用いられている汎用 GPS 受信機を、INS と組み合わせることで精度を確保しようとした。

一方、GPS 受信機単体では問題があるかということ、汎用 GPS 受信機は航空機の挙動を知る上で 2 つの欠点を持つため不十分である。すなわち、単体では姿勢を得ることができない点、そして情報の更新周期が高々数 Hz と遅い点である。しかしこれらは INS と GPS を組み合わせることによって解消される。INS と GPS、両者は相補的な関係にあり、優れた組み合わせだといえる。

他の手法としては、GPS 受信機を複数使用し高精度測位を行うことで姿勢も求められるようにする方法 [21]、あるいは画像と組み合わせることによって INS を補強する方法 [22] などが先行研究としてあるが、これらは姿勢推定が時折大きく失敗したり、搭載機器が大掛かりとなることが問題であり、本研究では採用しなかった。

以下では後述する精度向上の議論等に必要となる、INS と GPS の結合手法 (図 4.3、ただし図中の Lever arm effect については小節 4.2.4 で後述) について式をあげて述べることにする。複合手法はいわゆる Loose-coupling と呼ばれる、GPS 受信機の最終的な出力である位置や速度を INS への補正として使う一般的な方法を採用し、具体的な実装には拡張カルマンフィルタ (EKF, 節 A.7) を用いた。そこで EKF の 2 つの状態、すなわち時間更新と観測更新に分けてその計算過程の概略を述べる。なお式の詳細については

付録 B に譲る。

なお、結合手法として Loose-coupling を採用した理由を述べておく。参考文献 [19] の節 13.7 によると、結合手法として Loose-coupling 以外にも、Tight-coupling と呼ばれる GPS 受信機の生出力である搬送波位相やドップラーで補正する方法、Deep-coupling と呼ばれる GPS 受信機の内部にある相関器にまで補正を及ぼす方法などが知られている。しかし、これらは計算負荷が Loose-coupling よりも重い。加えてこれらの手法は、高層ビルが建つ都市部やジャミング環境下など、GPS 衛星が必要個数以下しか可視でないときに主に効果が発揮されるが、小型 UAV においてはそのような状況は起こりにくい。従って計算負荷が軽い Loose-coupling を用いた。

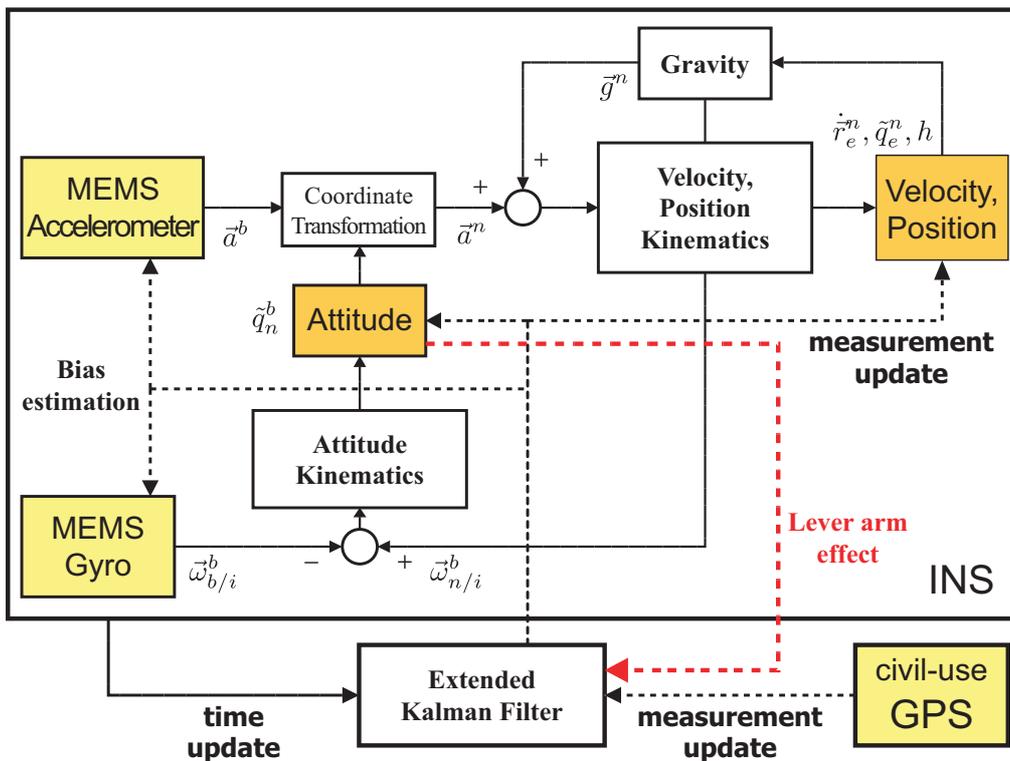


図 4.3: INS と GPS の結合アルゴリズム

座標系、および記号

結合方式を述べるにあたって座標系や記号をいくつか導入する。図 4.4、および表 4.2 に導入する 5 つの座標系、および名前一覧をそれぞれ示すが、いずれの座標系も右手直交座標系である。また以下では、表 4.3 の記号を用いるが、添え字について x_1^2 は 1-Frame に関する x を 2-Frame で測定した値、 $x_{1/2}^3$ は 2-Frame に対しての 1-Frame の回転を 3-Frame で測定した値である。

時間更新

時間更新では加速度計やジャイロから加速度、角速度が一定時間間隔毎に得られるごとに行い

$$\hat{\underline{x}} \leftarrow \hat{\underline{x}} + \int_{\Delta T} f(\hat{\underline{x}}, \hat{\underline{u}}) dt \approx \hat{\underline{x}} + f(\hat{\underline{x}}, \hat{\underline{u}}) \Delta T \tag{4.2.1}$$

表 4.2: INS/GPS アルゴリズムで導入される座標系の名前

記号	名前
<i>i-Frame</i>	慣性座標系
<i>e-Frame</i>	地球中心地球固定座標系
<i>g-Frame</i>	測地座標系
<i>n-Frame</i>	航法座標系
<i>b-Frame</i>	機体固定座標系

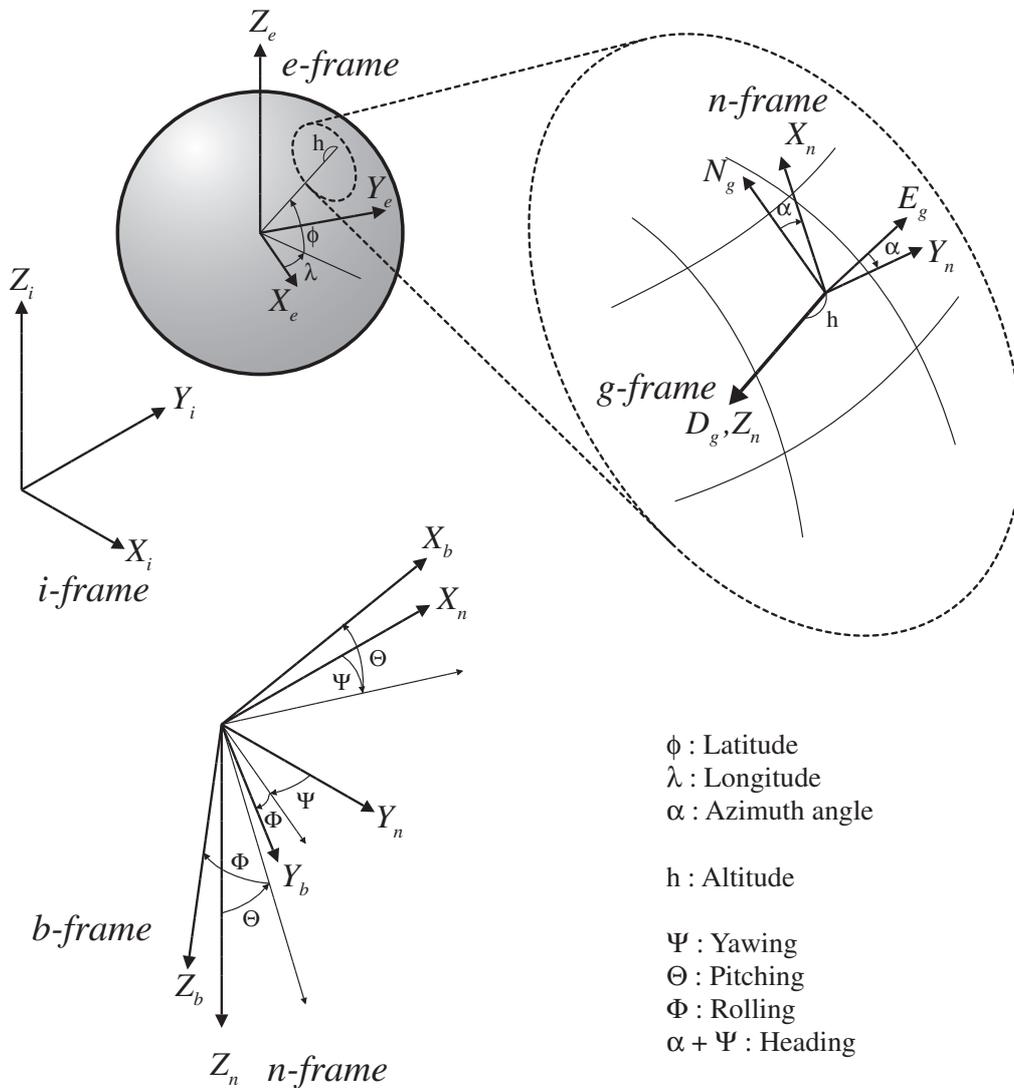


図 4.4: INS/GPS アルゴリズムで導入される座標系

表 4.3: INS/GPS アルゴリズムで導入される記号

記号	説明
\vec{g}^n	地球重力
\vec{r}_e	地球中心から見た位置
$\dot{\vec{r}}_e^n$	地球に対する速度ベクトルを n -Frame で観測した値
\vec{a}^b	慣性空間に対する加速度を b -Frame で計測した値 (3 軸加速度計の出力)
$\vec{\omega}_{b/i}^b$	慣性空間に対する回転を b -Frame で計測した値 (3 軸ジャイロの出力)
$\vec{\omega}_{e/i}^e$	慣性空間に対する地球の回転速度ベクトルを e -Frame で計測した値
$\vec{\omega}_{n/e}^n$	e -Frame に対する n -Frame の回転を n -Frame で計測した値
\vec{q}_e^n	緯度、経度、アジムス角を表すクォータニオン
\vec{q}_n^b	姿勢、すなわちロール、ピッチ、ヨー角をあらわすクォータニオン
h	高度

のように更新を行う。ここで \hat{x}, \hat{u} は INS/GPS を 1 つのシステムとしてみた時の状態量および入力 of 推定値であり、その真値について

$$\underline{x} \equiv \begin{bmatrix} \dot{\vec{r}}_e^n \\ \vec{q}_e^n \\ h \\ \vec{q}_n^b \\ \underline{b} \end{bmatrix} \quad (4.2.2)$$

$$\underline{u} \equiv \begin{bmatrix} \vec{a}^b \\ \vec{\omega}_{b/i}^b \\ \vec{g}^n \\ \delta \vec{b} \end{bmatrix} \quad (4.2.3)$$

と定義される。ただし、 $\dot{\vec{r}}_e^n, \vec{q}_e^n, \vec{q}_n^b$ は、それぞれ地球上における速度や位置 (緯度や軽度)、地表面に対する姿勢であり、 h, \underline{b} は高度、センサのゼロ点である。一方、 $\vec{a}^b, \vec{\omega}_{b/i}^b$ は加速度、および角速度であり、 $\vec{g}^n, \delta \vec{b}$ は重力、センサのゼロ点ドリフトである。 $\hat{\vec{a}}^b$ と $\hat{\vec{\omega}}_{b/i}^b$ については 3 軸の MEMS 加速度計、および 3 軸の MEMS ジャイロから取得される。 \underline{b} は加速度計とジャイロの自由度、すなわち 6 のスカラー量によって構成される。従って \underline{x} は 18 のスカラー量、 \underline{u} は 15 のスカラー量で構成されている。

式 (4.2.1) において、関数 f は、状態量および入力の真値 $\underline{x}, \underline{u}$ について成り立つ

$$\frac{d}{dt} \underline{x} = f(\underline{x}, \underline{u}) \quad (4.2.4)$$

という関係より導出される。これは慣性航法方程式と呼ばれる式であり、節 B.1 でその具体的な式を述べる。

また \underline{b} は、参考文献 [23] に倣い 1 次のガウスマルコフ過程に従うとして

$$\frac{d}{dt} \underline{b} = -B\underline{b} + \underline{w} \quad (4.2.5)$$

のようにモデル化した。ここで B は対角行列であり、 \underline{w} はホワイトノイズである。

以上のように状態量の推定値 \hat{x} の更新を行うとともに、EKF のシステム共分散行列 P を

$$P \leftarrow \Phi P \Phi^T + \Gamma Q \Gamma^T \quad (4.2.6)$$

のように更新する。ここで P, Q は

$$P \equiv E \left[\Delta \underline{x} (\Delta \underline{x})^T \right] \quad (4.2.7)$$

$$Q \equiv E \left[\Delta \underline{u} (\Delta \underline{u})^T \right] \quad (4.2.8)$$

のように定義され、 Q は慣性センサのホワイトノイズ成分によって決定される共分散行列である。さらに上式において、記号 Δ は推定値と真値の差をあらわし、遷移行列 Φ, Γ は式 (4.2.4) から決定される。

また $\Delta \tilde{q}$ は微小 3 次元ベクトル $\vec{\delta}$ を用いて

$$\Delta \tilde{q} \equiv \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ \vec{\delta} \end{array} \right\} \tilde{q} - \tilde{q} \quad (4.2.9)$$

と積算型で定義した。このようにすると右辺第一項のノルムは

$$\begin{aligned} \left\| \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ \vec{\delta} \end{array} \right\} \tilde{q} \right\| &\equiv \left\| \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ \vec{\delta} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} q_0 \\ \vec{q} \end{array} \right\} \right\| = \left\| \left\{ \begin{array}{c} q_0 - \vec{\delta} \cdot \vec{q} \\ \vec{q} + q_0 \vec{\delta} + \vec{\delta} \times \vec{q} \end{array} \right\} \right\| \\ &= \sqrt{(q_0 - \vec{\delta} \cdot \vec{q})^2 + \|\vec{q} + q_0 \vec{\delta} + \vec{\delta} \times \vec{q}\|^2} \\ &\approx \sqrt{(q_0^2 - 2q_0(\vec{\delta} \cdot \vec{q})) + (\vec{q} \cdot \vec{q} + 2q_0(\vec{\delta} \cdot \vec{q}))} \\ &\quad (\because \|\vec{\delta}\| \ll 1, \vec{q} \cdot (\vec{\delta} \times \vec{q}) = 0) \\ &= \sqrt{q_0^2 + \vec{q} \cdot \vec{q}} = \left\| \left\{ \begin{array}{c} q_0 \\ \vec{q} \end{array} \right\} \right\| \equiv \|\tilde{q}\| \end{aligned} \quad (4.2.10)$$

と右辺第二項のノルムと等しくなり、式 (4.2.9) はノルムが 0 の非常に微小なクォータニオンを表現できていることが確認できる。

ここにおいて $\Delta \underline{x}$ は

$$\Delta \underline{x} \equiv \begin{bmatrix} \Delta \vec{r}_e^m \\ \vec{\delta}_e^n \\ \Delta h \\ \vec{\delta}_n^b \\ \Delta b \end{bmatrix} \quad (4.2.11)$$

と 16 のスカラー量で構成されることになり、 P は 16×16 の行列である。

ところで、式 (4.2.4) のように状態量としてクォータニオンを用いたこと、そして式 (4.2.9) でその微小量についてノルムが変化しないように設定したこと、この 2 点は極めて重要である。なぜならこのように設定することによって、オイラー角を用いて定式化を行った際には発生する特異点を除去することができ、連続ではないものの 1 階の微分において極めて滑らかになる。そのためシステム全体での非線形性は弱く、結合の方式として EKF で十分であり、例えば非線形性が強い場合に効果を発揮するが計算負荷が大きいアンセンテッドカルマンフィルタ (UKF、節 A.8 参照) を利用する必要はなく優れている。先行研究 [24, 25, 26] では EKF ではなく UKF を利用しているが、これらは全て地球上の位置の表現としてオイラー角、すなわち緯度や経度を利用している。

観測更新

観測更新は、GPS 受信機から観測量 \underline{z} が得られた際に以下に示す演算によって完了する。ここで観測量 \underline{z} は

$$\underline{z} \equiv \begin{bmatrix} \dot{\tilde{r}}_e^n \\ \tilde{q}_e^n \\ h \end{bmatrix}_{\text{GPS}} \quad (4.2.12)$$

のように定義され、速度や位置の 8 個のスカラー量によって構成される。これと状態量 \underline{x} の間には観測方程式

$$\underline{z} = h(\underline{x}) + \underline{w} \quad (4.2.13)$$

が成り立ち、これを時間更新で導入した記号 Δ で書き改めれば

$$\underline{z} - h(\hat{\underline{x}}) = -H_\Delta \Delta \underline{x} + \underline{w} \quad (4.2.14)$$

となる。ここで \underline{w} は観測誤差であり、また行列 H_Δ は

$$H_\Delta \Delta \underline{x} \equiv h(\hat{\underline{x}}) - h(\underline{x}) \quad (4.2.15)$$

となるよう設定される (節 B.1 参照)。小型 UAV へ設置の場合、GPS アンテナは概ね INS の近傍にあるため、観測方程式 (4.2.14) は

$$\underline{z} \equiv \begin{bmatrix} \dot{\tilde{r}}_e^n \\ \tilde{q}_e^n \\ h \end{bmatrix}_{\text{GPS}} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{r}}_e^n \\ \tilde{q}_e^n \\ h \\ \tilde{q}_n^b \\ \underline{b} \end{bmatrix} + \underline{w} \quad (4.2.16)$$

となる。これは GPS 受信機は受信アンテナの位置や速度を測位していることによる。

そして状態量の推定値 $\hat{\underline{x}}$ 、およびシステム誤差共分散行列 P は、EKF の観測更新の式 (A.7.13)、(A.7.14)、(A.7.15) に倣って次の式で更新される。

$$K \equiv PH_\Delta^T (H_\Delta PH_\Delta^T + R)^{-1} \quad (4.2.17)$$

$$P \leftarrow (I - KH_\Delta)P \quad (4.2.18)$$

$$\Delta \hat{\underline{x}} \equiv K(\underline{z} - H_\Delta \hat{\underline{x}}) \quad (4.2.19)$$

$$\hat{\underline{x}} \leftarrow \hat{\underline{x}} - \Delta \hat{\underline{x}} \quad (4.2.20)$$

ここで R は

$$R \equiv E[\underline{w}(\underline{w})^T] \quad (4.2.21)$$

となる観測誤差共分散行列であり、GPS 受信機の観測精度 (例えば衛星配置による精度劣化指標 (Dilution of Precision, DOP) など) から決定される。

4.2.2 実装

前節で述べた内容について実装を行い、このシステムを“Super Sylphide”と呼称することにした（以下、Sylphide と書く）。Sylphide の概観写真を図 4.5 に、実装にあたって利用した部品を表 4.4 に述べる。この部分の大きさは $51 \times 51 \times 60\text{mm}$ 、重さは約 120g であり、電源として直流 5V、最大消費電力 5W を必要とする。電子回路基板の製造のみ外注を行い、ハードウェアの設計やソフトウェアの開発は全て自身で行った。

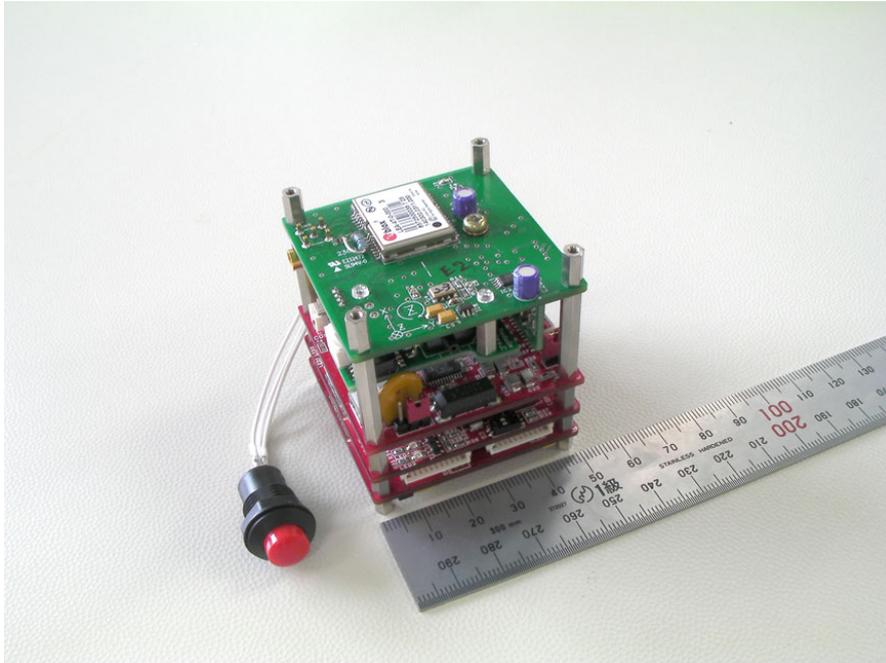


図 4.5: Sylphide 外観

表 4.4: Sylphide 主要部品

構成機器	型番	説明
MEMS 加速度計	STMicroelectronics LIS3L02AS4	3 軸 1 パッケージ 1 個使用
MEMS ジャイロ	EPSON TOYOCOM XV-8100CB	1 軸 1 パッケージ 3 個使用
汎用 GPS 受信機	u-blox LEA-4T	航法情報 4Hz 出力、搬送波位相等出力可能
A/D 変換機	AnalogDevices AD7739	$\Sigma\Delta$ 型、24bit 量子化
プロセッサ 1	Texas Instruments TMS320C6713B	1200MFLOPS 浮動小数点 DSP
プロセッサ 2	Silicon Laboratories C8051F340	Intel 8051 互換、USB 内蔵、48MIPS
グルーロジック	Xilinx XC3S200	FPGA, 20 万ゲート

慣性センサである MEMS 加速度計、MEMS ジャイロはアナログ電圧で値を出力し、それを 24 ビットの $\Sigma\Delta$ 型アナログデジタル変換 (A/D 変換) で 100Hz で捉えることにした。使用した $\Sigma\Delta$ 型 A/D 変換機に

はデジタルローパスフィルタが組み込まれているため、物理的な回路によるアナログフィルタは文献 [27] を参考に必要最低限の 1 次 R-C フィルタ (抵抗とコンデンサによるフィルタ) を組んだ。ジャイロや加速度計を別の製品に置き換えた派生型をいくつか製作した (図 4.6) が、性能試験を行った結果では表 4.4 の組み合わせが最も優秀であった。

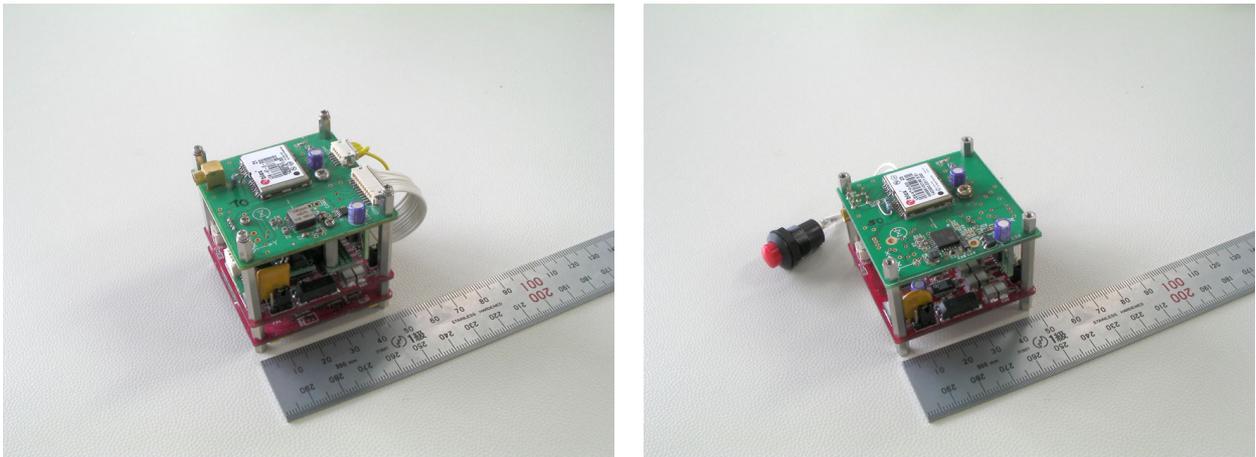


図 4.6: Sylphide 派生型 (加速度計やジャイロが異なる)

GPS 受信機にはできるだけ高い更新周期が得られる製品を選定し、4Hz で位置や速度といった航法情報を出力することが可能な製品を利用した。また本研究で使用した製品は最大 10Hz で搬送波位相やドップラといった生データを出力することも可能であり、本研究で採用した Loose coupling の他に Tight coupling を将来的に実装することもできる。

前節で述べた演算は大半が行列演算であり、節 4.2.6 で後述するリアルタイムで処理するためには相当の計算能力が必要である。そこで演算能力を特に強化した組み込みプロセッサであるデジタルシグナルプロセッサ (Digital Signal Processor, DSP) を使用することにした。DSP 上で動作するソフトウェアは C 言語または C++ 言語で開発することができ、通常の計算機とほぼ同様に使用することができる [28, 29]。そのため、計算機上でソフトウェアの動作を検証し、確認が取れ次第 DSP に移植するという手順を踏むことで、開発を迅速に行うことができた。

DSP 上でリアルタイム処理を行う場合、100Hz で取得される加速度や角速度を半分に落とし 50Hz で時間更新、また GPS 受信機の取得周期である 4Hz で観測更新を行うことにした。この状態で統合開発環境を使って計測したところ、DSP が持つ演算能力のうち 30–40% を使用しており、余剰能力が確認できた。そこで図 4.7 に示すように、INS/GPS 複合航法のアルゴリズムに加えて、例えば PID 制御によるオートパイロットなどの機能も実装可能である。

また DSP では周辺機器との接続性が悪いため、マイコンやグルーロジックを追加した。マイコンには USB のインターフェイスが内蔵されており、計算機との親和性が高い。また DSP とマイコン、2 つのプロセッサを用意したことによって、万が一 DSP がソフトウェアのバグによってメモリアーオーバー等でフリーズしてしまっても、記録を取得し続けるといった必要最低限のフェイルセーフを確保した設計を行うことができた。グルーロジックとして用いた FPGA (Flexible Programmable Gate Array) は、節 4.4 で後述するアビオニクス別の構成要素であるコマンドロガーとしても働く。

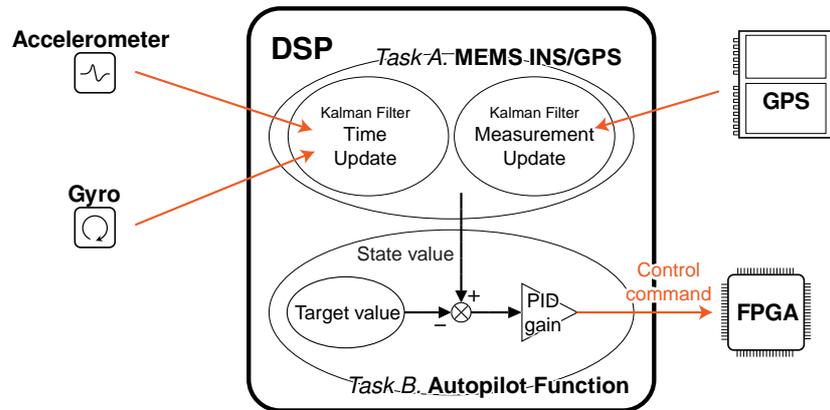


図 4.7: Sylphide の DSP 上で行われる計算

実装を行った状態で一定速度で回転するレートテーブル、および温度を一定に保つ恒温槽を利用してキャリブレーションを行った。詳細は節 B.2 に譲るが、これによって温度に対するゼロ点やスケールファクタの変化を補正する表を作成した。キャリブレーション試験が行われない中間点については、線形補完で対応することにした。

4.2.3 評価試験

Sylphide の性能評価にあたっては、Sylphide、およびリファレンスとなる高精度な航法装置を有人航空機に搭載した状態で飛行を行い、両者から取得される飛行履歴を比較することで精度を検証した。飛行は約 2.5 時間であり、水平直線飛行、定常旋回、定常横滑り、三舵応答 (例えばエレベータ、エルロン、ラダーにタブレット入力を行う)、水平加減速など様々なテストパターンを実行した。試験は宇宙航空研究開発機構 (Japan Aerospace Exploration Agency, JAXA) の協力のもと、MuPAL- α [30] をはじめとした実験用航空機、および同 JAXA 所有の超高精度航法装置 GAIA[31] を利用して行った。図 4.8、および図 4.9 に、それぞれ MuPAL- α と GAIA の概観を示す。GAIA はリファレンスとして十分に高精度な装置であり、その精度は例えば姿勢角誤差で 0.1° (R.M.S.) である。



図 4.8: MuPAL- α



図 4.9: GAIA

ここでは、以下の節で展開する高精度化やリアルタイム化の議論の比較対照となるよう、飛行中では加速度や角速度、GPS の出力のみを取得し、飛行後に INS/GPS 処理を行ったオフライン計算の結果を示す。図 4.10–4.12 が取得された位置、速度、姿勢履歴の Sylphide と GAIA の比較である。そして表 4.5 が、Sylphide と GAIA の差についてその統計量をまとめたものである。

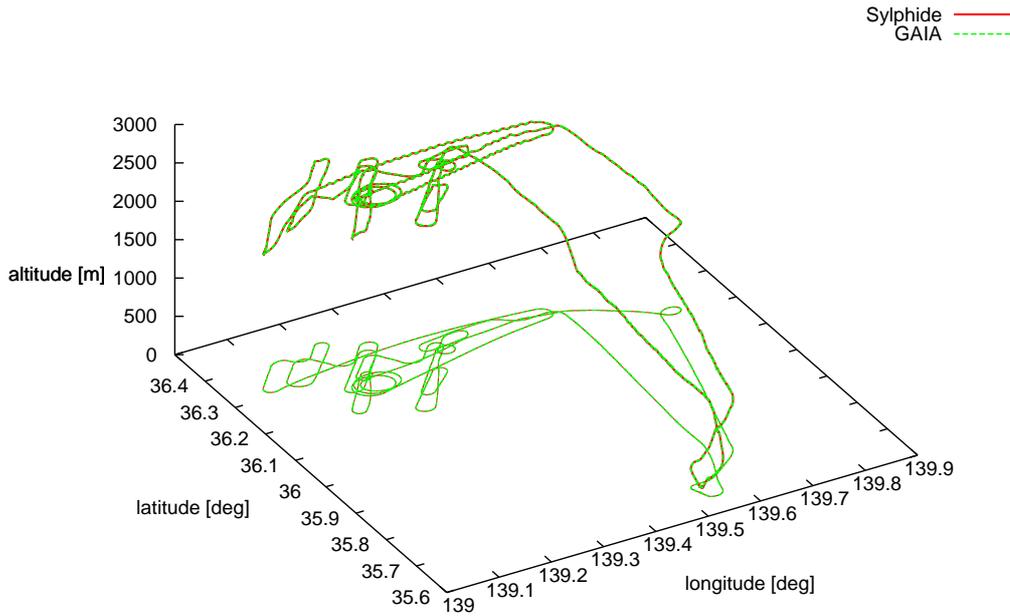


図 4.10: Sylphide と GAIA の位置出力の比較

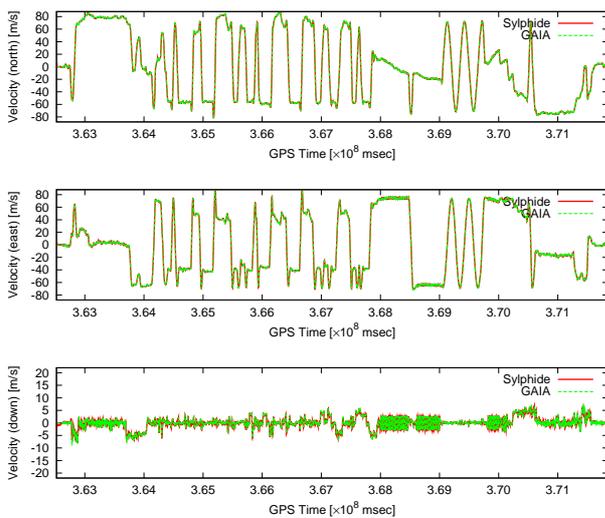


図 4.11: Sylphide と GAIA の速度出力の比較

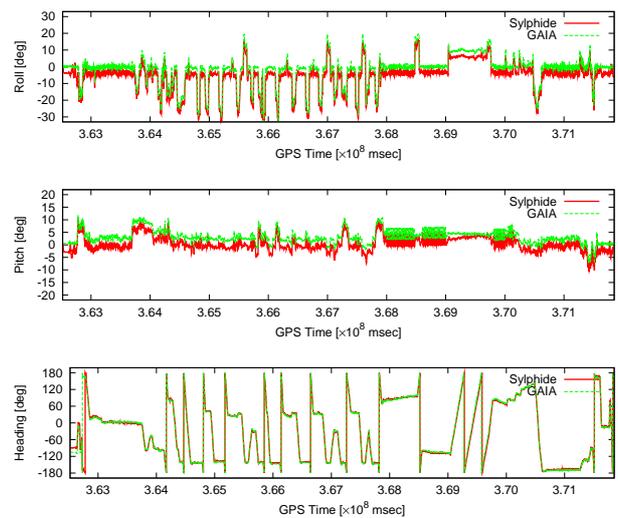


図 4.12: Sylphide と GAIA の姿勢出力の比較

結果で特に注目すべきは、飛行ログとして使用する値を示した表 4.1 に姿勢があることから、姿勢の精

表 4.5: Sylphide と GAIA における出力の統計的比較

	平均	標準偏差
水平距離 [m]	3.51	1.37
高度 [m]	-2.96	3.04
北方向速度 [m/s]	-0.01	0.21
東方向速度 [m/s]	0.01	0.25
下方向速度 [m/s]	-0.03	0.21
ロール [deg]	-3.51	0.64
ピッチ [deg]	-2.72	0.68
ヘディング [deg]	0.36	4.60

度である。GAIA の出力は先述のとおり、ほぼ真値として見てよいこと、また平均値は取り付けの際に発生する差が主たる要因であると考えられるから、標準偏差で精度を考えることにする。それによると Sylphide はロールやピッチでは 1° 以内の誤差と十分な性能を持っていることが確認できる。ヘディングの精度は 5° 程度であり、できれば改善が望ましいという結果が得られた。

なお可視である GPS 衛星の個数であるが、十分な個数を捉えることができていた。図 4.13 に飛行試験において可視であった GPS 衛星個数の時間履歴を示す。最低でも 8 個の衛星が捉えられており、これは三次元測位を行うために必要となる 4 個に比べて遥かに十分な個数である。空中での補足ということで小型 UAV でも同等の環境となることが予測され、小節 4.2.1 の末尾で述べた Loose coupling を利用する上で制約はないと考えられる。

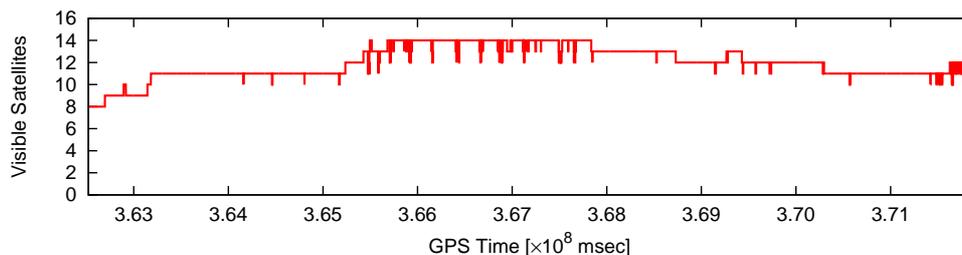


図 4.13: Sylphide で捉えた GPS 衛星の個数履歴

4.2.4 Lever arm effect の利用

本小節では GPS アンテナの設置位置を利用した精度の改善について述べる。GPS 受信機は受信アンテナの位置や速度を測位していることを既に述べた。図 4.14 は、GPS 受信機の位置出力を機体に対して相対的にプロットしたものである。GPS アンテナ、Sylphide の本体は、図の“Front antenna”、および“Sylphide IMU”の位置にそれぞれ設置されているが、GPS 受信機の位置出力は実際に GPS アンテナを基準としていることがわかる。

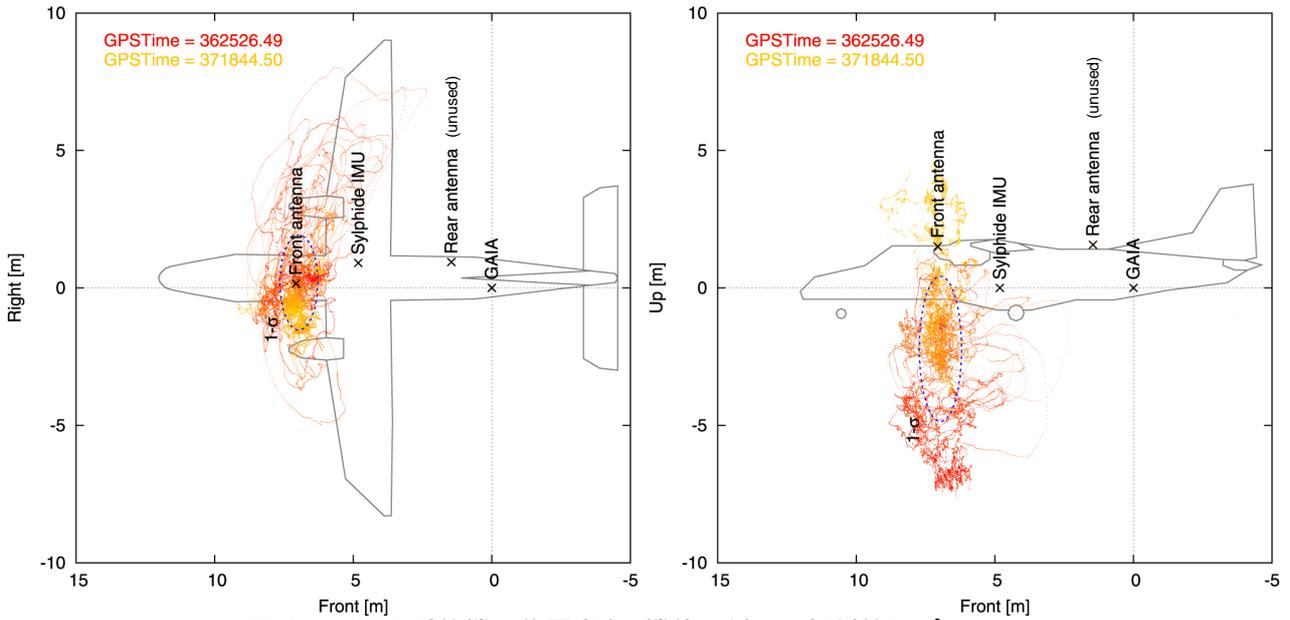


図 4.14: GPS 受信機の位置出力 (機体に対して相対的にプロット)

このように GPS 受信機のアンテナが INS を構成する慣性センサの設置位置から離れている場合、GPS 受信機から出力される情報と INS から計算される情報は異なることになる。その様子を図 4.15 に示したが、位置の出力が異なるのは勿論のこと、回転運動をしている際は速度も異なる。この効果は“Lever arm effect”と呼ばれ、その出力差の大きさは GPS アンテナとの距離に比例する。

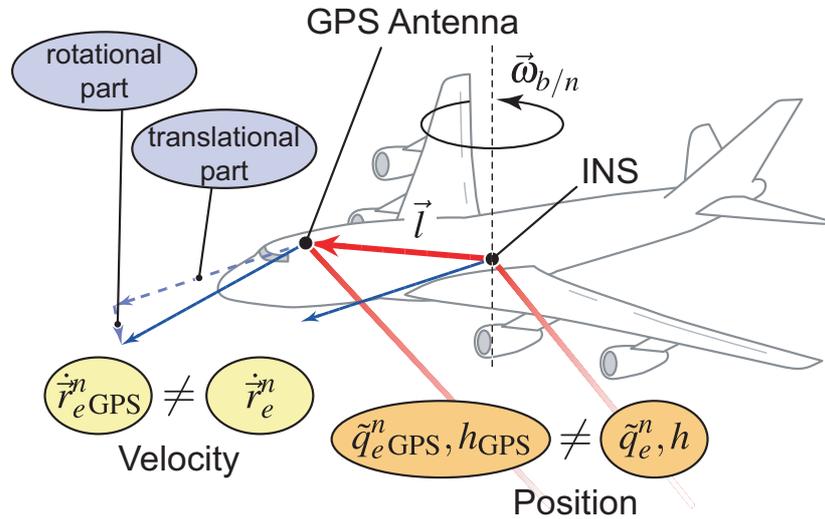


図 4.15: Lever arm effect によって GPS 受信機の出力は INS と異なる

これを定式化すると、GPS アンテナが INS の近傍にあるとした式 (4.2.16) は

$$\underline{z} \equiv \begin{bmatrix} \dot{\vec{r}}_e^n \\ \tilde{q}_e^n \\ h \end{bmatrix}_{\text{GPS}} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & I & 0 & \emptyset & 0 \\ 0 & 0 & I & \emptyset & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\vec{r}}_e^n \\ \tilde{q}_e^n \\ h \\ \tilde{q}_n^b \\ \underline{b} \end{bmatrix} + \underline{v} \quad (4.2.22)$$

のように変化する。詳細は付録 B.3 で述べるが、ここで \emptyset はゼロでない行列であり変化した部分である。式の変化からわかるように、これは状態量の可観測性を向上させることから推定精度が向上することが期待される。

この効果を考慮してオフライン計算を行った結果を表 4.6 に述べる。表 4.5 と比較すると、ヘディングの標準偏差が 4.60° から 3.72° と低下していることから、若干の精度向上があったといえる。

表 4.6: Sylphide と GAIA における出力の統計的比較 (Lever arm effect 考慮)

	考慮		考慮しない(表 4.5)	
	平均	標準偏差	平均	標準偏差
水平距離 [m]	2.39	1.93	3.51	1.37
高度 [m]	-1.55	3.03	-2.96	3.04
北方向速度 [m/s]	-0.01	0.24	-0.01	0.21
東方向速度 [m/s]	0.01	0.27	0.01	0.25
下方向速度 [m/s]	-0.03	0.21	-0.03	0.21
ロール [deg]	-3.50	0.65	-3.51	0.64
ピッチ [deg]	-2.82	0.53	-2.72	0.68
ヘディング [deg]	0.72	3.72	0.36	4.60

なお、GAIA との比較実験では Sylphide の GPS アンテナと本体には水平、垂直距離で約 2.3m、1.5m の差があったが、この差を小型 UAV で実現するのは難しい。しかしながら小型 UAV は性能試験で用いた有人の航空機よりも機敏な動作をするため、GPS アンテナと本体間に設置距離差を大きく取れなくとも設置位置の違いによる効果は現れると考えられる。従って、小型 UAV では GAIA のようにリファレンスとなる装置の搭載が難しく効果を定量的に計測することはかなわなかったが、この改善手法は有効であると考えられる。

4.2.5 回帰分析による誤差解析

誤差が慣性センサに由来するか、または GPS 受信機に由来するか、切り分けることができれば精度を改善する際の指標となりうる。ここで図 4.16 は、前述した Lever arm effect を考慮した Sylphide の位置出力を機体に対してプロットしたものであるが、GPS 受信機単体の出力を示した図 4.14 とは強い相関が見受けられる。

定量的な評価のため、Sylphide と GPS 受信機単体の位置出力の関係を

$$\vec{r}_{\text{Sylphide}} = K\vec{r}_{\text{GPS}} + \vec{r}_0 + \vec{r} \quad (4.2.23)$$

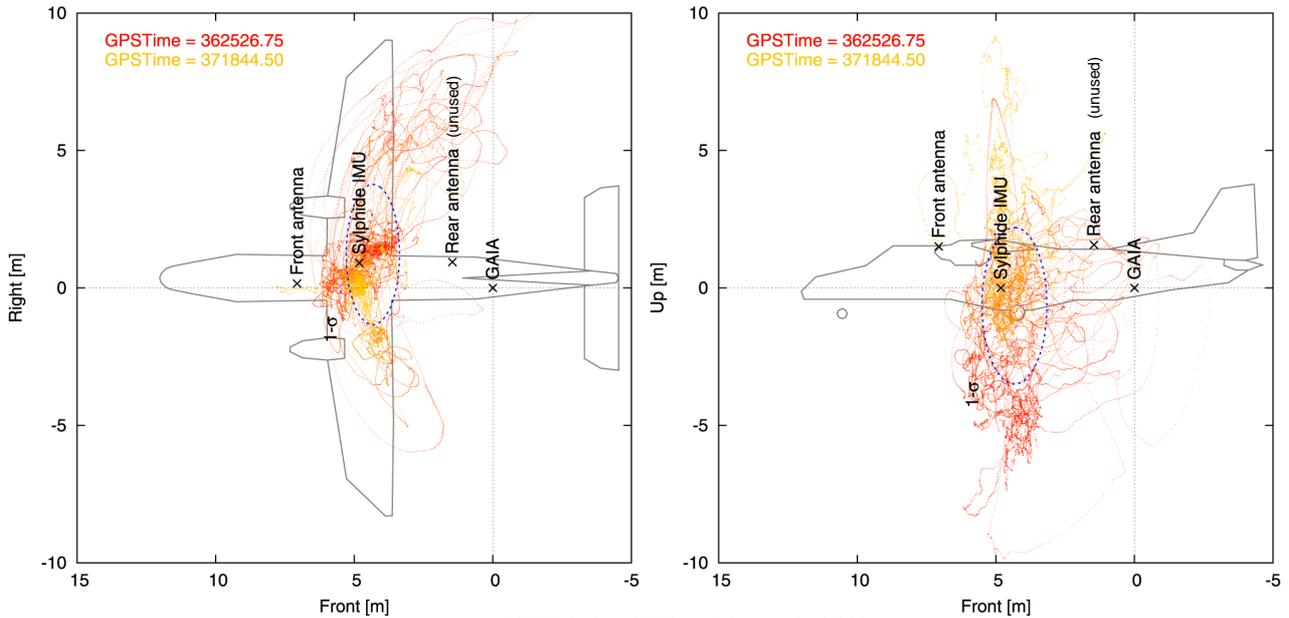


図 4.16: Sylphide の位置出力 (機体に対して相対的にプロット)

とモデル化し回帰分析を行うことにする。ここで K, \vec{r}_0 は解くべき係数行列、および切片であり、残渣 \vec{r} を最小にするように決定する。結果として

$$K = \begin{bmatrix} 1.217 & -0.167 & -0.019 \\ 0.104 & 1.430 & 0.013 \\ -0.125 & 0.065 & 0.974 \end{bmatrix} \quad (4.2.24)$$

$$\vec{r}_0 = \begin{bmatrix} -4.159 \\ 0.237 \\ 2.370 \end{bmatrix} \quad (4.2.25)$$

となり正規化された相関係数、すなわち 1 が正の最大相関であり -1 が負の最大相関である値を求めると 0.988 となった。つまり Sylphide の位置精度はほぼ GPS に由来していることが見て取れる。より高精度化を行うならば、単体の精度が高い GPS 受信機、例えば測位に DGPS や RTK を利用した受信機を採用する、あるいは GPS 受信機の精度に頼らずに精度が高い慣性センサを利用するなどが考えられる。この結論は至極当たり前のようにも聞こえるが、誤差が INS と GPS を結合したからこそ拡大したわけではないことを明確にした点で非常に意義深い。

4.2.6 リアルタイムアルゴリズム

これまではオフライン計算での結果を示してきたが、飛行特性取得はリアルタイムで行えることが望ましく、そのため飛行ログの取得もリアルタイムで行えることが望ましい。そこで本小節では、リアルタイムに INS/GPS 複合航法を実現するためのアルゴリズムを示す。

ここで問題となるのが、図 4.17 に示したとおり、GPS 受信機から位置および速度といった測位情報を得る際に発生する遅れである。これは GPS 受信機で位置や速度を得るために内部的な処理を多く必要とすることに由来している。図 4.18 は、小節 4.2.3 の性能評価試験の際に得られた GPS 受信機が測位情報を出力するのに必要とした時間を示すが、実際に 0.15sec 程度の遅れを確認できる。

一方の INS を構成するために必要となる加速度や角速度は、フィルタや A/D 変換機などを經由しても十分に小さい遅れをもって取得をすることができる。従って、リアルタイムに複合航法計算をするためには、EKF における観測更新についてこの遅れを考慮する必要がある。

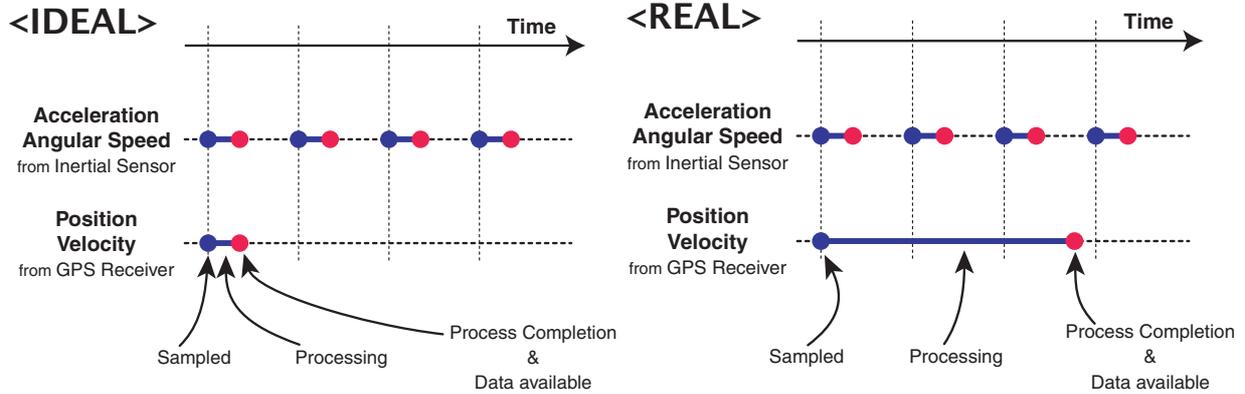


図 4.17: GPS 受信機から情報が得られるまでには遅れが発生する

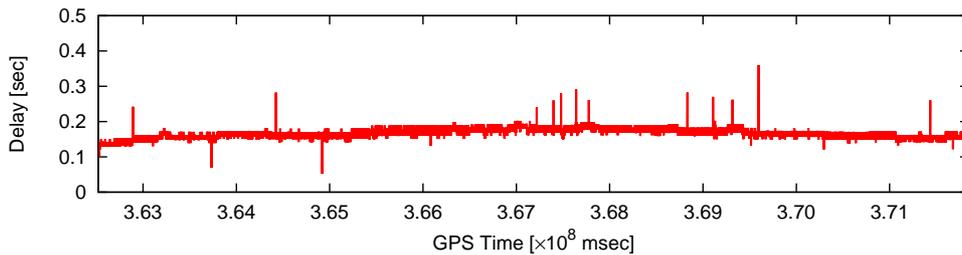


図 4.18: GPS 受信機から情報を取得するのに必要な遅れ

このような問題は『遅れ観測 (“Delayed Measurement”)』として知られ、参考文献 [32] の 10.5 節に詳しい。しかし、遅れ観測が取り扱うことができる問題の範囲は、観測が時刻順に行われなかった場合も含み非常に複雑である。例えば、遅れ観測の代表的な手法である Bar[33] は、一度時間を巻き戻して状態量や共分散の計算を行ういわゆる “Retrodiction” があり、計算負荷が大きい。本研究では幸いなことに、GPS 受信機から得られる観測は遅れてはいるものの、時刻順である。このことを利用することによって、本研究で必要となる遅れ観測のアルゴリズムは大幅に単純化できる。以下に、拡張カルマンフィルタ (EKF) の式 (付録 A.7) に基づいて、その導出を述べる。

EKF の時間更新では、システムの真値 \underline{x}_k 、およびその確からしい値 $\hat{\underline{x}}_k$ や、そこから計算される次ステップの値 $\bar{\underline{x}}_{k+1}$ の差に注目し、システム方程式の線形化を以下のように行った。

$$(\bar{\underline{x}}_{k+1} - \underline{x}_{k+1}) \approx \Phi_k (\hat{\underline{x}}_k - \underline{x}_k) + \Gamma_k (\bar{\underline{u}}_k - \underline{u}_k) - \underline{v}_k \quad (\text{A.7.4})$$

ここで

$$\Delta \bar{\underline{x}}_{k+1} \equiv \bar{\underline{x}}_{k+1} - \underline{x}_{k+1} \quad (4.2.26a)$$

$$\Delta \hat{\underline{x}}_k \equiv \hat{\underline{x}}_k - \underline{x}_k \quad (4.2.26b)$$

$$\underline{v}_k^a \equiv \Gamma_k (\underline{\bar{u}}_k - \underline{u}_k) - \underline{v}_k \quad (4.2.26c)$$

と記号を導入すると、式 (A.7.4) は

$$\Delta \underline{\bar{x}}_{k+1} \approx \Phi_k \Delta \hat{\underline{x}}_k + \underline{v}_k^a \quad (4.2.27)$$

となる。ここで Φ_k が逆行列を持つならば

$$\Delta \hat{\underline{x}}_k \approx \Phi_k^{-1} \Delta \underline{\bar{x}}_{k+1} - \Phi_k^{-1} \underline{v}_k^a \quad (4.2.28)$$

一方、観測更新においては

$$h_{k+1}(\underline{\bar{x}}_{k+1}) - \underline{z}_{k+1} = H_{k+1}(\underline{\bar{x}}_{k+1} - \underline{x}_{k+1}) - \underline{w}_{k+1} \quad (A.7.12)$$

であるから、これを式 (4.2.26) の定義を使って、かつ、1 ステップ前の観測更新として書き換えると

$$h_k(\underline{\bar{x}}_k) - \underline{z}_k = H_k \Delta \underline{\bar{x}}_k - \underline{w}_k \quad (4.2.29)$$

となる。

ここで、時刻 k における観測の結果が反映されていない場合 $\Delta \hat{\underline{x}}_k$ と $\Delta \underline{\bar{x}}_k$ が等しいから、式 (4.2.29) に式 (4.2.27) を代入すると

$$\begin{aligned} h_k(\underline{\bar{x}}_k) - \underline{z}_k &= H_k \Delta \underline{\bar{x}}_k - \underline{w}_k \\ &= H_k \Delta \hat{\underline{x}}_k - \underline{w}_k \quad (\text{観測更新がされていない時}) \\ &= H_k (\Phi_k^{-1} \Delta \underline{\bar{x}}_{k+1} - \Phi_k^{-1} \underline{v}_k^a) - \underline{w}_k \\ &= H_k \Phi_k^{-1} \Delta \underline{\bar{x}}_{k+1} - H_k \Phi_k^{-1} \underline{v}_k^a - \underline{w}_k \end{aligned} \quad (4.2.30)$$

となり、1 ステップ時間更新後、すなわち時刻 $k+1$ 、における真値と確からしい値の差 $\Delta \underline{\bar{x}}_{k+1}$ と、時刻 k について後から得られた観測値 \underline{z}_k との関係が得られた。さらにこの式における共分散を計算すると

$$\begin{aligned} E \left[(h_k(\underline{\bar{x}}_k) - \underline{z}_k) (h_k(\underline{\bar{x}}_k) - \underline{z}_k)^\top \right] \\ &= E \left[(H_k \Phi_k^{-1} \Delta \underline{\bar{x}}_{k+1} - H_k \Phi_k^{-1} \underline{v}_k^a - \underline{w}_k) (H_k \Phi_k^{-1} \Delta \underline{\bar{x}}_{k+1} - H_k \Phi_k^{-1} \underline{v}_k^a - \underline{w}_k)^\top \right] \\ &= H_k \Phi_k^{-1} E [\Delta \underline{\bar{x}}_{k+1} \Delta \underline{\bar{x}}_{k+1}^\top] \Phi_k^{-\top} H_k^\top + H_k \Phi_k^{-1} E [\underline{v}_k^a \underline{v}_k^{a\top}] \Phi_k^{-\top} H_k^\top + E [\underline{w}_k \underline{w}_k^\top] \\ &= H_k \Phi_k^{-1} \hat{P}_{k+1} \Phi_k^{-\top} H_k^\top + H_k \Phi_k^{-1} Q_k^a \Phi_k^{-\top} H_k^\top + R_k \end{aligned} \quad (4.2.31)$$

ここで $\Delta \underline{\bar{x}}_{k+1}, \underline{v}_k^a, \underline{w}_k$ には相互相関がないことを利用した。また Q_k^a は式 (A.7.8) の定義に倣えば

$$\begin{aligned} Q_k^a &\equiv E [\underline{v}_k^a \underline{v}_k^{a\top}] \\ &= E \left[(\Gamma_k (\underline{\bar{u}}_k - \underline{u}_k) - \underline{v}_k) (\Gamma_k (\underline{\bar{u}}_k - \underline{u}_k) - \underline{v}_k)^\top \right] \\ &= \Gamma_k Q_k' \Gamma_k^\top + Q_k \end{aligned} \quad (4.2.32)$$

である。

以上導出した式から、元の EKF の観測更新の式 (A.7.13)、(A.7.14)、(A.7.15) において H_k, R_k を

$$H_k \leftarrow H_k \Phi_k^{-1} \quad (4.2.33)$$

$$R_k \leftarrow R_k + H_k \Phi_k^{-1} Q_k^a \Phi_k^{-\top} H_k^\top \quad (4.2.34)$$

とすれば、

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + K'_k (\mathbf{z}_k - h_k(\bar{\mathbf{x}}_k)) \quad (4.2.35)$$

$$K'_k = \bar{P}_{k+1} (H_k \Phi_k^{-1})^T \left((H_k \Phi_k^{-1}) \bar{P}_{k+1} (H_k \Phi_k^{-1})^T + (R_k + H_k \Phi_k^{-1} Q_k^a \Phi_k^{-T} H_k^T) \right)^{-1} \quad (4.2.36)$$

$$\hat{P}_{k+1} = (I - K'_k (H_k \Phi_k^{-1})) \bar{P}_{k+1} \quad (4.2.37)$$

となり、1ステップ時間更新された後であっても遅れて観測更新が可能である。

1ステップよりも時間更新が進んでしまい、例えば n ステップ進んでしまった後に観測更新を遅れて行う場合には、式 (4.2.33)、および式 (4.2.34) を

$$\begin{aligned} H_k &\leftarrow H_k \Phi_k^{-1} \Phi_{k+1}^{-1} \cdots \\ &= H_k \prod_{i=k}^{k+(n-1)} \Phi_i^{-1} \end{aligned} \quad (4.2.38)$$

$$\begin{aligned} R_k &\leftarrow R_k + H_k \Phi_k^{-1} Q_k^a \Phi_k^{-T} H_k^T + H_k \Phi_k^{-1} \Phi_{k+1}^{-1} Q_{k+1}^a \Phi_{k+1}^{-T} H_k^T + \cdots \\ &= R_k + H_k \sum_{i=k}^{k+(n-1)} \left(\left(\prod_{j=k}^i \Phi_j \right)^{-1} Q_i^a \left(\prod_{j=k}^i \Phi_j \right)^{-T} \right) H_k^T \end{aligned} \quad (4.2.39)$$

とすればよい。

計算に際しては観測が得られない間の $\Phi, Q^a, \bar{\mathbf{x}}$ を保存しておくことが必要である。また、連続系を離散系に変換する際に付録 A.5 で示したようにオイラー積分を用いた場合は

$$\Phi_k^{-1} \equiv e^{-A_k \Delta T} \approx (I - A_k \Delta T) \quad (4.2.40)$$

であるから、サンプリング間隔が十分短く $\Delta T \ll 1$ であるとする、式 (4.2.38)、(4.2.39) は

$$\begin{aligned} H_k &\leftarrow H_k \prod_{i=k}^{k+(n-1)} \Phi_i^{-1} \approx H_k \prod_{i=k}^{k+(n-1)} (I - A_i \Delta T_i) \\ &\approx H_k \left(I - \sum_{i=k-n}^{k-1} A_i \Delta T_i \right) \\ &\approx H_k (I - \Delta \bar{T} n \bar{A}) \quad \left(\text{where } \bar{A} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=k-n}^{k-1} A_i, \Delta \bar{T} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=k-n}^{k-1} \Delta T_i \right) \end{aligned} \quad (4.2.41)$$

$$\begin{aligned}
R_k &\leftarrow R_k + H_k \sum_{i=k}^{k+(n-1)} \left(\left(\prod_{j=k}^i \Phi_j \right)^{-1} Q_i \left(\prod_{j=k}^i \Phi_j \right)^{-T} \right) H_k^T \\
&\approx R_k + H_k \sum_{i=k}^{k+(n-1)} \left(\left(I - \sum_{j=k}^i A_j \Delta T_j \right) Q_i \left(I - \sum_{j=k}^i A_j^T \Delta T_j \right) \right) H_k^T \\
&= R_k + H_k \sum_{i=k}^{k+(n-1)} \left((I - \Delta \bar{T}_i (i-k) \bar{A}_i) Q_i (I - \Delta \bar{T}_i (i-k) \bar{A}_i^T) \right) H_k^T \\
&\quad \left(\text{where } \bar{A}_i \equiv \frac{1}{i-k} \sum_{j=k}^i A_j, \Delta \bar{T}_i \equiv \frac{1}{i-k} \sum_{j=k}^i \Delta T_j \right) \\
&\approx R_k + H_k \sum_{i=k}^{k+(n-1)} \left(\bar{Q} - (i-k) \Delta \bar{T} (\bar{A} \bar{Q} + \bar{Q} \bar{A}^T) \right) H_k^T \\
&\quad \left(\text{where } \Delta \bar{T} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=k}^{k+(n-1)} \Delta T_i, \bar{A} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=k}^{k+(n-1)} A_i, \bar{Q} \equiv \sum_{i=k}^{k+(n-1)} Q_i \right) \\
&\approx R_k + H_k \left(n \bar{Q} - \frac{n(n+1)}{2} \Delta \bar{T} (\bar{A} \bar{Q} + \bar{Q} \bar{A}^T) \right) H_k^T \\
&= R_k + H_k \left(n \bar{Q} - \frac{n+1}{2n} \Delta \bar{T} (n \bar{A} n \bar{Q} + (n \bar{A} n \bar{Q})^T) \right) H_k^T
\end{aligned} \tag{4.2.42}$$

となり、計算負荷が大きい行列の積を、行列の和に変換して計算することができる。

アルゴリズムの性能評価のため、小節 4.2.3 の評価試験で取得したデータに対しリアルタイム処理を行った。適用した結果を表 4.7 に示すが、ここでは前小節 4.2.4 で述べた Lever arm effect を考慮していない。オフライン処理の結果 (表 4.5) と比較をすると、姿勢の標準偏差が減少しており精度が上がっているといえることができるが、ここでは精度が劣化していないことが特に重要である。

表 4.7: Sylphide と GAIA における出力の統計的比較 (リアルタイム処理)

	リアルタイム処理		オフライン処理 (表 4.5)	
	平均	標準偏差	平均	標準偏差
水平距離 [m]	3.33	1.41	3.51	1.37
高度 [m]	-2.87	2.91	-2.96	3.04
北方向速度 [m/s]	-0.01	0.21	-0.01	0.21
東方向速度 [m/s]	0.01	0.23	0.01	0.25
下方向速度 [m/s]	-0.04	0.24	-0.03	0.21
ロール [deg]	-2.60	0.54	-3.51	0.64
ピッチ [deg]	-2.78	0.56	-2.72	0.68
ヘディング [deg]	0.66	3.66	0.36	4.60

これは、オンラインアルゴリズムでは式 (4.2.38) で修正前のシステム誤差共分散行列を小さく見積もり、また式 (4.2.39) で観測誤差共分散行列を大きくする、すなわち全体では相対的に新たに売られた観測よりも現在の推定に信頼を置いて観測更新を行うことに関係する。つまりリアルタイム処理は、理論的に

はオフライン処理に比べて精度が劣化するのであるが、得られた結果ではそのような傾向はない。そして精度が劣化しなかった主な理由としては、観測の遅れが十分に小さいことが考えられる。

またオンライン処理を行い、かつ Lever arm を考慮した結果を表 4.8 に示す。オフライン処理で Lever arm effect を考慮した結果(表 4.6) と比べても、標準偏差が大きくなっていないことから、Lever arm effect を考慮していない場合と同様の議論が成立することが確認された。

表 4.8: Sylphide と GAIA における出力の統計的比較 (リアルタイム処理、Lever arm effect 考慮)

	リアルタイム処理		オフライン処理 (表 4.6)	
	平均	標準偏差	平均	標準偏差
水平距離 [m]	2.45	2.16	2.39	1.93
高度 [m]	-1.35	2.89	-1.55	3.03
北方向速度 [m/s]	-0.01	0.24	-0.01	0.24
東方向速度 [m/s]	0.01	0.26	0.01	0.27
下方向速度 [m/s]	-0.04	0.23	-0.03	0.21
ロール [deg]	-2.56	0.56	-3.50	0.65
ピッチ [deg]	-2.86	0.46	-2.82	0.53
ヘディング [deg]	0.61	2.90	0.72	3.72

以上、まとめるとオンラインアルゴリズムが精度の劣化なく使えると結論づけられる。

4.2.7 スムージングによる精度の向上

前節では、過去の状態について遅れて得られた観測を、現在の状態へ反映する方法を示した。ここでは逆に、現在の状態について得られている観測を、過去の状態へと反映するスムージングと呼ばれる方法を示す。スムージングは、ある時刻の状態について以後の観測を必要とするため、全ての観測が得られた後、つまりオフライン的に適用することしかではない。しかし、その時刻以前の観測のみならず、以後の観測を総合するため、精度の向上が期待できる。

スムージングの方法についても多くの先行研究(参考文献 [32] の第9章に詳しい)があり、スムージングを適用する時刻によって Fixed-Point Smoothing や Fixed-Lag Smoothing などに大別されるが、ここでは Forward-backward smoothing に類似するアルゴリズムを、前節と逆の過程を辿ることによって導く。

EKF の時間更新では、システムの真値 x_k 、およびその確からしい値 \hat{x}_k や、そこから計算される次ステップの値 \bar{x}_{k+1} の差に注目し、システム方程式の線形化を以下のように行った。

$$(\bar{x}_{k+1} - x_{k+1}) \approx \Phi_k (\hat{x}_k - x_k) + \Gamma_k (\bar{u}_k - u_k) - v_k \quad (\text{A.7.4})$$

ここで式 (4.2.26) で定義した前節と同じ記号を用いると

$$\Delta \bar{x}_{k+1} \approx \Phi_k \Delta \hat{x}_k + v_k^a \quad (\text{4.2.43})$$

となる。

一方、観測更新においては

$$h_{k+1}(\bar{x}_{k+1}) - z_{k+1} = H_{k+1}(\bar{x}_{k+1} - x_{k+1}) - w_{k+1} \quad (\text{A.7.12})$$

であるから、これを式 (4.2.26) の定義で書き換えると

$$h_{k+1}(\bar{x}_{k+1}) - z_{k+1} = H_{k+1}\Delta\bar{x}_{k+1} - w_{k+1} \quad (4.2.44)$$

となる。

ここで式 (4.2.44) に式 (4.2.43) を代入し、1 ステップの時間更新後における真値と確からしい値の差 $\Delta\hat{x}$ との関係式を求めると

$$\begin{aligned} h_{k+1}(\bar{x}_{k+1}) - z_{k+1} &= H_{k+1}\Delta\bar{x}_{k+1} - w_{k+1} \\ &= H_{k+1}(\Phi_k\Delta\hat{x}_k + v_k^a) - w_{k+1} \\ &= H_{k+1}\Phi_k\Delta\hat{x}_k + H_{k+1}v_k^a - w_{k+1} \end{aligned} \quad (4.2.45)$$

となる。さらにこの式における共分散を計算すると

$$\begin{aligned} &E \left[(h_{k+1}(\bar{x}_{k+1}) - z_{k+1}) (h_{k+1}(\bar{x}_{k+1}) - z_{k+1})^T \right] \\ &= E \left[(H_{k+1}\Phi_k\Delta\hat{x}_k + H_{k+1}v_k^a - w_{k+1}) (H_{k+1}\Phi_k\Delta\hat{x}_k + H_{k+1}v_k^a - w_{k+1})^T \right] \\ &= H_{k+1}\Phi_k E \left[\Delta\hat{x}_k \Delta\hat{x}_k^T \right] \Phi_k^T H_{k+1}^T + H_{k+1} E \left[v_k^a v_k^{aT} \right] H_{k+1}^T + E \left[w_{k+1} w_{k+1}^T \right] \\ &= H_{k+1}\Phi_k \hat{P}_k \Phi_k^T H_{k+1}^T + H_{k+1}Q_k^a H_{k+1}^T + R_{k+1} \end{aligned} \quad (4.2.46)$$

ここで $\Delta\hat{x}_k, v_k^a, w_{k+1}$ には相互相関がないことを利用した。また Q_k^a の定義は式 (4.2.32) にある。

以上導出した式から、元の EKF の観測更新の式 (A.7.13)、(A.7.14)、(A.7.15) において H_{k+1}, R_{k+1} を

$$H_{k+1} \leftarrow H_{k+1}\Phi_k \quad (4.2.47)$$

$$R_{k+1} \leftarrow R_{k+1} + H_{k+1}Q_k^a H_{k+1}^T \quad (4.2.48)$$

とし、

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + K'_{k+1} (z_{k+1} - h_k(\bar{x}_{k+1})) \quad (4.2.49)$$

$$K'_{k+1} = \bar{P}_{k+1} (H_{k+1}\Phi_k)^T \left((H_{k+1}\Phi_k) \bar{P}_k (H_{k+1}\Phi_k)^T + (R_{k+1} + H_{k+1}Q_k^a H_{k+1}^T) \right)^{-1} \quad (4.2.50)$$

$$\hat{P}_k = (I - K'_{k+1} (H_{k+1}\Phi_k)) \bar{P}_k \quad (4.2.51)$$

と書き換えれば、観測更新があった時刻よりも 1 ステップ前の状態について観測更新で修正をすることが可能である。

1 ステップよりもさらに深く n ステップ修正を行う場合は、

$$\begin{aligned} H_{k+1} &\leftarrow H_{k+1}\Phi_k\Phi_{k-1}\cdots \\ &= H_k \prod_{i=k-n+1}^k \Phi_i \end{aligned} \quad (4.2.52)$$

$$\begin{aligned} R_{k+1} &\leftarrow R_{k+1} + H_{k+1}Q_k H_{k+1}^T + H_{k+1}\Phi_k Q_{k-1} \Phi_k^T H_{k+1}^T \cdots \\ &= R_{k+1} + H_{k+1} \sum_{i=k-n+1}^k \left(\left(\prod_{j=i+1}^k \Phi_j \right) Q_i \left(\prod_{j=i+1}^k \Phi_j \right)^T \right) H_{k+1}^T \end{aligned} \quad (4.2.53)$$

計算に際しては Φ, Q^a, \bar{x} を保存しておくことが必要である。また、連続系を離散系に変換する際に付録 A.5 で示したようにオイラー積分を用いた場合は

$$\Phi_k \equiv e^{A_k \Delta T} \approx (I + A_k \Delta T) \quad (4.2.54)$$

であるから、サンプリング間隔が十分短く $\Delta T \ll 1$ であるとすると、式 (4.2.52)、(4.2.53) は

$$\begin{aligned} H_{k+1} &\leftarrow H_{k+1} \prod_{i=k-n+1}^k \Phi_i \approx H_{k+1} \prod_{i=k-n+1}^k (I + A_i \Delta T) \\ &\approx H_{k+1} \left(I + \sum_{i=k-n+1}^k A_i \Delta T_i \right) \\ &\approx H_{k+1} (I + \Delta \bar{T} n \bar{A}) \quad \left(\text{where } \bar{A} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=k-n+1}^k A_i, \Delta \bar{T} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=k-n+1}^k \Delta T_i \right) \end{aligned} \quad (4.2.55)$$

$$\begin{aligned} R_{k+1} &\leftarrow R_{k+1} + H_{k+1} \sum_{i=k-n+1}^k \left(\left(\prod_{j=i+1}^k \Phi_j \right) Q_i \left(\prod_{j=i+1}^k \Phi_j \right)^T \right) H_{k+1}^T \\ &\approx R_{k+1} + H_{k+1} \sum_{i=k-n+1}^k \left(\left(I + \sum_{j=i+1}^k A_j \Delta T_j \right) Q_i \left(I + \sum_{j=i+1}^k A_j^T \Delta T_j \right) \right) H_{k+1}^T \\ &= R_{k+1} + H_{k+1} \sum_{i=k-n+1}^k \left((I + \Delta \bar{T}_i (k-i) \bar{A}_i) Q_i (I + \Delta \bar{T}_i (k-i) \bar{A}_i^T) \right) H_{k+1}^T \\ &\quad \left(\text{where } \bar{A}_i \equiv \frac{1}{k-i} \sum_{j=i+1}^k A_j, \Delta \bar{T}_i \equiv \frac{1}{k-i} \sum_{j=i+1}^k \Delta T_j \right) \\ &\approx R_{k+1} + H_{k+1} \sum_{i=k-n+1}^k \left(\bar{Q} + (k-i) \Delta \bar{T} (\bar{A} \bar{Q} + \bar{Q} \bar{A}^T) \right) H_{k+1}^T \\ &\quad \left(\text{where } \Delta \bar{T} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=k-n+1}^k \Delta T_i, \bar{A} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=k-n+1}^k A_i, \bar{Q} \equiv \sum_{i=k-n+1}^k Q_i \right) \\ &\approx R_{k+1} + H_{k+1} \left(n \bar{Q} + \frac{n(n+1)}{2} \Delta \bar{T} (\bar{A} \bar{Q} + \bar{Q} \bar{A}^T) \right) H_{k+1}^T \\ &= R_{k+1} + H_{k+1} \left(n \bar{Q} + \frac{n+1}{2n} \Delta \bar{T} (n \bar{A} n \bar{Q} + (n \bar{A} n \bar{Q})^T) \right) H_{k+1}^T \end{aligned} \quad (4.2.56)$$

と積を和に変換して計算することができる。

以上をもってスムージングアルゴリズムを導くことができた。評価を行うために小節 4.2.3 の評価試験で取得したデータに対し、適用した。結果を表 4.9 に示すが、これは節 4.2.4 の Lever arm effect を考慮した結果である。結果の数値の上からは際立った精度の向上は確認できない。

しかしながら詳細にデータを解析してみると、出力が滑らかに接続され解析にとっては好ましい結果が得られていた。図 4.19 はヘディングの履歴の一部分を拡大して示している。ここでスムージングを行わない結果では図に丸で示した部分のように観測更新によって急激に履歴が変化している。一方、スムージングを行った結果ではこのような急激な変化はおきていない。

以上、スムージングによる効果を確認することができた。従って、解析用の飛行ログをオフラインで生成する場合は、スムージングを使うことにした。

表 4.9: Sylphide と GAIA における出力の統計的比較 (スムージング処理、Lever arm effect 考慮)

	スムージング処理		スムージングなし (表 4.6)	
	平均	標準偏差	平均	標準偏差
水平距離 [m]	2.31	1.86	2.39	1.93
高度 [m]	-1.56	3.02	-1.55	3.03
北方向速度 [m/s]	-0.01	0.18	-0.01	0.24
東方向速度 [m/s]	0.01	0.20	0.01	0.27
下方向速度 [m/s]	-0.02	0.20	-0.03	0.21
ロール [deg]	-3.52	0.58	-3.50	0.65
ピッチ [deg]	-2.81	0.51	-2.82	0.53
ヘディング [deg]	0.52	4.02	0.72	3.72

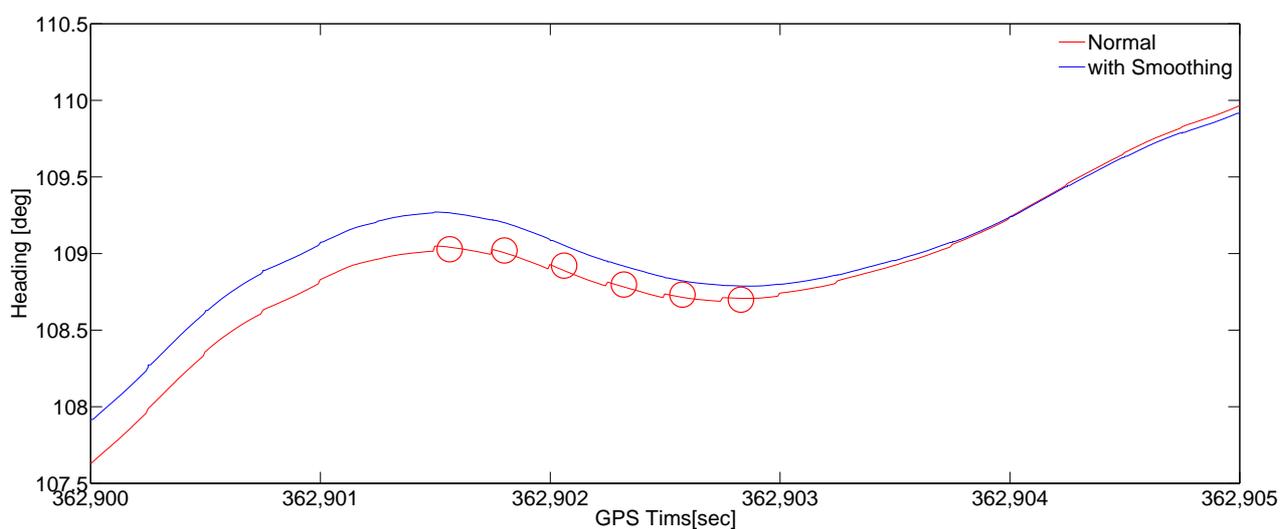


図 4.19: スムージング処理によるヘディング履歴

4.3 エアデータセンサ (Air Data Sensor, ADS)

4.3.1 原理

エアデータセンサ (ADS) は周辺大気に対して飛行中の機体がどのような状態にあるのか観測する構成要素である。具体的には対気速度、および迎角、横滑り角といった風の向きを取得することを目的としている。

対気速度の取得

対気速度 V_{wind} の取得にはピトー管を用いることにした。なお次小節において風向の取得原理を示すが、そこで多孔ピトー管の原理について述べるので、ここでは最も単純な孔が1つの単孔ピトー管の対気速度測定原理について述べるに留める。

単孔ピトー管の対気速度の測定原理は、非圧縮性流体で成立するベルヌーイの式

$$V_{\text{wind}} = \sqrt{\frac{2(p_t - p_s)}{\rho}} \quad (4.3.1)$$

に拠っている。ただし ρ は密度であり、 p_t, p_s は総圧、静圧である。

ベルヌーイの式 (4.3.1) において、単孔ピトー管はその先端の孔から総圧 p_t を取得することができる。また静圧 p_s は機体内部に設置した圧力センサから取得することができる。そして対気密度 ρ については標準大気から計算することができる。以上で対気速度 V_{wind} が得られる。なお小型 UAV の巡航飛行速度 (概ね 15 – 30 m/s) では、大気は十分に非圧縮性流体と見ることができるため、ベルヌーイの式を用いることに問題はない。

対気速度の取得の他の方法としては、熱線風速計や超音波風速計がある。熱線風速計は、金属の電気抵抗値と温度の間に相関関係があることを利用し、風速が大きければ大きいほど金属線が冷却され電気抵抗値が下がる原理を用いた風速計である。また超音波風速計は、超音波の伝播速度が風速の大小によって変化することを原理としている。しかしながら、これらは計測装置の大きさが大きくなってしまふことから小型 UAV には適さない。

風向の取得

風向の取得には表 4.10 にあげる 3 つの方法、すなわち、孔が複数あるピトー管である多孔ピトー管 (Multi-Orifice Pitot Tube, MOPT) を用いる方法、機械式のベーンを使った方法、超音波風速計が一般的である。この他の方法については例えば参考文献 [34] がある。これらのうち、MOPT を用いることにした。理由は、ベーンは風見鶏と原理が同じで機械式であるためメンテナンスに労力を要すること、超音波風速計は小型 UAV に搭載するには大きすぎることである。

表 4.10: 風向を計測する方法の比較

	多孔ピトー管 (MOPT)	ベーン	超音波風速計
大きさ	小さい	中間	大きい
精度	低い	中程度	高い
応答速度	中間	遅い	速い
機構が機械式か		✓	
風速も計測可能か	✓	✓	✓

以下では MOPT の原理について述べる。MOPT は孔数によっていくつかの異なった型があり、少ないもので 3 孔、多いもので 15 孔のものまである。孔数が増えるほど様々な角度からの風向を計測できるよ

うになるが大型化する。どの型の MOPT でも平坦な先端形状とその中央の孔を持ち、これによって総圧を取得している。

以下、多孔ピトー管による、対気速度、風向の測定原理を最も単純な MOPT である 3 孔ピトー管 (実装で詳しく説明するが図 4.21) を例に簡潔に記す。まず、3 孔ピトー管の圧力-風向特性は図 4.20 の通りである。対気速度 V_{wind} は、中央孔の圧力 P_1 と、2 つの側孔の圧力が一致した時の値 $P_{2=3}$ を用いて、

$$V_{\text{wind}} = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_{2=3})}{\rho C_v}} \quad (4.3.2)$$

と表される。ここで、 ρ は空気密度、 C_v は風洞試験によって定められるべき定数である。 $P_{2=3}$ は動圧 $q \left(\equiv \frac{1}{2} \rho V_{\text{wind}}^2 \right)$ に比例すると考えられるので、新たに比例係数 $C_{2=3} \left(\equiv \frac{P_{2=3}}{q} \right)$ を導入して、上式を書き改めると

$$V_{\text{wind}} \approx \sqrt{\frac{2P_1}{\rho(C_v + C_{2=3})}} \quad (4.3.3)$$

となる。この式から分かるように、対気速度は P_1 に依存するため、この圧力が平坦な範囲において対気速度が正確に測定出来る。また、風向 θ は側孔の圧力を用いて

$$\theta = \frac{1}{C_\theta} \frac{P_2 - P_3}{P_1} \quad (4.3.4)$$

と表される。 C_θ は比例定数である。風向は通常対気速度よりも広い角度範囲において正確に測定出来る。

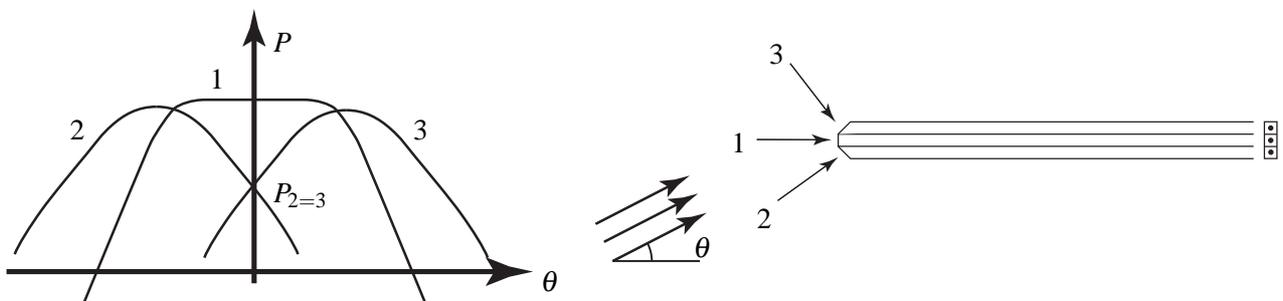


図 4.20: 三孔ピトー管の特性

4.3.2 実装

本研究で実装を行った ADS は、図 4.2 に示したように多孔ピトー管と圧力センサユニットからなる。

多孔ピトー管は、迎角、および横滑り角のいずれかが測定可能な 3 孔ピトー管 (図 4.21)、後に発展型として、迎角と横滑り角が同時に測定可能な 5 孔ピトー管 (図 4.22)、これら 2 種類を実装した。3 孔ピトー管は真鍮製パイプであり、より細かい管を先端に半田で固定することで孔を成形した。一方 5 孔ピトー管は、3 孔ピトー管と同じ工法を用いたもの、および中実のアルミ丸棒をドリルによって貫通させ孔を成形したもの、2 種類を製作した。5 孔ピトー管の 2 種類を試験したところほぼ等しい結果が得られたので、工法による差異はあまりないと考えられる。大きさ、重さについては、3 孔と 5 孔ピトー管を比較すると、

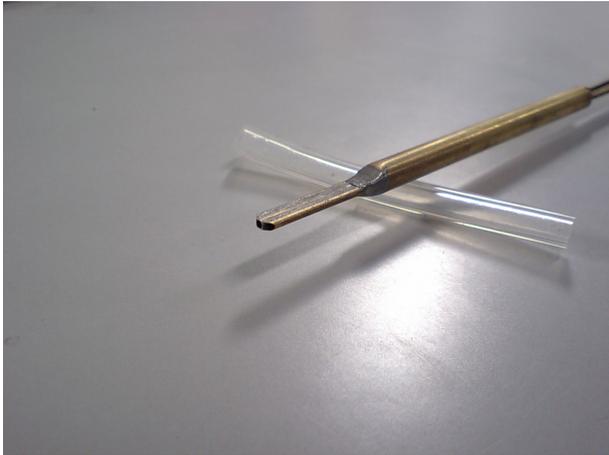


図 4.21: 3 孔ピトー管

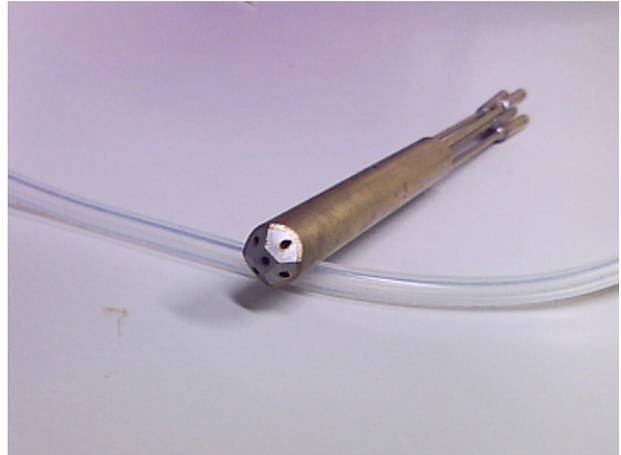


図 4.22: 5 孔ピトー管

5 孔ピトー管の方が大きく重いですが、アルミ製 5 孔管でも $\phi 8 \times 120\text{mm}$ 、12g と、小型 UAV に装備するに当たって十分に小さく軽い。

圧力センサユニットには、1 つの絶対圧型センサ (Freescale MPXA6115A)、および 3 つの差圧型センサ (Freescale MPXV7002) が搭載されている。絶対圧型センサにはピトー管の中央孔が、差圧型センサにはピトー管の側孔が耐圧チューブによって接続される。これら圧力センサの選定にあたっては、小型 UAV の飛行速度を考慮のうえ行った。

データの記録は、ADS を前節で述べた Sylphide に接続することによって Sylphide 側で行うことにした。これによって計測データの時刻の同期が簡単に行うことができる。

ADS のピトー管を機首に取り付けにあたっては可能な限り機体に対して並行になるよう心がけたが、それでも取り付け誤差が発生すること止むを得ない。そこで図 4.23 に示すような写真を飛行試験の毎に撮ることによってオフセットを取得できるようにした。

なお、次小節以降で述べる試験結果を含め、これら実装は日野 [35]、および高木の研究成果に負っている。

4.3.3 静特性試験

原理で述べた式 (4.3.3)、および式 (4.3.4) における係数 $C_v, C_{2=3}, C_\theta$ を決定するための試験を行った。これを静特性試験と呼ぶ。

試験では図 4.24 に挙げるように校正済みの小型風洞を用いて、ピトー管に対して気速、および迎角、横滑り角を変化させることによって行った。風速は風洞の設定によって、風向はピトー管を傾けることによって変化させることができる。風向の変化は、ピトー管の支持部に取り付けられたポテンショメータ、またビデオカメラで録画を行うことによって、その回転角を検出できるようにしてある。なお次節で述べる動特性試験も同様の環境で行った。

試験によって例えば図 4.25 のような計測結果が得られた。これは風洞の気速が 10m/s で一定のとき、風向を変化させることによって得た 3 孔ピトー管の圧力センサの値である。図 4.20 で示した理論的な出



図 4.23: ピトー管の取り付け誤差の測定

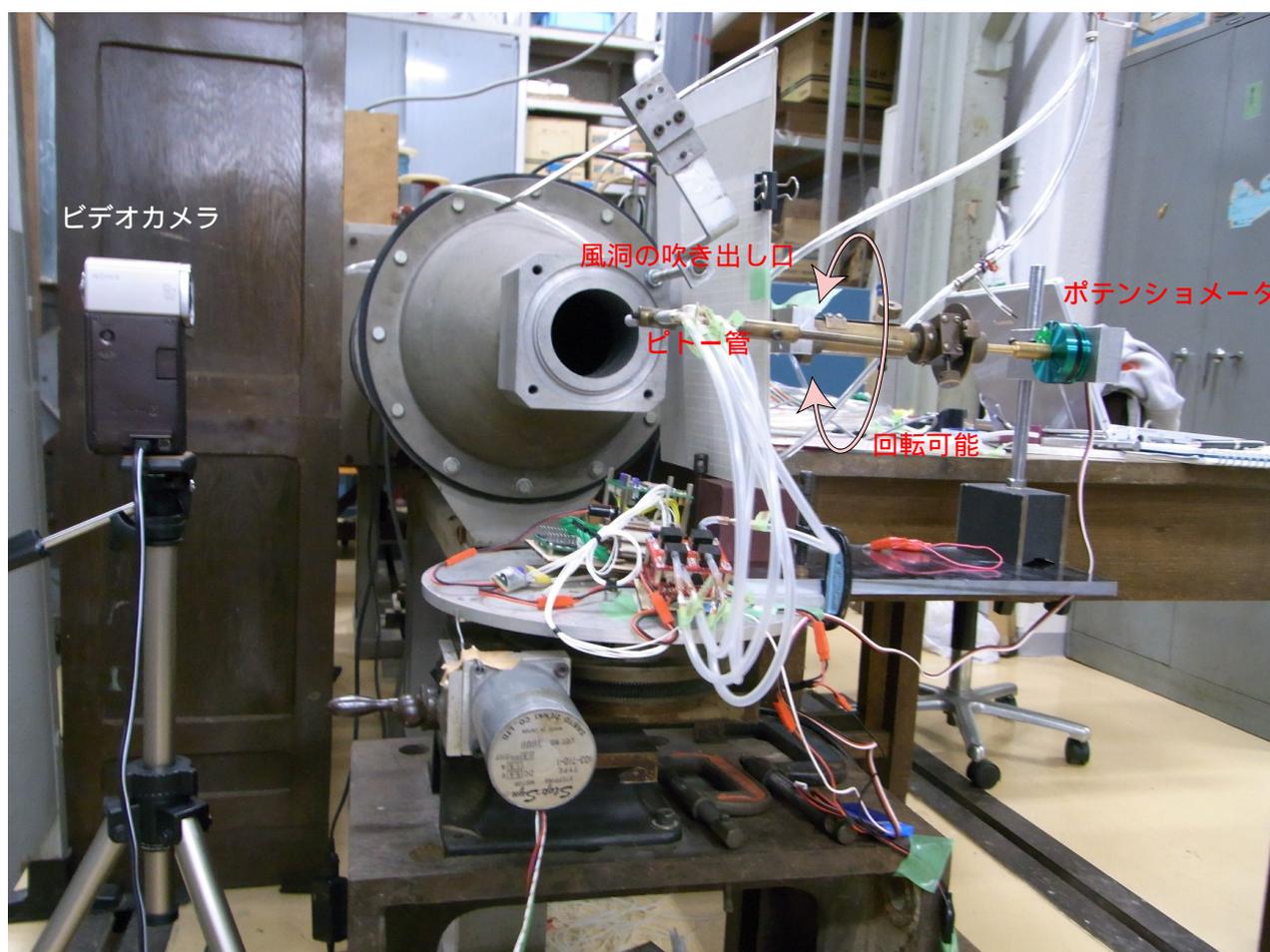


図 4.24: 風洞を用いた ADS の試験

力と極めて近いことが確認できる。

これらの計測結果を処理することによって、例えば図 4.26 や図 4.27 を得る。これらの図が示すのは、それぞれ迎角が -10° – 10° の範囲で気速を正しく測定できていること、及び -20° – 20° の範囲で正しく迎角を測定できていることを示している。これらは小型 UAV の飛行特性を解析するにあたって十分であると考えられる。

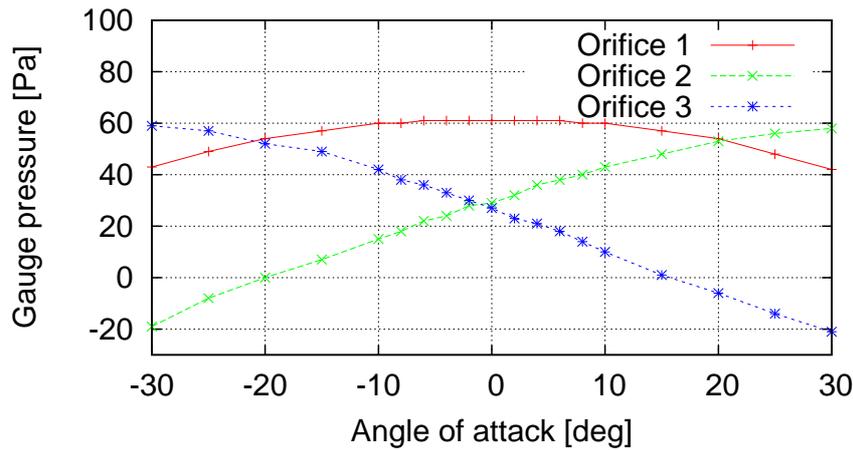


図 4.25: 10m/s 時の計測データ

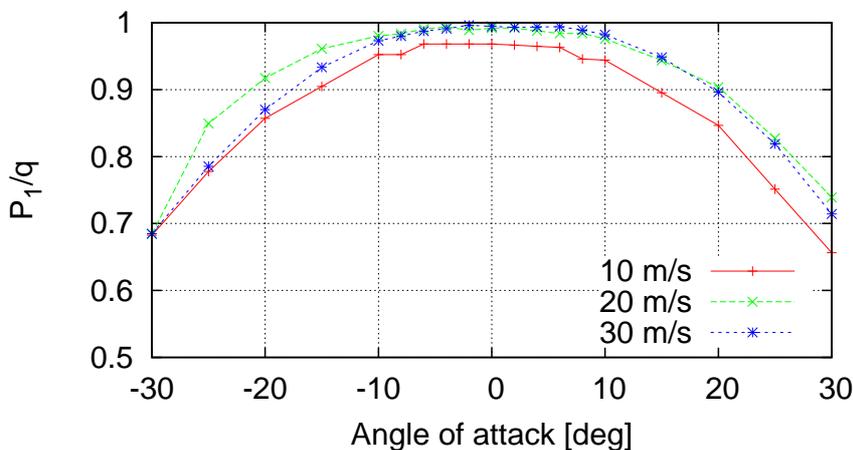


図 4.26: 迎角に対する P_1/q の値

また圧力センサと圧力との関係も図 4.28 のように計測された。広い圧力範囲において出力電圧との間に線形関係があることを確認した。

以上の試験結果を踏まえて、表 4.11 のように係数を決定した。なお係数はピトー管、圧力センサごとに若干の差異があり、試験をすべてに対して行うことによってその差異を考慮している。

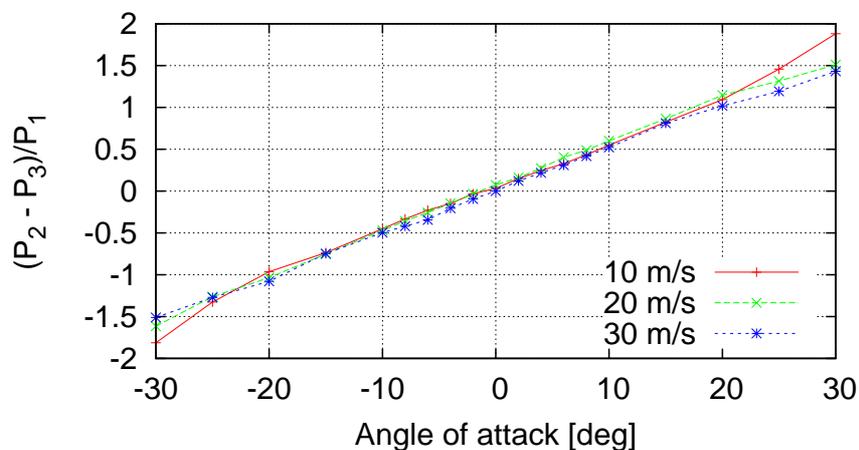


図 4.27: 迎角に対する $(P_2 - P_3)/P_1$ の値

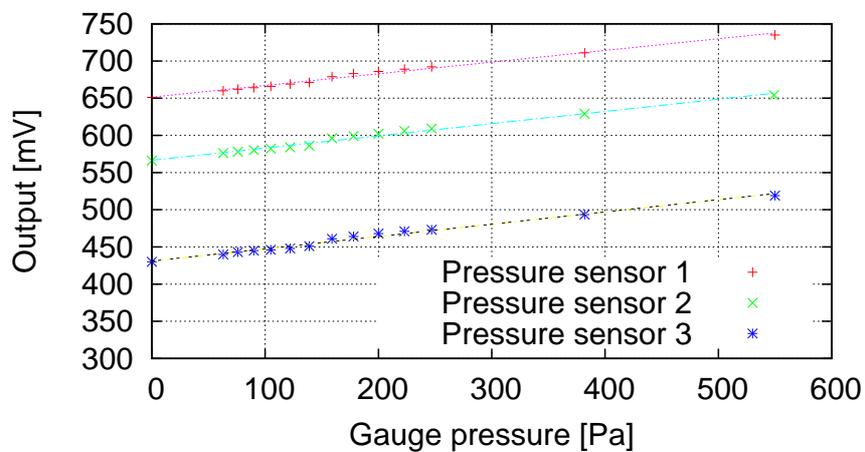


図 4.28: 圧力センサのキャリブレーション試験結果

表 4.11: 決定された ADS のパラメータ

Coefficient	3 孔ピトー管	5 孔ピトー管
C_v	5.69×10^{-1}	5.17×10^{-1}
$C_{2=3}$	4.28×10^{-1}	4.78×10^{-1}
C_θ	2.64	2.95

4.3.4 動特性試験

動特性試験とは、ADS の遅れ、すなわちピトー管で観測している状態が計測データとして出力されるまでに要する時間を調べる試験である。この遅れが無視できないほど大きい場合、飛行ログを解析する際に極めて悪影響を及ぼすので、その場合は飛行ログにおける ADS 由来の部分についてタイムスタンプを調整するなど後処理が必要となってくる。そのため ADS の遅れを計測することは極めて重要である。

試験は前小節の静特性試験と同様の試験設備を用いて行った。遅れを取得するため、ピトー管の気流に対する角度を連続的に変化させ、ADS、ポテンシオメータ、ビデオカメラ、これら3つから観測された気流に対する角度を比較した。この3つのうちポテンシオメータによるものが遅れが全くないと考えられるので、ポテンシオメータと ADS を比較すれば目的の遅れが得られることになる。

結果の一例を図 4.29 にあげるが、これは迎角の時間変化を捉えたものである。これによると ADS とポテンシオメータによる迎角変化は、急増加や急減少といったタイミングではほぼ一致しており、時間的に有意な差異はないと考えられる。すなわち、ADS のデータは後処理によって遅れを除去する必要がないと考えられる。なお ADS とビデオカメラの比較でも同様の結論が導かれた。

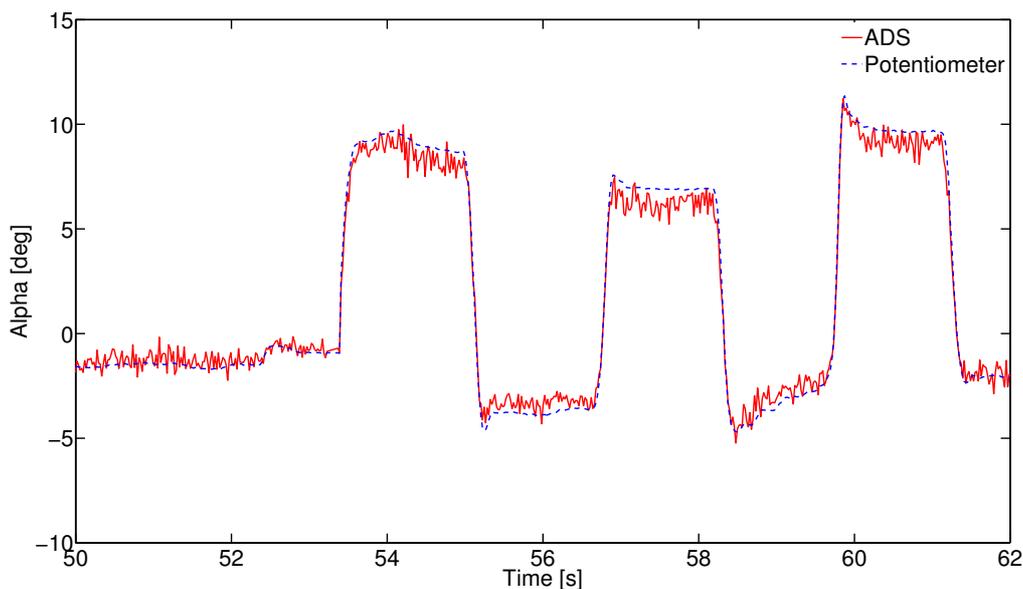


図 4.29: ADS の遅れ計測結果

以下では、この遅れが無視できるという結論を理論的に考察する。参考文献 [36] の第 10 章によると、ADS の遅れは圧力が伝播するためにかかる時間によるものであり、それは MOPT と圧力センサを接続する耐圧チューブの長さや管径、圧力センサのチャンバーの容積といった要素に依存するとある。これから判断するに機体が大きい場合、耐圧チューブの長さが長くなり遅れが発生するだろうが、小型 UAV 用ということで耐圧チューブの長さは短く、また圧力センサも半導体部品を利用した極めて小型のものを利用している。そのため遅れが無視できるほど小さいという結論は理論的にも妥当であると考えられる。

4.4 コマンドロガー

4.4.1 原理

コマンドロガーは操舵デバイスに対する指令値を記録する要素である。本研究で扱う小型 UAV には操舵デバイスとしてエルロン、エレベータ、ラダー、スロットルの4つがあるが、このうちスロットルについては正確な推力を計測することが困難であり本研究では取り扱わないことを式 (3.1.5) で述べた。

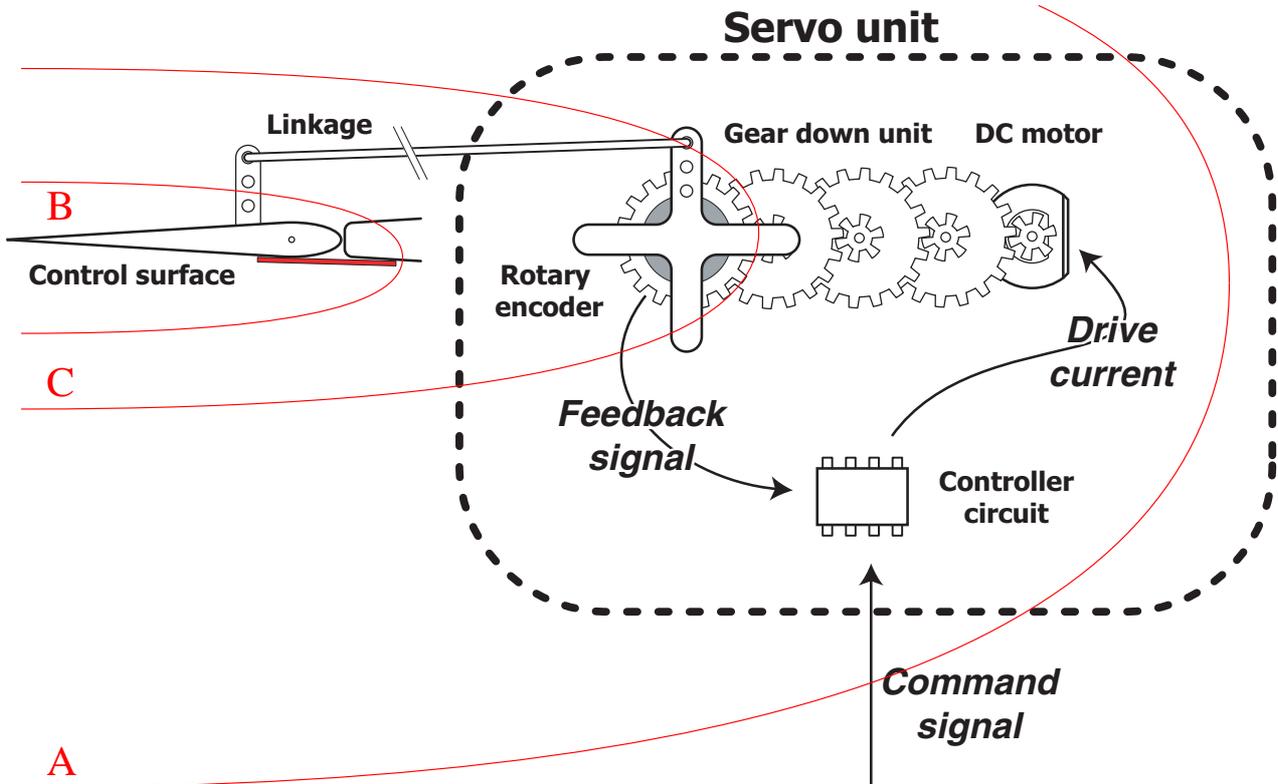


図 4.30: 舵面駆動系

残りの3つについては、図 4.30 にあがる構成によって小型 UAV の操舵デバイスとして成立している。すなわち、電気的な信号による指令をサーボと呼ばれるユニットが受け、指示に応じた角度を保持するようトルクを発生させ、そのトルクがリンクージュを通わり操舵面を動かすという機構になっている。

一般的なサーボの内部は、大きく分けて4つの部品で構成されている。すなわち全体の制御を行う電子回路、回転トルクを発生する直流 (DC) モータ、回転数を落としより強いトルクを出すためのギアダウンユニット、回転角度を得るためのロータリエンコーダ (またはポテンショメータ) である。ユニット内部では電子回路によって、指令に従った角度になるよう閉ループ制御が形成されている。

以上のような構成において、取得すべき操舵の指令値としては3つの値が考えられる。

1つはこれは最も単純に、サーボへの指令を取得すべき指令値とすることである。サーボへの指令は多くの場合、パルス波形で行われ、High-level の時間幅が指示角度に比している (Pulse wide modulation 方

式、PWM方式)。これは High-level の時間を電氣的に計測するだけであるから取得は容易である。そしてこの場合、サーボの挙動を含めたシステム(図の A の範囲)を解くことになる。

また別の方法として、舵面の舵角を指令値として見る方法である。これは舵面に対して何らかのセンサを設置する、例えば曲率に応じて抵抗値が変化する曲げセンサを図 4.30 の操舵面の赤色部分に設置することによって可能である。しかし実装という側面から見ると、この方法は困難が大きい。センサを舵面に近い位置に設置するため、たとえ非接触のセンサを用いても操舵部分の形状が飛行特性に悪影響を与えかねないくらい大型化する可能性がある。一方、解かれるシステムは極めて単純になる。すなわちサーボを除いた機体自身(図の B の範囲)になり、純粋に機体の空力的な形状のみが大きく反映されることになる。ゆえにシステム同定によって求められた特性は、風洞試験や簡易推算法など別の方法で取得した飛行特性と最も近くなることが予測される。

最後にサーボの内部にあるロータリエンコーダの値を指令値とすることも可能である。これはリンクージには特に遅れや振動といった特性に影響するであろう項目がないことから、どちらかという舵角を指令値とする 2 つ目の方法に近い。従ってこの方法で解かれるシステム(図の C の範囲)もサーボを除いた機体自身ということになる。加えてサーボは翼や胴体内に埋め込まれ外部に露出することはないから、サーボを分解する必要があるものの 2 番目で発生する可能性のある実装上の問題も少ないと思われる。

以上の 3 つの方法のうち、本研究では 1 番目の方法、すなわちサーボへの舵角指令を指令値として捉えることにした。これは本研究で取得する飛行特性が制御などでの使用を想定されているから、例えば制御ユニットから見た小型 UAV、すなわちサーボを含め機体に付随する機器を全てを統合した形で特性を取得できたほうが都合がよいであろう、という判断に基づいている。実際、指令を受けてから指定角度に達するまでのサーボの遅れは、その変化が大きければ大きいほど無視できない。理想的なサーボならば、サーボに指示した角度が全く遅れがなく実現されるので問題とならないが、特に機敏に反応を行う制御系を構築する上では、サーボの遅れは考慮しなければならない重大な問題である。

またサーボへの舵角指令を指令値として捉えることによって、故障検出といった本研究を応用した目的にも対応することが容易となる。すなわち、例えば操舵面が固着した場合などは、2、3 番目の方法では入力がゼロと見なされ有意な飛行特性の変化を得ることが難しいが、1 番目の方法であれば大きな差異が得られ舵面の故障が検出可能となる。

なお注意点として、本研究で飛行ログを解析する手法を評価するにあたっては、取得した飛行特性、言い換えるならば安定微係数を、風洞試験での計測や簡易推算法からの算出による安定微係数との比較で行っている。つまり比較対象となるリファレンスは空力的な形状のみに由来した値であり、本研究によって取得されるサーボを含めた小型 UAV 全体の飛行特性とは元来、差異がある。従って、飛行ログを解析する手法の評価においては、この差異をできる限り小さくしなければ正しい評価が行えないことになる。そこで解析手法評価用の飛行ログ取得の際は、サーボの遅れが目立たないように、指令値が緩やかに変化するように努めることにした。指令値の設定方法の詳細については後述するが、具体的には人間のパイロットによって指令値を作り出した。このようにすることで、計算機によって作り出される可能性のある急激な指令値の変化が起こらないようにしている。

4.4.2 実装と評価

コマンドロガーの実装にあたっては、節 4.2 で述べた別の構成要素である MEMS INS/GPS 複合航法装置 Sylphide に設けた FPGA(Flexible Programmable Gate Array) やマイコンを活用することにした。FPGA はソフトウェアによってデジタル回路を自在に設計できる半導体であり、サーボの種類が変化したところで、容易に対応することができる。そして本研究では、FPGA 内部に計時機能を持つカウンタをサーボの数だけ発生させることで実装を行った。このようにすると回路構成が多少複雑になるが、数が限られるマイコンのタイマ機能では実現が難しい多チャンネル化が容易となる上、各サーボの電気信号が非同期であった場合も漏らすことなく計測が可能である。

運用であるが、コマンドロガーによる指令値の取得は 50Hz で行うことにした。これは一般的なサーボの制御周期、すなわちサーボに対して行う角度指令の頻度に等しく十分である。また指令値と舵面舵角の関係は緩やかな変化下に線形であるが、リンケージを介していることからゼロ点やスケールファクタがどの指令値に該当するかは常に求めておく必要がある。そこで試験を行うたびに、指令値を最小、最大と振ってみて、そのときの舵角を図 4.31 に示すような写真を撮ることによって判定している。

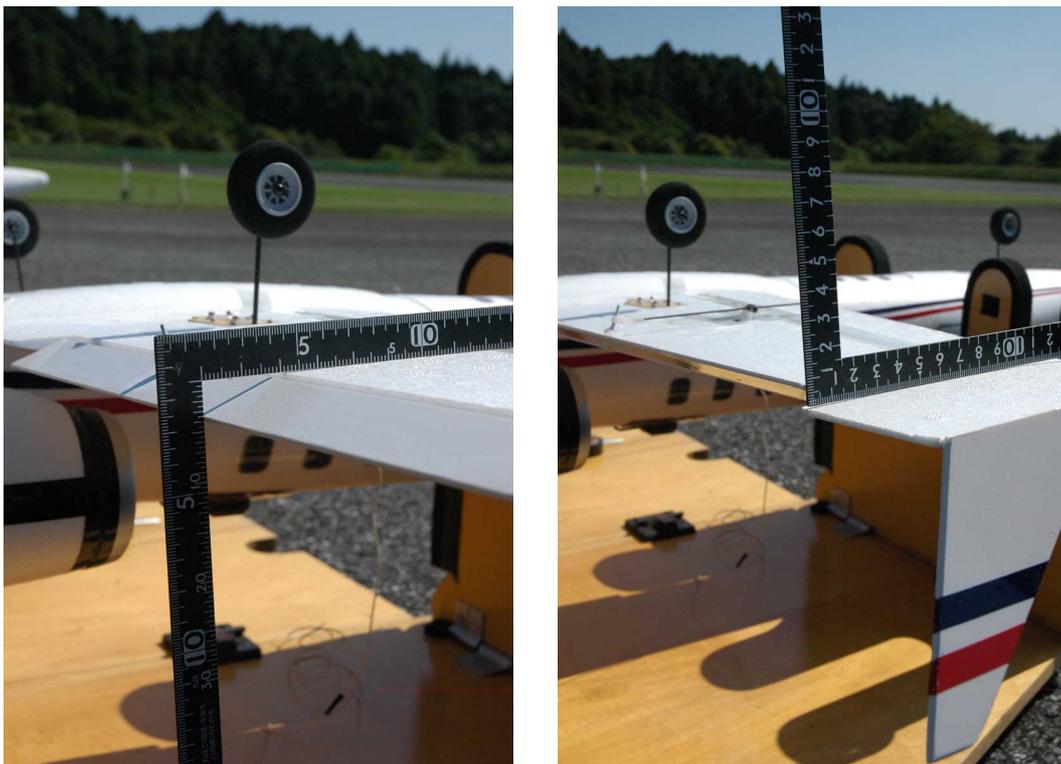


図 4.31: 舵角と指令値の関係を得るための写真

最後に性能評価についてであるが、指令値として取得しようとする値へはノイズの混入が考えられないものであることから、動作確認以外には特段行っていない。

4.5 取得された飛行ログ

前節までに述べたアビオニクスを用いて小型 UAV の飛行ログを取得した。飛行ログ取得のために行った飛行試験は複数回にわたり、表 4.12 にまとめた。飛行試験を複数回行った主な理由は 2 つあり、1 つは複数の機体を試すため、もう 1 つは飛行ログを解析し良い結果が得られるかどうかは大気の状態にも左右されるため、である。

表 4.12: 小型 UAV に対して行った飛行試験

日付	場所	対象とした小型 UAV
2008/8/6	渡良瀬遊水地	エクゼクティブジェット
2008/9/9	勝間 R/C 飛行場	エクゼクティブジェット
2008/11/5	勝間 R/C 飛行場	MARS07AF
2009/6/23–24	大樹町航空公園	オルカ
2009/10/14–15	大樹町航空公園	オルカ

図 4.32–4.37 に飛行試験で取得された特徴的な飛行ログを示す。これらは飛行ログの解析を行いやすくするための特殊な操舵入力を行っている部分を切り取って表示したものである。操舵によって励起しようとしているのは、航空機の飛行特性を表す特徴的な飛行モード、すなわち縦の運動として短周期モードと長周期(フゴイド)モード、横の運動としてダッチロールやスパイラル、ロールモードである。この操舵入力の作成方法は極めて重要であり様々な方法が提唱されているが、本研究では参考文献 [14] の第 2 章に詳しく述べられた方法に倣った。これは 3-2-1-1 と呼ばれる入力(時間幅の比が 3:2:1:1 のパルスの組み合わせ入力)やパルス、ダブレット入力を活用する方法である。その他の方法で有名なものとして M 系列信号 [37] を用いる方法があるが、全ての操舵入力の作成方法にいえる共通点は、特徴的な飛行モードと共振する周波数で操舵入力を行うこと、また共振する周波数の周辺に幅広くスペクトルを持つような操舵入力とすること、この 2 点である。

なお図で示した飛行ログは、2009 年 10 月の大樹町航空公園におけるオルカで取得されたものであるが、その他の飛行試験でも同様の方法で特徴的なログを取得している。またコマンドロガー(節 4.4)で述べたが、操舵は小型 UAV 内部で計算機から生成したものではなく、無線を通じたパイロットの操縦によるものであり、サーボの遅れが顕著にならないよう急激な変化を抑える目的で行っている。

4.6 シミュレーションによる総合的な性能検証

アビオニクス全体の精度を確認するため、シミュレーションを行った。このシミュレーションでは、まずアビオニクスの機器ごとに誤差を試験結果などからモデル化した。そのモデル化された機器を計算機に組み込むことで、前章で述べたシステムモデルを用いて飛行ログを擬似的に生成した。さらに生成された飛行ログを解析し、システムモデルのパラメータである有次元安定微係数を求めた。

すなわちこのシミュレーションでは、擬似的な飛行ログを生成する際に設定したパラメータ(本節では、

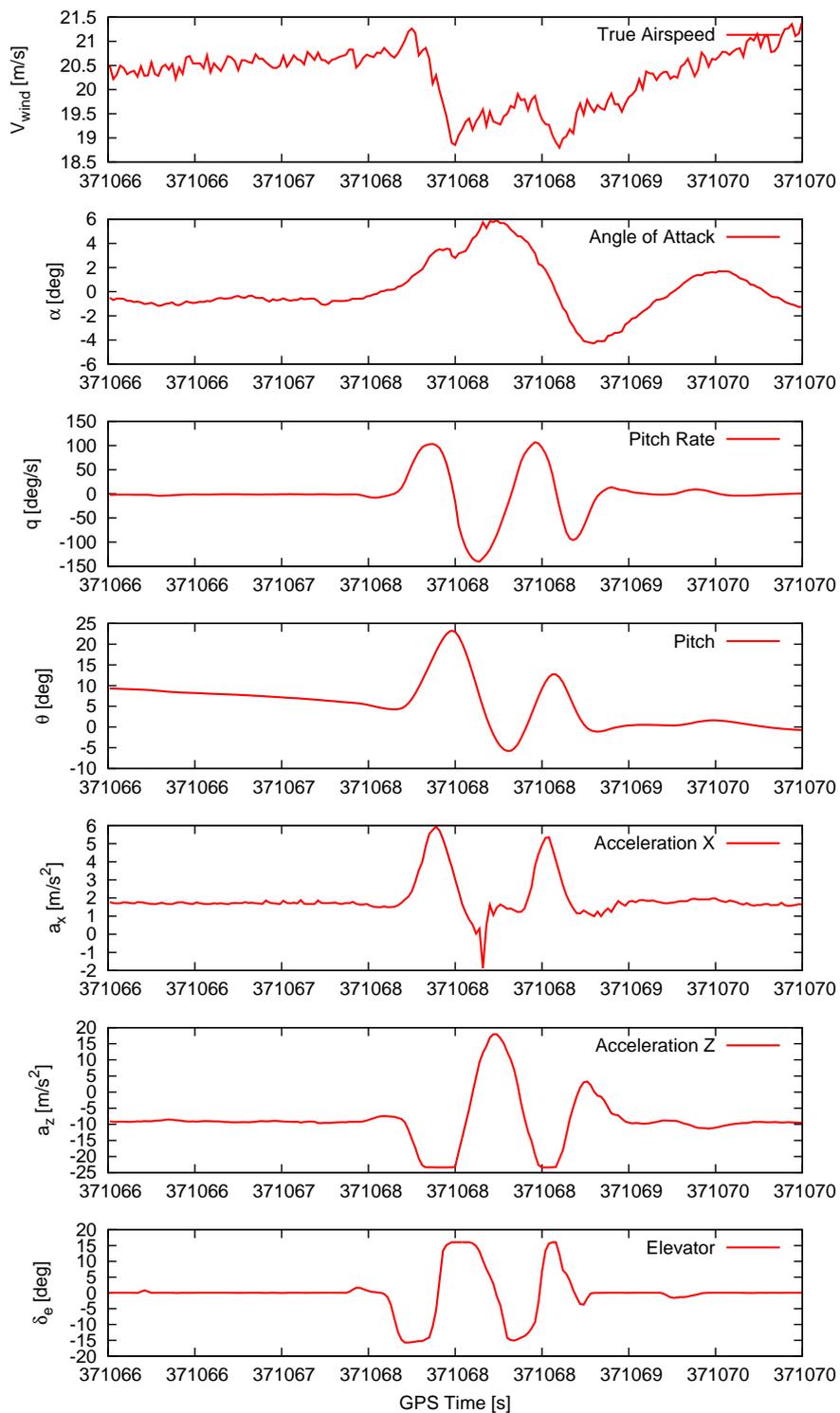


図 4.32: エレベータ 3-2-1-1 入力

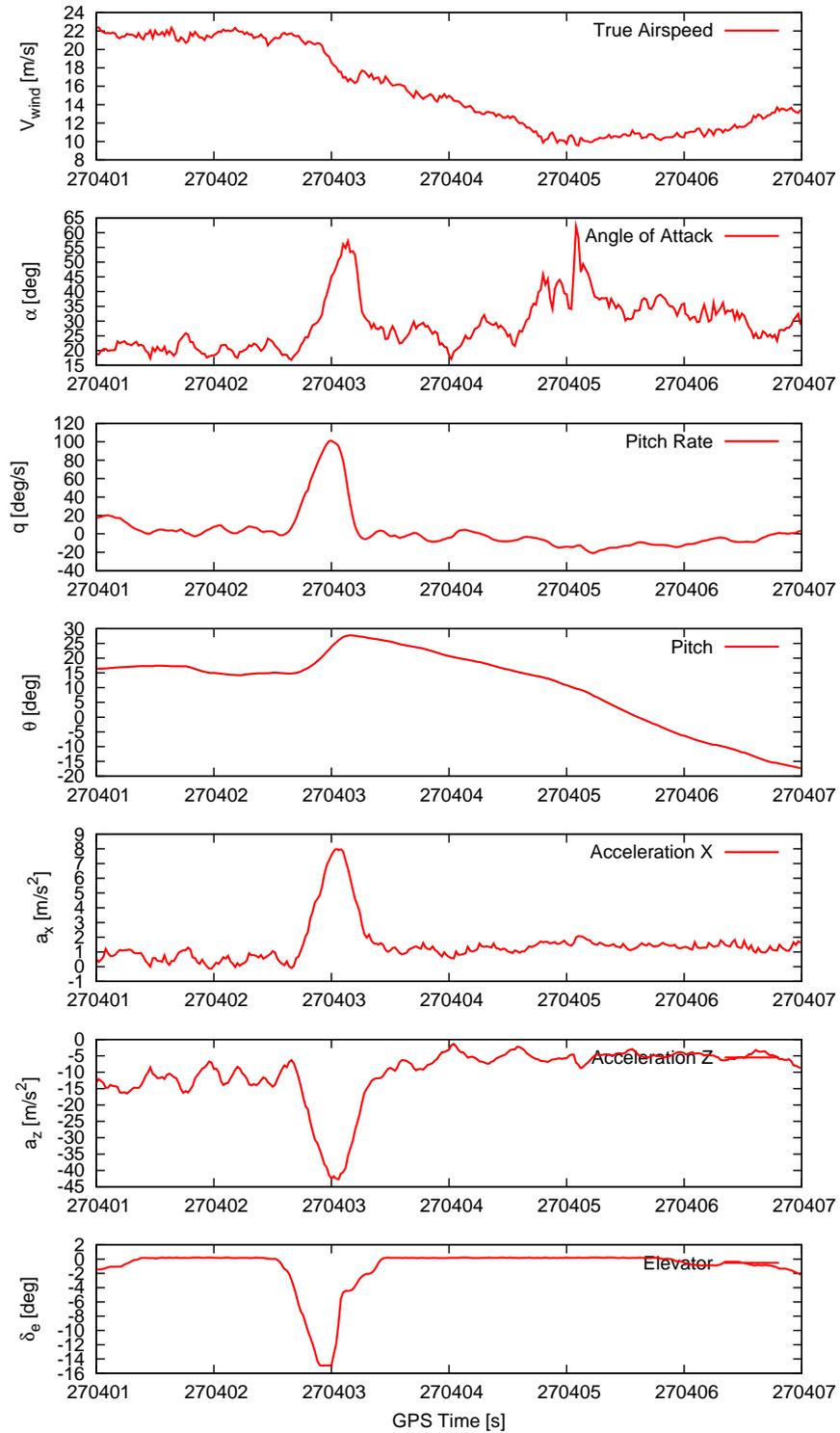


図 4.33: エレベータパルス入力

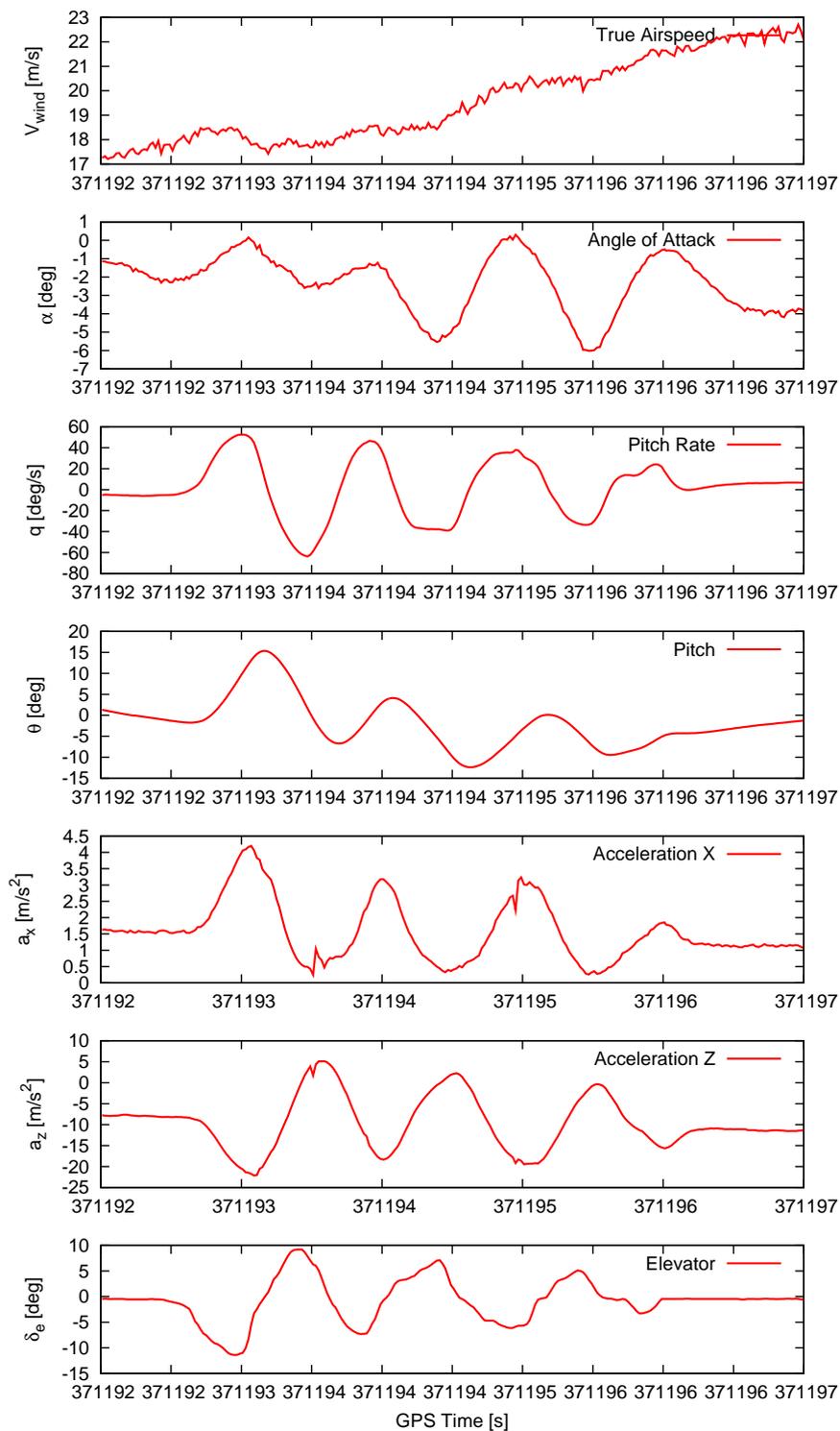


図 4.34: エレベータ ローラコースタ

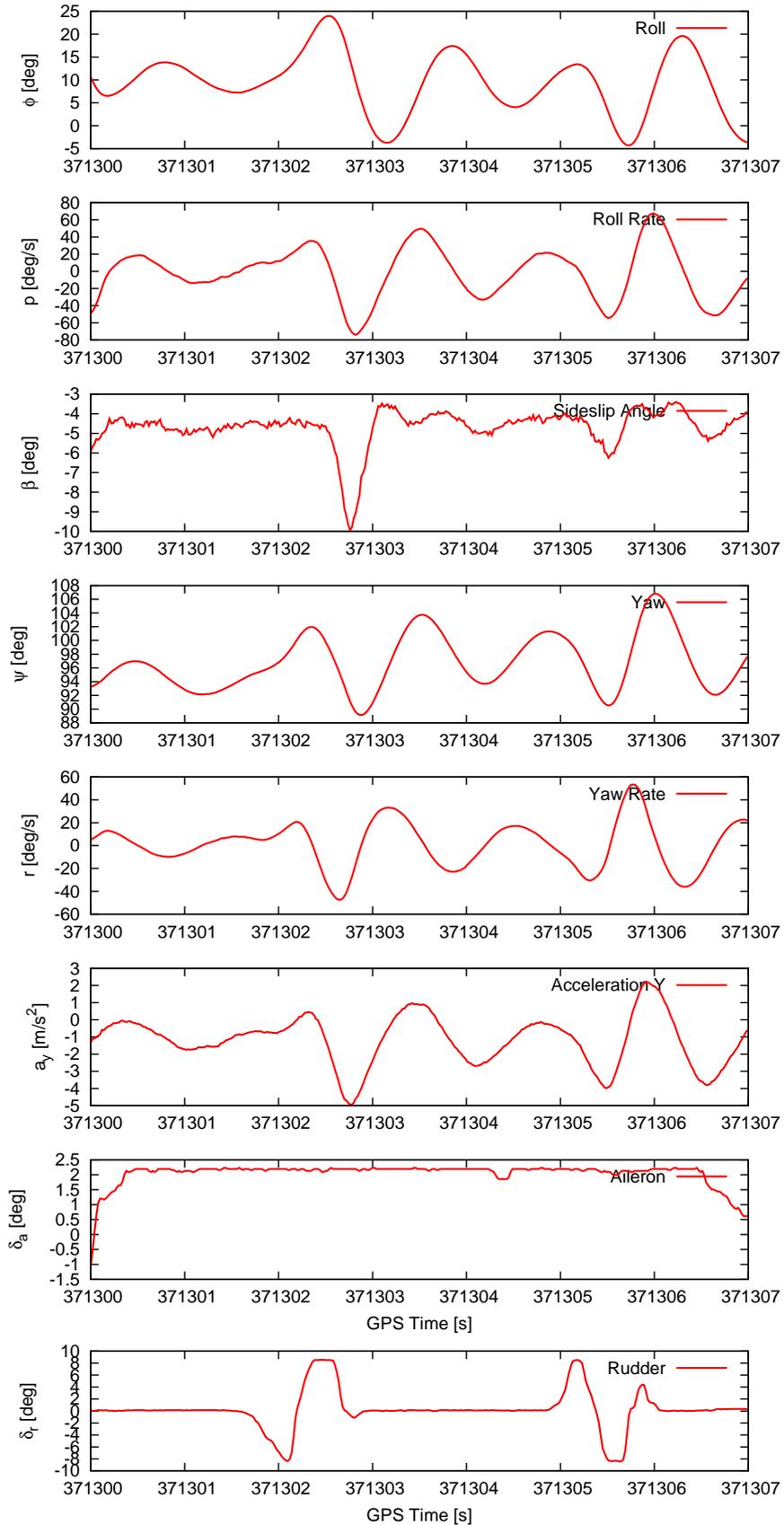


図 4.35: ラダー ダッチロール励起

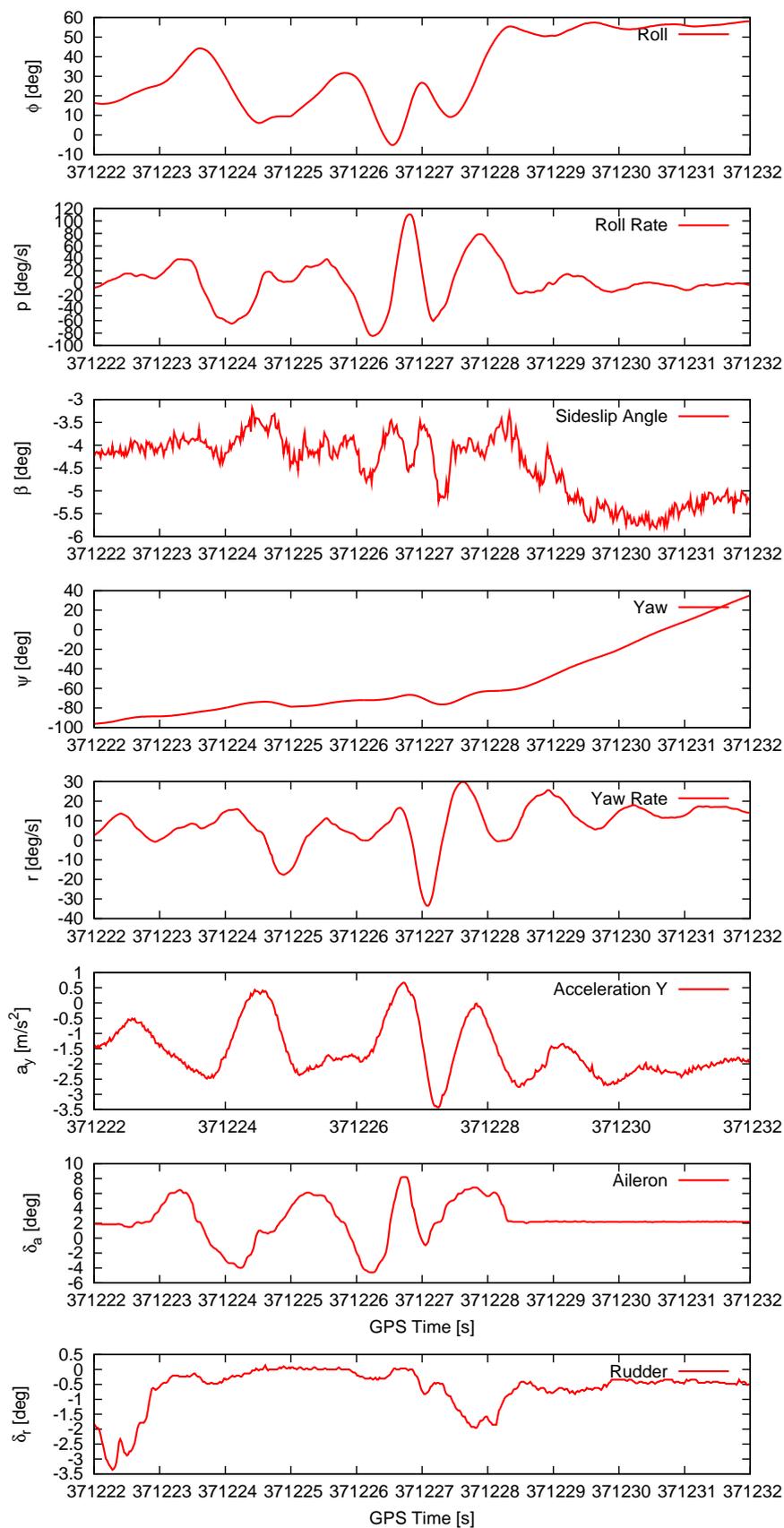


図 4.36: エルロン Bank-to-Bank

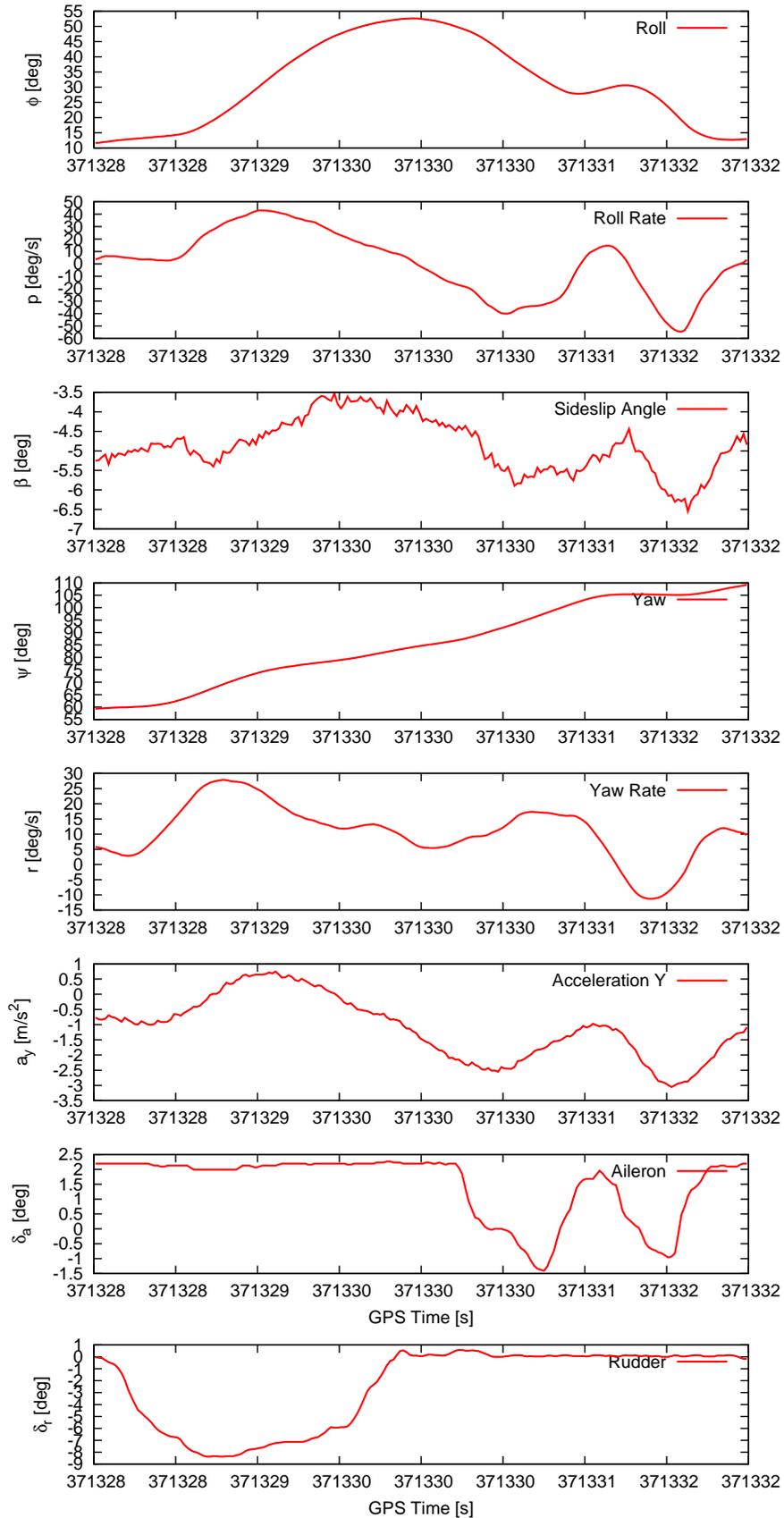


図 4.37: スパイラル励起

以下“真値”と呼ぶ)と、その飛行ログを解析することによって得られたパラメータを比較することによって、機器の性能を検証しようというものである。さらに飛行試験との違いを述べれば、このシミュレーションは観測ノイズのみを考慮し、プロセスノイズを無視したのがこのシミュレーションである。つまり、真値と解析によって得られたパラメータがある程度一致すれば、提案した機器の総合的な性能は十分であると判断される。ここで定量的に評価を行うため、シミュレーションを複数回行うモンテカルロシミュレーションとした。またシミュレーションではエクゼクティブジェット機の縦の運動を取り扱うことにした。

以下、機器の誤差のモデル化手法、擬似的に生成された飛行ログ、そして結果について述べていく。

4.6.1 誤差のモデル化手法

このシミュレーションにおいては、MEMS INS/GPS 複合航法装置、および ADS についての誤差をモデル化した。コマンドロガーについては小節 4.4.2 で述べたとおり、誤差は無視できるためである。以下、MEMS INS/GPS 複合航法装置と ADS に分けて説明する。

MEMS INS/GPS 複合航法装置

MEMS INS/GPS 複合航法装置での誤差のモデル化においては、縦の運動ということで表 4.1 からピッチ角速度 q 、ピッチ θ 、 X, Z 軸加速度 a_x, a_z について行えばよい。

まず直接的に状態量に関する観測であるピッチ角速度 q とピッチ θ について、特に詳細に誤差を検討した。ここでは最も一般的に行われているホワイトノイズを真値に加算する簡易的な方法ではなく、バイアス変動なども考慮したモデル化を行った。これには時間経過に対する値の変動をはかる IEEE の標準 [38] にも定められたラン分散 [39] を利用し、参考文献 [40] などをもとに行った。

ラン分散を利用すると、例えば図 4.38 にあげるような結果を得ることができる。図はピッチ角速度 q とピッチ θ について、飛行試験で得た実測値、およびモデル化された機器から出力されたシミュレーション値、これらのそれぞれについてラン分散を適用した結果である。図には横軸に基準時間間隔を、縦軸にラン標準偏差値を示しており、図に示された形からノイズの性質を決定することが出来る。例えば、ホワイトノイズによってのみ構成される場合は、グラフは右に単調現象する傾向を示す。逆にゼロ点が単調増加するなど長時間にわたって変動する場合、グラフは右に単調増加する傾向を示す。

機器のモデルを作成するにあたっては、飛行試験のラン分散に一致するようモデルのパラメータを調整して行った。例えばピッチ角速度 q のノイズとしては、参考文献 [40] の用語を用いると White Noise FM と White Noise PM の組み合わせ、一方ピッチ角 θ は Random Walk Noise FM と White Noise PM の組み合わせとした。

具体的に式を用いて示すと、ピッチ角速度 q のノイズ成分 q_{noise} は

$$q_{\text{noise}} \leftarrow (1 - 3.0 \times 10^{-3})x_{k+1} + a_k + \text{WN}(0, \sigma_2) \quad (4.6.1a)$$

$$x_{k+1} \leftarrow x_k \quad (4.6.1b)$$

$$a_k \leftarrow \text{WN}(0, \sigma_1) \quad (4.6.1c)$$

$$x_0 = \text{WN}(0, \sigma_0) \quad (4.6.1d)$$

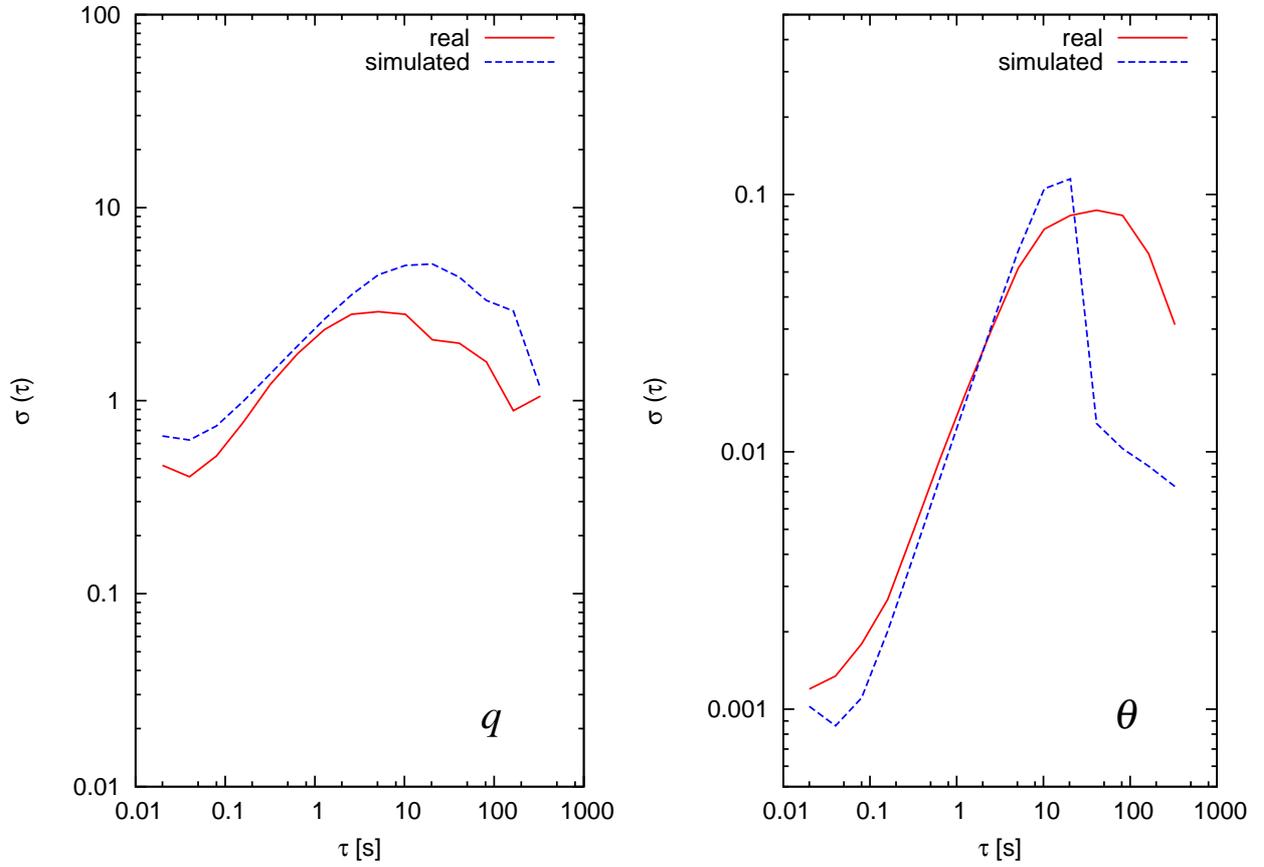


図 4.38: 飛行試験で得た値、およびモデルから出力された値、それぞれに対するアラン分散

$$a_0 = \text{WN}(0, \sigma_1) \quad (4.6.1e)$$

という計算で 1 サンプルにおけるノイズ成分をモデル化した。ただし $\text{WN}(\mu, \sigma)$ は平均 μ 、標準偏差 σ のホワイトノイズである。ここでパラメータを $\sigma_0 \equiv 0.35 [\text{rad/s}]$, $\sigma_1 \equiv 6.0 \times 10^{-1} [\text{rad/s}]$, $\sigma_2 \equiv 5.0 \times 10^{-1} [\text{rad/s}]$ としている。

またピッチ θ のノイズ成分 θ_{noise} は

$$\theta_{\text{noise}} \leftarrow (1 - 8.0 \times 10^{-6})(2x_{k+1} - x_{k+2}) + a_k + 0.286a_{k+1} + \text{WN}(0, \sigma_2) \quad (4.6.2a)$$

$$x_{k+2} \leftarrow x_{k+1} \quad (4.6.2b)$$

$$x_{k+1} \leftarrow x_k \quad (4.6.2c)$$

$$a_{k+1} \leftarrow a_k \quad (4.6.2d)$$

$$a_k \leftarrow \text{WN}(0, \sigma_1) \quad (4.6.2e)$$

$$x_0 = x_1 = \text{WN}(0, \sigma_0) \quad (4.6.2f)$$

$$a_0 = a_1 = \text{WN}(0, \sigma_1) \quad (4.6.2g)$$

とモデル化した。パラメータは $\sigma_0 \equiv 0.35 [\text{rad}]$, $\sigma_1 \equiv 2.9 \times 10^{-6} [\text{rad}]$, $\sigma_2 \equiv 1.0 \times 10^{-3} [\text{rad}]$ と定めた。

一方、間接的に関係する観測量である、加速度 a_x, a_z についてはホワイトノイズを加えるのみの単純なモデルとした。すなわちノイズ成分をまとめて a_{noise} と書けば 1 サンプルあたり

$$\theta_{\text{noise}} \leftarrow \text{WN}(0, \sigma_0) \quad (4.6.3)$$

であり、ここでパラメータを $\sigma_0 \equiv 0.1 \text{ [m/s}^2\text{]}$ とした。これはカタログスペック $50 \times 10^{-6} \text{ [g/\sqrt{Hz}]} \times 100 \text{ [Hz]} \approx 5.0 \times 10^{-3} \text{ [m/s}^2\text{]}$ に比べて十分大きな値であるが、小型 UAV に搭載した際の振動を加速度計が拾ってしまうなど、カタログスペックには考慮されていない部分を反映すべく設定した。

ADS

ADS の誤差のモデル化については、システムモデルを計算することによって得られる真値としての対気速度 V_{wind} や迎角 α を変更することになる。ここでこれら真値に直接ノイズ成分を加算する方法がもっとも簡易的である。しかし ADS は、生データを圧力センサの A/D 変換値とする静特性試験によって性質をよく得られている。そこで誤差のモデル化では、一度真値として得られた対気速度や迎角を、式 (4.3.3) や式 (4.3.4) を逆に解くことによって圧力センサの値に変換、そこでノイズ成分を加え、もう一度式 (4.3.3) や式 (4.3.4) を順方向に使うことで対気速度や迎角を求めるというモデル化を行った。

圧力センサの誤差は、アラン分散などを用いて検証した結果、ホワイトノイズでよく近似することができた。数値をあげると標準偏差で相対的に 5% の計測誤差があったとした。

4.6.2 擬似的に生成された飛行ログ

擬似的に飛行ログを生成するにあたって、表 3.7 にあるようなエクゼクティブジェットの有次元安定微係数をシステムモデルのパラメータとして用い、縦の運動について生成を行った。なおシミュレーションに用いた対気速度は表 3.7 にあげた代表的な値とは異なるため、表にある値をそのまま真値としたわけではないことを注記する。入力としては前節 4.5 の飛行試験で実際に小型 UAV に対して行った特徴的な操舵、ここではエレベータに対する 3-2-1-1 入力をそのまま適用することにした。

図 4.39 に用いた入力、および擬似的に生成されたログの一例を示す。図には同じ入力に対して乱数を変化させることで生成した 20 ケース分の飛行ログが示されている。加えて図には、真値 (“Error free” の表記)、および実際の飛行試験で同様の入力を与えた際に取得されたエクゼクティブジェットの飛行ログ (“Real Flight”) も示した。

擬似的に生成された飛行ログ、および飛行試験で取得された飛行ログは傾向がよく一致していることが確認してとれる。これはアビオニクス誤差をよくモデル化できているということを示している。

しかしながら一方で、擬似的に生成された飛行ログは飛行試験によって取得された飛行ログと比べて一致していないともいえる部分、例えば対気速度 V_{wind} やピッチ角 θ の全時間や、迎角 α の 3–6 s での挙動、がある。この点は、次章以降の飛行ログの解析手法について触れていく際に節 5.7 で特に詳しく述べるが、小型 UAV の飛行ログを解析するにあたって考慮されなければならない極めて重要な点と思われる。簡潔に述べるならば、このような不一致は、観測ノイズではない突風などのプロセスノイズが極めて強く実際の小型 UAV の飛行に作用しているためと考えられ、従って実際の飛行ログを解析するためにはプロセスノイズに耐えうる手法でなければならないという考察を行っている。

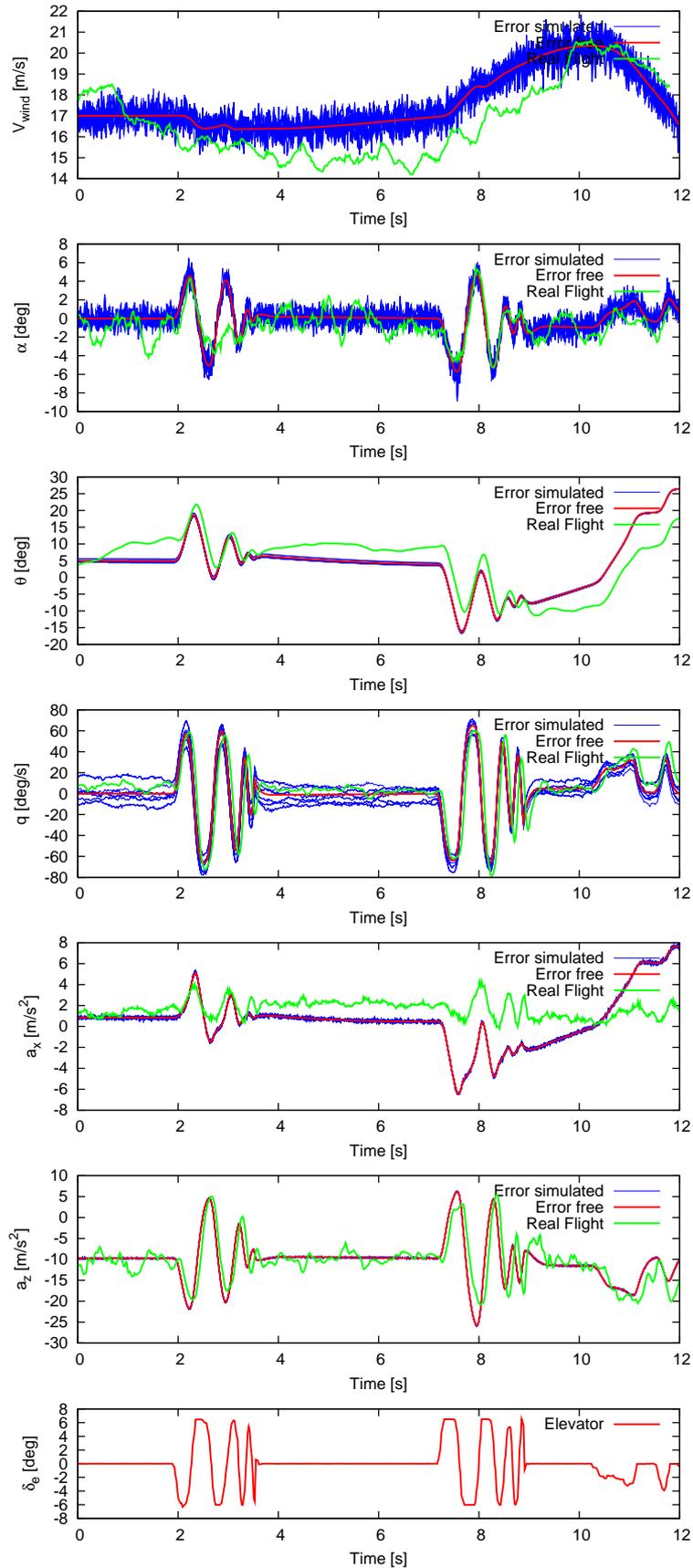


図 4.39: シミュレーションで用いた入力や擬似的に生成した飛行ログ

4.6.3 結果

擬似的に生成された飛行ログは、フィルタエラーメソッド (FEM) という手法で解析した。FEM は節 5.5 で述べるのでここでは詳細は省略するが、手法の概要を述べれば、航空機の飛行ログ解析に一般的に用いられている精度のよい手法である。

まずはシミュレーションに使用した入力十分にシステムの特徴的な運動を励起し解析を行いやすくしていることを確認するため、アビオニクスノイズ成分を考慮せずに生成した飛行ログを FEM で解析を行った。解析結果を表 4.13 に示す。

ここで FEM は安定微係数を推定するとともに自身が推定した微係数の推定精度も推定していることに注意をしたい。このような機能を実現するために、FEM は観測誤差がどの程度大きいかといったことも推定している。このような推定過程のために、観測ノイズがないデータでは一部のパラメータの推定が困難になったり、最悪の場合発散することがある。そこであくまでも真値を解析するのは傾向をとらえるために行うのであり、この結果の精度を細かく議論することは意味がないことをあらかじめ述べておく。なおこの推定された推定精度は、表では \pm 以降に続く数値に標準偏差という形であらわされている。

Y 軸回りのモーメント M に関わる微係数は、ピッチがエレベータの操作によって容易に変化することからも想定されるとおり、推定が比較的行きやすい。実際、真値を解析した結果ではよい精度で M に関わる微係数が推定されていることが確認できる。一方、 X_α の推定精度が悪いように思われるが、これは上記の議論に相当するところであると考えられる。以上のことから、シミュレーションに使用した入力には問題がないことを確認することができた。

表 4.13: シミュレーション解析結果 (ノイズ成分考慮せず)

記号	真値 $U_0 = 17.0 \text{ [m/s]}$	解析結果
X_u	-3.51×10^{-1}	$(-6.20 \pm 0.13) \times 10^{-1}$
X_α	2.26	-4.60 ± 1.18
Z_u	-1.15	-0.94 ± 0.02
Z_α	-1.35×10^2	$(-1.37 \pm 0.02) \times 10^2$
Z_q	-0.650	-1.04 ± 0.22
Z_{δ_e}	-8.81	-8.89 ± 1.29
M_u	0	0.140 ± 0.00
M_α	-4.21×10^1	$(-3.77 \pm 0.09) \times 10^1$
M_q	-8.08	-11.3 ± 0.2
M_{δ_e}	-1.10×10^2	$(-1.34 \pm 0.01) \times 10^2$

そして本題である、アビオニクスノイズ成分を考慮した状態で擬似的な飛行ログを生成し FEM で解析した結果を、表 4.14 に示す。表には 100 ケース分のログ生成、そして解析を行った結果の平均値、および分散が示されている。ここで表 4.13 にて示したノイズ成分を考慮していない場合と同様の傾向、す

なわち推定された安定微係数が真値とオーダーにおいて全体的に近しいこと、加えて推定が行いやすいと思われる M について精度よく推定されていること、これらが成立している。

表 4.14: シミュレーション解析結果

記号	真値		解析結果 (平均)	解析結果 (分散)
	$U_0 = 17.0$ [m/s]			
X_u	-3.51×10^{-1}		-3.54×10^{-1}	0.33×10^{-1}
X_α	2.26		2.04	1.80
Z_u	-1.15		-0.727	0.196
Z_α	-1.35×10^2		-1.19×10^2	0.04×10^2
Z_q	-2.92		-2.14	0.44
Z_{δ_e}	-8.81		-13.4	1.7
M_u	0		0.120	0.289
M_α	-4.21×10^1		-5.93×10^1	1.03×10^1
M_q	-8.08		-6.96	2.05
M_{δ_e}	-1.10×10^2		-1.05×10^2	0.12×10^2

また安定微係数が得られるとシステム方程式 (3.1.5) を構成できるが、その右辺第一項の係数行列を固有値分解することによって、飛行を特徴づける固有モードを知ることができる。そこで真値およびシミュレーションで得られた推定値について固有モードを求めた結果、図 4.40 のようになった。図の“Reference” は真値の固有モードを示し、赤や緑で示された丸印は全てのケースにおけるシミュレーションから得た微係数による固有モードである。真値と推定値による固有モードは十分近傍にあることが図から言え、アビオニクスノイズ成分は固有モードを大きく乱すほど影響を与えるものではないことが得られた。

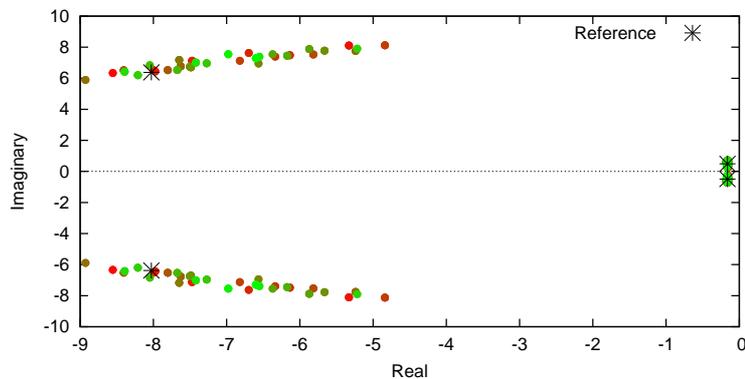


図 4.40: 推定された安定微係数から算出した固有モード (シミュレーション)

以上の議論をもってアビオニクスの性能は総合的に十分であると結論付けられる。

4.7 まとめ

本章では、小型 UAV の飛行ログ取得方法について詳細に記述した。小型 UAV は従来の有人航空機、そして大型の無人航空機に比べ、特に搭載できる機器に対する重量制限が厳しいことから、新規に飛行ログ取得のための小型 UAV 用アビオニクスの研究開発を行った。

アビオニクスは MEMS INS/GPS 複合航法装置、エアデータセンサ (ADS)、コマンドロガーから構成される。MEMS INS/GPS 複合航法装置は精度が航法機器としては向かない MEMS 慣性センサ、および汎用 GPS 受信機を利用しながらも、ロールやピッチ誤差で 1° 以内という高精度を達成できた。また Lever arm effect やスムージングによる精度向上、回帰分析による誤差要因の特定、遅れを考慮したリアルタイムアルゴリズムの導出など様々な改良を施した。ADS では多孔ピトー管 (MOPT)、および圧力センサを利用した大気速度、風向が測定できる装置である。静特性試験では十分な精度や作動範囲が得られていること、動特性試験では計測遅れが無視できるほど小さいこと、これらが確認され ADS は満足な性能が得られた。コマンドロガーは操舵履歴を取得する装置であるが、ここで小型 UAV の操舵機構に対して深い考察を行い、飛行ログ解析では操舵の動力を供給するサーボを含めたシステムを解くことにした。

そしてアビオニクスを用いて飛行試験を行い、実際に取得した飛行ログを示した。飛行ログは短周期モードといった小型 UAV の飛行で特徴ある部分を捉えるよう、3-2-1-1 入力などの特殊な操舵を行った。飛行試験以外にも、機器の誤差をモデル化し、観測誤差のみ考慮した状態でのモンテカルロシミュレーションを行ったが、良好な結果が得られアビオニクス全体での精度に問題がないことを確認した。

第 5 章

一般的手法による飛行ログ解析

第 2 章の小節 2.3.3 において一般的な航空機のシステム同定手法に触れたが、飛行試験によって取得された飛行ログは適切な手法を用いて解析されなければならないことを述べた。このことは小型 UAV に対しても当てはまることであり、小型 UAV の特徴を考慮した上で、その飛行ログは適切な手法で解析されなければならない。しかしながら小型 UAV のシステム同定は現在において適用例がない分野であり、どの手法が適当であるかという指標が得られていない。そこでまず航空機のシステム同定で一般的な手法を複数用いて、小型 UAV の飛行ログの解析を行った。

本章ではまずはじめに、航空機に適応された事例のある主な手法を全般的に解説する。続いて、本研究で用いた 4 つの一般的な手法、すなわち再帰的最小二乗法、フーリエ変換回帰法、アンセンテッドカルマンフィルタ、フィルタエラーメソッドについて手順や特徴を手法ごとに示す。そしてその後、小型 UAV の飛行解析にこれらの手法を適用した結果をまとめて述べる。本章の最後においては、これら手法を適用した結果に基づいて、小型 UAV の飛行ログ解析に最も適した手法はどのようなものであるか考察を加えた。

5.1 主な一般的手法

図 5.1 に、参考文献 [14] で述べられている一般的な航空機のシステム同定に使われる主な手法をあげた。本節では、これらの手法の詳細に踏み込む前の全体の概要について述べる。

図に示された複数の手法は、2 つの枠組みによって整理できる。そしてこれらの枠組みを最も基本的な基準として、目的や対象とする飛行形態に応じて適切な解析手法を選択しなければならない。以下、この 2 つの枠組みについて述べる。

第一の枠組みは、解析の結果が得られるタイミングによる区分けであり、図においては水平方向の線であらわされる。この区分けによると、全ての飛行ログが出揃った時点で初めて解析結果が得られるオフライン手法に対して、飛行ログを逐次処理することによって取得の最中でも解析結果が利用可能なオンライン手法がある。オンライン手法は、飛行中にも解析結果を得たい、例えば状況設定が難しい飛行試験において適切な環境の上で試験が行えているかどうかを飛行中に確認を行いたい場合や、即時的に得られる解析結果を元に制御系を再構築値する場合に用いられる。一方のオフライン手法は、概して精度のよい解析を行いたい場合に用いられる。オフライン手法が概して精度が高いというのは、全ての飛行ログを利用で

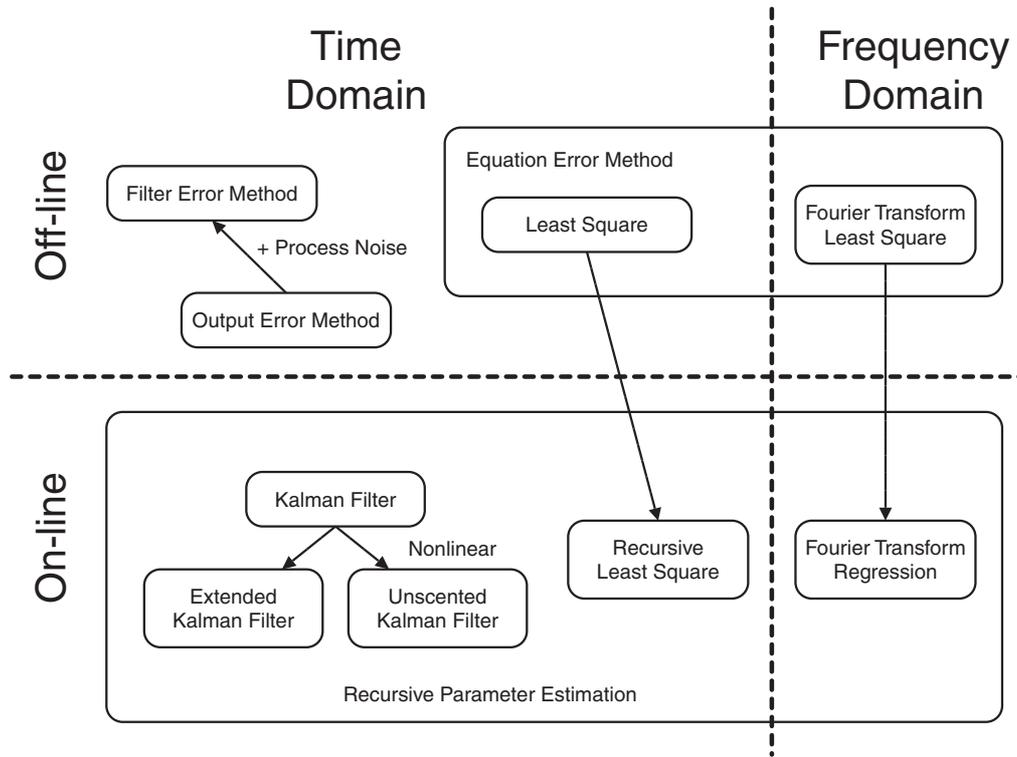


図 5.1: 主な手法の一覧

きることによる副次的な効果であるため、解析対象や飛行試験によってはオフライン手法とオンライン手法の精度に有意な差がないことも勿論ある。また小型 UAV におけるシステム同定の究極的な目的、つまり飛行中の制御や故障検出に応用することによって高度な自律機能を構築する、ということを考えれば、オンライン手法が好ましいことは明らかである。

もう一つは解析の対象とする飛行ログがどのような性質のデータか、という枠組みである。すなわち、サンプル時間順に並べられた時系列データか、あるいは周波数で分けられた強さや位相のデータか、という区分けである。これらは図の垂直方向の仕切りにあらわれているように、それぞれ時間領域、周波数領域での解析手法と呼ばれ分けられている。

これらの手法の中から表 5.1 にあげる 4 つの手法を選び、小型 UAV の飛行ログの解析を行った。以下の節では、これらについて順に手法の概要、特徴などを示していく。なお図 5.2 はこれらの手法の手順を示した概念図であり、以下の説明では簡便なものから複雑なものへと順に並べてある。

5.2 再帰的最小二乗法 (Recursive Least Square, RLS)

再帰的最小二乗法 (RLS) は、冒頭で導入した枠組みでは、オンライン、かつ時間領域のデータを処理する手法であり、また最も単純な方法である。手法の名前からわかるように、RLS はそのオフライン版である最小二乗法 ((Ordinary) Least Square, (O)LS) を基礎としている。そして LS、RLS とともに状態量推定の一般的な手法であり、その具体的手順や性質などは付録 A.1–A.3 で述べる。かわりに本節では、RLS、ないし LS を、システム同定の手法という側面から眺め、手順の概要をまず述べる。

表 5.1: 選択した手法

手法 (英文名, 略称)	分類その 1	分類その 2
再帰的最小二乗法 (Recursive Least Square, RLS)	オンライン	時間領域
フーリエ変換回帰法 (Fourier Transform Regression, FTR)	オンライン	周波数領域
アンセンテッドカルマンフィルタ (Unscented Kalman Filter, UKF)	オンライン	時間領域
フィルタエラーメソッド (Filter Error Methods, FEM)	オフライン	時間領域

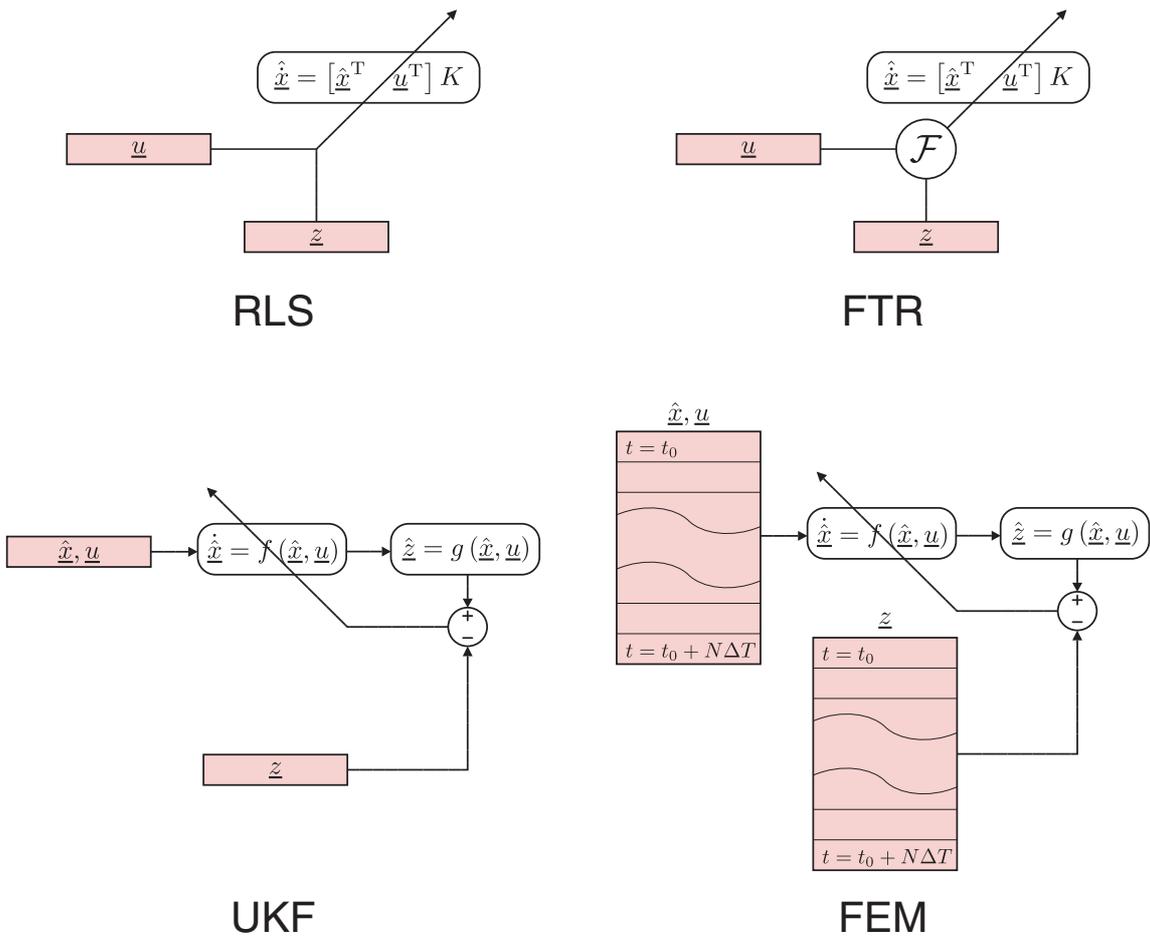


図 5.2: 各手法の手順の概略図

節 2.2 において状態量推定手法がパラメータ推定手法として利用可能なことは示したが、ここでは LS について具体的にその過程を示すことにする。

LS は、係数行列 K が既知、従属変数 \underline{y} が複数回の観測によって得られている状態において、独立変数 \underline{x} との関係が

$$\underline{y} = K\underline{x} + \underline{\varepsilon} \quad (5.2.1)$$

であるとき、誤差 ε の二乗和 $|\underline{\varepsilon}|^2 \equiv \underline{\varepsilon}^T \underline{\varepsilon}$ を最小とするよう独立変数 \underline{x} を決定する方法である。状態量推定手法としては、ここで独立変数 \underline{x} を状態量として捉えることで利用する。

一方、第 3 章で数学モデルを定義したが、システム方程式 (3.1.5)、および (3.1.8) は、状態量の真値 \underline{x} や入力 \underline{u} をまとめた変数 $\underline{x}^* \equiv \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{u} \end{bmatrix}$ について未知の係数行列 K^* や誤差 \underline{v} を用いて

$$\frac{d}{dt}\underline{x} = K^*\underline{x}^* + \underline{v} \quad (5.2.2)$$

と書くことができる。ここで右辺の \underline{x}^* については、第一行は観測方程式 (3.1.6)、(3.1.9) から推定量 $\hat{\underline{x}}$ が得られ、また第二行は入力 \underline{u} が観測されることから、既知となる。一方の左辺 $\frac{d}{dt}\underline{x}$ についても、 \underline{x} の推定量の時間差分をとる、すなわち最も簡単な式であらわすと

$$\left(\frac{d}{dt}\hat{\underline{x}}\right)_{k\Delta T} \approx \frac{\hat{\underline{x}}_{(k+1)\Delta T} - \hat{\underline{x}}_{k\Delta T}}{\Delta T} \quad (5.2.3)$$

などとすることによって、その推定値を得ることができる。すなわち、式 (5.2.1) にあげた LS との関係で言えば、 \underline{x}^* に対応する \underline{x} 、 K^* に対応する K において既知、未知の関係が逆転している。

そこで式を変換することによって既知と未知の関係をあわせ、 K^* を推定することにする。ベクトル \underline{x} の i 番目のスカラー成分を x_i 、行列 K の i 番目の行ベクトルを K_i とあらわすようにすれば、式 (5.2.1) は

$$\begin{aligned} y_i &= K_i x + \varepsilon \\ &= \underline{x}^T K_i^T + \varepsilon_i \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

と、右辺第一項の \underline{x} と K の関係を入れ替えた状態で書き表すことができる。さらに x_i, y_i は、複数回観測することによって得られた行列 X, Y

$$X \equiv \begin{bmatrix} x_0^* & x_{\Delta T}^* & x_{2\Delta T}^* & \cdots & x_{(N-1)\Delta T}^* \end{bmatrix} \quad (5.2.5a)$$

$$Y \equiv \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt}\hat{\underline{x}}\right)_0 & \left(\frac{d}{dt}\hat{\underline{x}}\right)_{\Delta T} & \left(\frac{d}{dt}\hat{\underline{x}}\right)_{2\Delta T} & \cdots & \left(\frac{d}{dt}\hat{\underline{x}}\right)_{(N-1)\Delta T} \end{bmatrix} \quad (5.2.5b)$$

で置き換え

$$Y_i^T = X^T K_i^T + E_i^T \quad (5.2.6)$$

を得る。ただし E は誤差に関する行列である。

これで既知と未知の関係、さらにはベクトル、行列のサイズを式 (5.2.1) と完全に一致させることができた。あとは K^* の行数だけ式 (5.2.6) で i について繰り返せば、係数行列 K^* を完全に決定できる。以上の手順をまとめて図 5.3 に示した。なお RLS も観測が得られるたびに係数行列を同様の手順を応用して更新するため、パラメータ推定問題に応用することができる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y} &= \mathbf{K} \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon} \\
 y_0 &= \mathbf{x}^T \mathbf{K}_0^T + \varepsilon_0 \\
 \begin{pmatrix} y_0 \\ \vdots \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mathbf{x}^T \\ \vdots \end{pmatrix} \mathbf{K}_0^T + \begin{pmatrix} \varepsilon_0 \\ \vdots \end{pmatrix} \\
 \mathbf{Y} &= \mathbf{K} \mathbf{X} + \mathbf{E}
 \end{aligned}$$

図 5.3: 係数行列を推定する問題を状態量を推定する問題へと書き換える概念図

以上、手順について概要を述べたが、RLS はもとより、LS を基礎とする手法は数多く存在する ([14] の第 6-7 章)。たとえば忘却係数 (Forgetting Factor) を利用することで時間変化するパラメータを追い続けられるようにしたものや、従属変数のみならず独立変数の観測誤差も考慮した Total Least Square (TLS) などがある。RLS を含め、これらに共通している利点は以下のとおりである。

- 最大の利点は単純な方法であること、すなわち特別なチューニングパラメータを必要としない
- 飛行ログが時間的に分割されていても、それを単純につなぎ合わせて解析することが可能

一方、いづれについても LS を基礎としている以上、次にあげる点がこれらの手法の大きな問題点となる。

- 式 (5.2.3) にあるように、微分量を数値差分で置き換えたりなど、観測の精度に依存することが他の手法よりも大である
- 前項目に関係して更に、実際に解析対象として必要な部分以前が処理対象に混入していた場合、数値的に安定を作り出す (Ward[41]) など、悪影響を与えないように気をつける必要がある

5.3 フーリエ変換回帰法 (Fourier Transformation Regression, FTR)

フーリエ変換回帰法 (FTR) は、オンライン、周波数領域の手法として大別される。前節で述べた RLS は時間領域の手法であったが、FTR はその周波数領域版ということが出来る。すなわち FTR はまずフーリエ変換を行うことによって時間領域の情報を周波数領域へと変換し、その後、再帰的に LS を適用する手法といえる。以下、その手順を具体的に述べる。

式 (5.2.2) において、右辺の \underline{x}^* は直接計測で得られることは前節で示した。これを連続系と見てフーリエ変換を施すと、

$$\mathcal{F}[\underline{x}^*](\omega) \equiv \int_0^T \underline{x}^*(t) e^{-j\omega t} dt \quad (5.3.1)$$

を得る。ただし t, j, ω は、それぞれ時間、虚数単位、周波数に対応する角速度である。実際に得られる \underline{x}^* は離散化されているから、連続系で定義されている積分を近似、離散化すると

$$\mathcal{F}[\underline{x}^*](\omega) \approx \Delta T \sum_{k=0}^{N-1} \underline{x}^*(k\Delta T) e^{-j\omega k\Delta T} \quad (5.3.2)$$

となる (ただしサンプリング間隔 $\Delta T \equiv T/N$) が、これは

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[\underline{x}^*]_{T+\Delta T}(\omega) &\approx \Delta T \sum_{k=0}^N \underline{x}^*(k\Delta T) e^{-j\omega k\Delta T} \\ &= \Delta T \sum_{k=0}^{N-1} \underline{x}^*(k\Delta T) e^{-j\omega k\Delta T} + \Delta T \underline{x}^*(N\Delta T) e^{-j\omega N\Delta T} \\ &= \mathcal{F}[\underline{x}^*]_T(\omega) + \Delta T \underline{x}^*(N\Delta T) e^{-j\omega N\Delta T} \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

となり逐次的に計算できることは式から自明である。さらに右辺の第二項に注目すると

$$e^{-j\omega N\Delta T} = e^{-j\omega(N-1)\Delta T} \underbrace{e^{-j\omega\Delta T}}_{const.} \quad (5.3.4)$$

で、こちらも逐次的に計算することができる。なお、 ω は、サンプリング間隔 ΔT が定めるナイキスト周波数 $f_n \equiv 1/(2\Delta T)$ を超えない範囲で、解析対象としたい挙動に応じて自由に定めることができる。参考文献 [14] によると、一般の航空機の飛行特性解析では 0.01Hz–1.5Hz となるように設定すればよいとある。

一方、前節 RLS において式 (5.2.2) で時間差分で代用した左辺 $\frac{d}{dt}\underline{x}$ は、フーリエ変換をすると

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\left[\frac{d}{dt}\underline{x}\right](\omega) &\equiv \int_0^T \left(\frac{d}{dt}\underline{x}(t)\right) e^{-j\omega t} dt \\ &= [\underline{x}(t) e^{-j\omega t}]_0^T + j\omega \int_0^T \underline{x}(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= [\underline{x}(t) e^{-j\omega t}]_0^T + j\omega \mathcal{F}[\underline{x}](\omega) \end{aligned} \quad (5.3.5)$$

となり、数値差分をとらずに微分量が得られ、またこちらも逐次的に計算できることがわかる。

これで式 (5.2.2) で K について LS で推定するために必要となる、右辺の \underline{x}^* 、および $\frac{d}{dt}\underline{x}$ が、フーリエ変換を施した状態、すなわち周波数領域の情報として逐次的に得られることを示せた。このように逐次的に周波数領域に変換を行いつつ LS を適用するのが FTR である。

なおフーリエ変換によって \underline{x}^* などの値は複素数となり式 (5.2.6) の X, Y も複素行列となるが、LS における式 (A.1.8) を式 (5.2.6) の記号を用いて

$$K_i^T = [\text{Re}(X^H X)]^{-1} \text{Re}(XY) \quad (5.3.6)$$

と表すことによって、求めるパラメータは実数となる。ただし X^H は行列 X の随伴行列 (複素共役転置行列) である。

なお、新しいデータが得られるたびに LS を行うのが計算機的能力上困難な場合は、数サンプル毎に式 (5.3.6) で表される推定パラメータの更新を行い、それ以外のときは式 (5.3.3) や式 (5.3.5) で表される周波数領域への変換の更新のみを行えばよい。

FTR を用いることの利点は Morelli[42] の要約によると、RLS に加えて次の通りである。

- 注目する運動の周波数に絞ってのみ解析を行えるため、観測ノイズ、およびプロセスノイズに対して比較的ロバストである。すなわち、解析対象となる飛行ログの中に、小節 2.3.2 でも述べた重要な情報が埋もれていても、それを取り出すことが比較的可能な手法である。
- 上記と関係するが、他の解析手法ではしばしば必要とされるトリム状態や観測におけるゼロ点の推定が必要ない。これは周波数 0Hz を除去することで実現される。
- 推定されるパラメータの収束が速い。平均的な収束時間は、支配的なモードの 1 周期に達する以下の時間である。

一方欠点として、以下の点があげられる。

- 解析対象とする周波数帯域で周期的でかつ、ノイズよりも十分大きな強度を持つ運動が励起されている必要がある。これは故障検出など微小、または周期的でない変化を、FTR で解析しようとするとき発生する問題である。
- トリム状態やゼロ点が緩やかに単調増加や単調減少する場合、FTR での推定に異常をきたす可能性がある。この場合、ハイパスフィルタを噛ませたデータを使うなど特別な処理を行う必要がある。
- 線形モデルしか解析ができない

FTR に関して、先行研究でいくつかの興味深い事例があるので、ここで列挙する。

まず Brad[43] であるが、これは NASA(アメリカ航空宇宙局) 所有の高迎角実験機 F/A-18 HARV(High Alpha Research Vehicle) のシステム同定を行った事例である。これは風洞試験、FTR、オフライン手法であるアウトプットエラーメソッド (Output Error Method, OEM。後述の節 5.5 参照) の 3 手法について、 30° という高迎角での安定微係数推定の比較を行っている。結果として 3 手法で同等の結果が得られているが、 30° というトリムを作るのが困難だと思われる状況でも FTR が有効に機能している点で非常に興味深い。

Basappa[44] は FTR、及び FTR と同様にオンラインアルゴリズムの RLS、拡張カルマンフィルタ (EKF) について比較を行っている。対象の飛行ログは、44 人乗りの DLR(ドイツ航空宇宙センター) 所有の実験用航空機 ATTAS(Advanced Technologies Testing Aircraft System) について実機から取得した飛行ログ、及びシミュレーションによって生成した飛行ログである。これらを 3 種のオンラインアルゴリズムで処理し、得られた結果をオフライン手法の OEM で処理した結果と比較している。導かれた結論によると、FTR は他の 2 手法に比べて優れた結果が得られている。そして RLS は忘却係数、すなわち重みについて、また EKF はノイズの共分散行列について、それぞれ調整をしないと良い結果が得られなかったのに対し、FTR は調整を必要とするパラメータがない分より優れているとしている。

Smith[45] は、カナードなどの改造が施された実験機 F-15B に対しての FTR の適用である。この研究では、IFCS(Intelligent Flight Control System) というオンラインで制御系を目的に応じて再構築するためのオンラインシステム同定として、FTR を手法として採用している。結論として FTR は優れた結果が得

られるとしているが、1つの提言を行っている。それは飛行条件が変わる継続的な使用に耐えうるようにするため、使用するデータに時間的な窓を設ける、すなわち過去の情報を忘れるように修正を行うべきであるということが述べられている。

Timothy[46]は、FTRとOEMの比較をSmithと同じ実験機F-15Bに対して行っている。縦と横の微係数について、パイロットの入力によって生成した飛行ログ、及び全ての舵面を違う周期で同時駆動する入力(“PreSISE”と呼称されている)によって生成したログを元に、全ての組み合わせ、すなわち計4通りについて解析を行っている。横の解析ではよい結果が得られていないが、縦の解析ではFTRとPreSISEの組み合わせでオンラインでの制御系再構築に十分使用可能な精度、および収束速度が得られている。

5.4 アンセンテッドカルマンフィルタ (Unscented Kalman Filter, UKF)

アンセンテッドカルマンフィルタ(UKF)はオンライン、時間領域の手法である。主な手法を示した図5.1で矢印で示されているように、UKFはカルマンフィルタ(Kalman Filter, KF)を非線形に拡張した手法の一つである。またUKFは状態量推定手法の1つであり、その詳細は付録A.8にある。状態量推定の手法がシステム同定として使えることは既に節2.2で述べたとおりであるが、ここではなぜ非線形に拡張したUKFを用いる必要があるのか、特に詳しく述べる。

第3章で示したモデルにおけるシステム方程式(3.1.5)、および(3.1.8)は線形であるから、まとめて

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + v \quad (5.4.1)$$

と表わすことができる。ただし行列 A, B に推定すべきパラメータ Θ が含まれている。ここで、状態量 x と推定対象のパラメータ Θ をまとめて状態量とした拡大状態量 χ を

$$\chi = \begin{bmatrix} x \\ \Theta \end{bmatrix} \quad (5.4.2)$$

のように導入すると

$$\begin{aligned} \frac{d\chi}{dt} &\equiv \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \Theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Ax + Bu + v \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ &= f(\chi, u, v) \end{aligned} \quad (5.4.3)$$

となり、パラメータ Θ を状態量として扱うことによってパラメータ推定を行える。ただし f は χ, u, v で構成される新たな状態量伝播関数で、もはや χ に対して線形ではなくなることが多い。例えばこのことは、あるスカラー変数 x に対して別のスカラー変数 a が a^2x のように結合されている場合、これは x に対しては線形であるが、 a を新たな状態量とみるともはや線形関係ではなくなることから自明である。従って線形のKFではなく、非線形に拡張されたUKFを用いることにした。

ところで、主な手法を示した図5.1の矢印が示すように、UKFの他にカルマンフィルタ(Kalman Filter, KF)を非線形に拡張したよく知られた手法に、拡張カルマンフィルタ(Extended Kalman Filter, EKF)があ

る。しかし、EKF は一次の微分項にある線形な関係のみを抽出し、それにカルマンフィルタを適用することによって非線形性に対応しているため、対象とするシステムの非線形性が強い、すなわち二次以上の高次の微分項の影響が無視できない場合は推定結果が不安定となる。一方の UKF は、シグマポイントと呼ばれる特徴点から直接システム共分散行列を計算し時間伝播あるいは観測修正を行うため、非線形性が強くても推定結果が不安定になりにくい。これらの特徴は Brunke[47] にまとめられている。この理由から EKF ではなく UKF を選んだ。

UKF の利点と欠点をまとめると次のようになる。

- 状態量とパラメータを同時に推定でき、しかもプロセスノイズ、観測ノイズの両方を考慮している
- 非線形なモデルであっても良い推定を行うことができる
- 計算負荷が RLS や FTR に比べて大きい(行や列が大きい行列の積算やその逆行列の計算が必要)
- ノイズが正しくモデル化、すなわち誤差共分散行列が正しく決められていないと正しい推定を行えない、最悪発散する場合もある
- 上記の誤差共分散行列、そして初期値など、様々なチューニングパラメータが存在する

最後に UKF について興味深い先行研究を 2 つあげる。

1 つは Girish[48] によるものである。これはオンラインアルゴリズムとして UKF、EKF の 2 手法を取り扱い、解析対象の飛行ログは、DLR 所有の固定翼有人航空機の HFB-320、および回転翼小型 UAV の ARTIS(R/C ヘリコプタの Benda Genesis 1800 を改造した機体) の実飛行データである。また UKF については一般的な UKF、および拡大状態量 (A.8.2) についてノイズにまで拡大させずにシグマポイントを減少させ計算負荷低減を図った UKF(単純化 UKF)、この 2 つを試みている。結果として、UKF、単純化 UKF、EKF の 3 手法について同程度の解析精度が得られ、また UKF の収束は EKF に比べて速かった。しかし UKF は EKF に比べて計算負荷が高いため、EKF を置き換える必要性は(当時としては)見当たらないと述べられている。この点について私見を述べれば、近年の計算機の速度向上は目覚ましいものがあることを考慮すると、収束速度が速い UKF を使うべきという結論が導かれるのではなかろうか。

亀山 [49] は耐故障制御との組み合わせにおいて、UKF を利用している。解析対象としているのは、F-18 HARV の横方向でのシミュレーションモデルにおいて、入力を M 系列信号として得た擬似的な飛行ログである。結果は制御を含めた閉ループにおいて、UKF で微係数及び状態量をオンラインで推定することができている。この事例のように複雑な組み合わせにおいても UKF が効果を発揮する事例は意義深い。

5.5 フィルタエラーメソッド (Filter Error Method, FEM)

フィルタエラーメソッド (FEM) はオフライン、時間領域として大別される手法である。そして主な手法を示した図 5.1 での矢印が示すとおり、FEM はアウトプットエラーメソッド (Output Error Methods, OEM) という手法を発展させた手法である。そこでまず OEM について概略を述べ、その後 FEM について OEM との違いを述べることにする。

OEM は最尤推定に基づいた手法であり、計測された出力が尤もらしく、すなわち、仮定したモデルに対して得られる確率が最も高くなるように、モデル中のパラメータを調整することによってパラメータ推

定を行う。そして、ある出力が仮定したモデルから得られる確率は計算可能なものなら任意に設定できるが、簡単のためにガウス分布に従うとされることが多い。すると、推定されるべきパラメータ Θ は評価関数 J

$$J(\Theta, R) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\underline{z}(t_k) - \underline{y}(t_k)]^T R^{-1} [\underline{z}(t_k) - \underline{y}(t_k)] + \frac{N}{2} \log[\det(R)] + \frac{N n_y}{2} \log(2\pi) \quad (5.5.1)$$

を最小にするものとなる。ここで $\underline{z}(t_k), \underline{y}(t_k)$ は時刻 t_k における計測された出力、および、仮定したモデルから計算された応答出力である。 n_y と N はそれぞれ $\underline{y}(t_k)$ の要素数、および離散化された時間のサンプル数である。 R は計測における誤差共分散行列である。評価関数 J を最小化する過程においてパラメータ Θ は再帰的に調整されるが、その方法は、例えばニュートン・ラプソン法などに代表される線形または非線形の様々な求根手法、最適化手法が適用可能である。

OEM は FEM と同じくオフライン手法であるが、それは式 (5.5.1) を見れば明らかである。なぜなら式 (5.5.1) には記号 Σ が含まれおり、評価関数 J の計算は全ての入出力が得られた時点ではじめて実行可能となることを意味している。

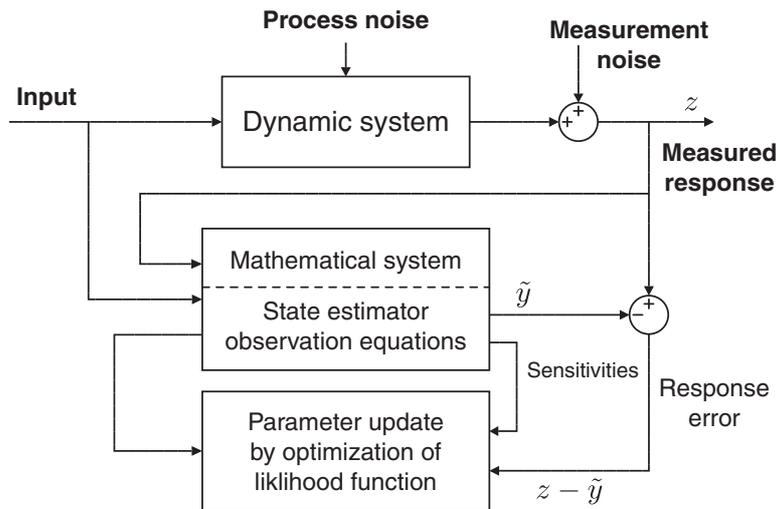


図 5.4: FEM のブロック図

以後、FEM の概略について述べる。FEM は OEM を発展させた手法で、図 5.4 にそのブロック図を示す。FEM はカルマンフィルタに代表される状態推定器を組み入れており、評価関数 J における予測された応答 $\underline{y}(t_k)$ を推定器の出力 $\tilde{y}(t_k)$ に置き換える。FEM におけるパラメータの更新は図 5.5 のようになる。すなわち、まず設定されたパラメータに基づいて予測される応答を計算する (図 ①)。続いて、計測された出力と状態量推定器を利用して予測される応答の修正を行う (図 ②)。最後に、確率分布に基づいて評価関数の値を計算し、評価関数がより小さくなるようパラメータを更新 (図 ③) し、以後繰り返す。

FEM では状態推定器を組み入れたことによって、突風といったプロセスノイズに相当する外乱があっても、OEM に比べて状態量を確からしく時間伝播させることが可能となっている。一般に、飛行ログの取得は大気の状態が安定していて外乱となる突風が起りにくい環境下で行うべきものである。しかし大

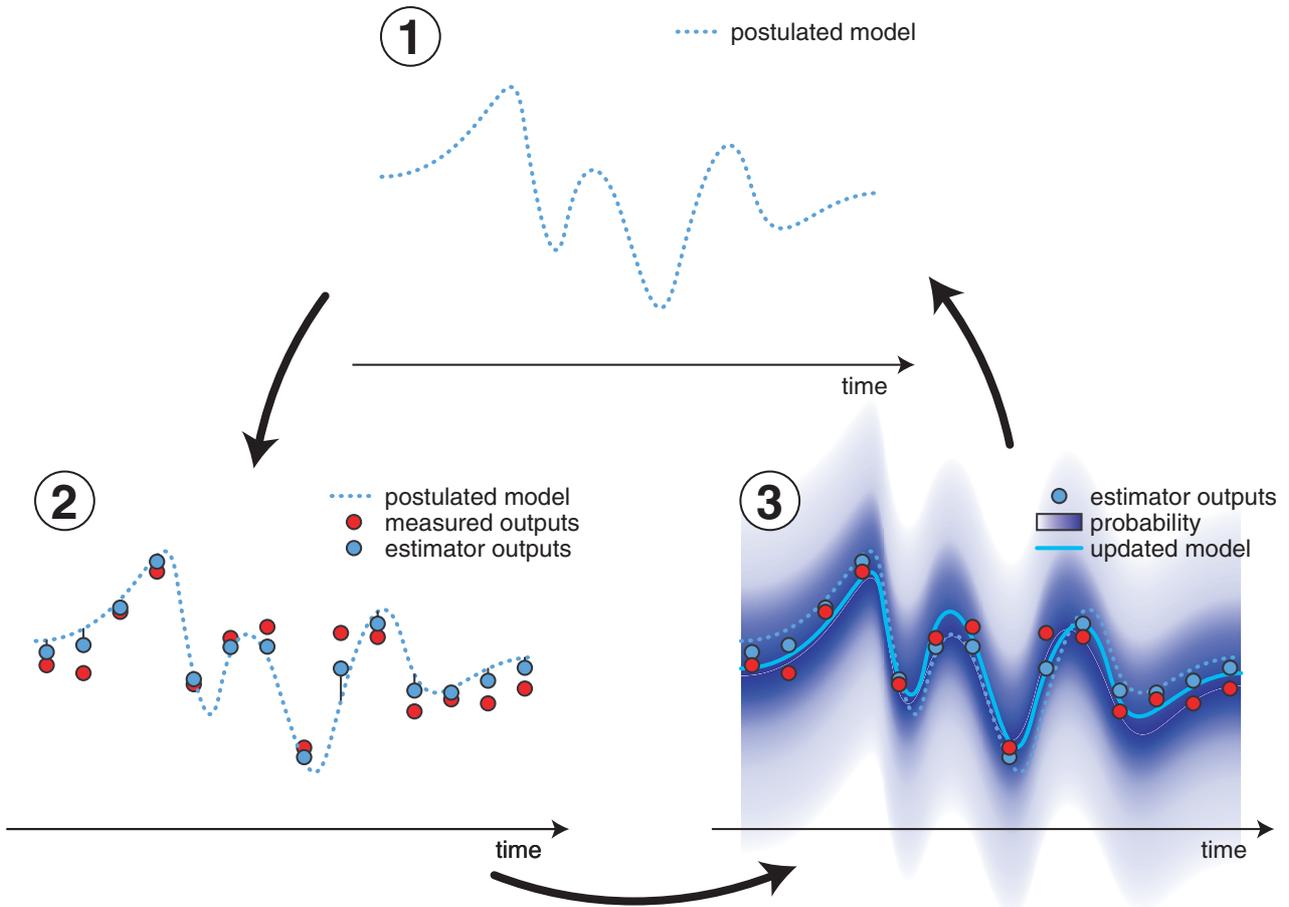


図 5.5: FEM におけるパラメータの推定過程

気の状態を制御することは不可能であり、またその上試験を行える期間に制約があることがほとんどであるから、実践的にはそのような条件を完全に満たせる可能性は低い [50]。従って FEM の、より外乱に対してロバストである性質は極めて重要である。そしてこの FEM の特徴は、風の乱れ等の影響を極めて受けやすい小型 UAV の飛行特性をシステム同定で解析にするにあっても極めて重要と考えられ、良い推定が行えることが期待される。

一方、FEM は状態量推定器を取り込んでいるなどの理由から計算負荷が高い、初期値などの多数のチューニングパラメータが存在するなどの欠点がある。特に他の 3 手法、すなわち RLS や FTR、EKF との比較では、唯一 FEM のみがオフライン手法であり、推定がリアルタイムに行えないことは、解析によって得られるモデルの使用用途を制限することに繋がるので、最大の欠点といえることができるであろう。

最後に FEM の先行研究例をいくつかあげる。Jategaonkar[51, 52, 53, 54] では、横の微係数推定に FEM が用いられ、強い外乱のもとでも良い結果が得られている。また同じく Jategaonkar[55] では、大気安定している場合、および外乱が大きい場合の複数の飛行ログに対して、FEM と OEM を適用し比較を行っているが、OEM では外乱が大きい場合に結果が一致しなくなるという問題が FEM では発生していない。

5.6 適用した結果

本節では以上述べてきた 4 手法、すなわち RLS、FTR、UKF、FEM を用いて、飛行ログの解析を行った結果を示していく。

結果では、各手法によって推定された有次元安定微係数を示すとともに、簡易推算法、または風洞試験によって既を取得された参照値を示す。この参照値を用いて符号や大きさといった点でどの程度一致をしているか調べることによって、手法の優劣をまず論じることができる。

続いて、推定に用いた飛行ログ、および推定された有次元安定微係数から再構築された飛行ログを示す。この飛行ログは各手法が推算した微係数が、どの程度飛行特性を抽出できているか定性的にはかることができる。加えて、推算された安定微係数が形成するシステム方程式について、その行列を固有値分解することで推定される固有モードを複素平面上の図示することにする。これも手法の性能を評価する上の指標として役立つ。

更に、オンライン手法である RLS、FTR、UKF については、時間経過における微係数の推定値、およびその誤差分散の推定値、これらの変化の様子も示すことにする。これから各手法が推定値をどの程度確からしいと判断して更新しているかを知ることができ、オンライン手法の特徴を知ることが出来る。なお先述の固有モードの図示は、オンライン手法においては時間経過による変化をわかるようにしており、この図から読み取れる結果もあわせて議論することにする。

最後に本節の構成として、以下解析対象とした飛行ログごとに結果を述べていくことにするが、その前に各手法の設定について先に述べることにする。

5.6.1 適用条件

各手法を適用するにあたって初期条件等を設定する必要があるが、解析においては以下のとおり適用した。

共通の設定

- 推定対象となる有次元安定微係数の初期値は、簡易推算法や風洞試験から得た参照値にオーダに近い値とすることにした。これは例えば参照値が 23.4 の場合、初期値として 10 を与えるということである。
- 解析対象とする飛行ログは節 4.5 で述べた 3-2-1-1 入力など特徴的な飛行を励起す操舵を行っている部分を手動で切り出し、その部分を解析した。
- FTR を除く 3 手法では時間領域における観測量の重みを必要とするが、これはアビオニクスの実験結果から決定した。例えば角速度においては標準偏差で $0.01 [\text{rad/s}] \approx 0.5 \text{ deg/s}$ を、加速度においては標準偏差で 1 m/s^2 を指定した。
- 第 3 章で述べたとおり、仮定した数学モデルは U_0, θ_0 といったトリム状態を定数として必要とするが、これは解析対象とした飛行ログの時間平均をとるなどして手動で決定した。従って同一の飛行でも切り出した飛行ログの時間が異なれば、異なるトリム状態として取り扱っている。

- 結果を示すについては、各機体で取得された飛行ログを解析し、そのなかから最も参照値に近いものを取り出して述べることにする。

RLS

- RLS においては微係数の初期値に対する推定誤差を設定する必要があるが、これは標準偏差で初期値のオーダの半分程度の値とした。すなわち微係数の初期値として 100 を与えた場合、推定誤差として標準偏差で 10 を与えた。

FTR

- FTR においては、解析対象とする周波数を選択する必要がある。ここでは小型 UAV の特徴的な運動を考慮のうえ、特徴的なモードの周期を推算した表 3.10 の結果から 0.1Hz–3Hz を 0.1Hz 刻みで解析することにした。
- 解析対象とした周波数から得られる周波数情報に対する重みは全て等しく設定した。

UKF

- UKF においては、プロセスノイズの誤差共分散行列 (式 (A.8.3) における Q) を決定する必要があるが、これは適当に大きな値を指定した。例えばエレベータ操舵量 δ_e については、分散で $E[\delta_e \delta_e] = 1.0 \times 10^{-1.5} [\text{rad}^2] \approx 1.81 [\text{deg}^2]$ とした。
- シグマポイントから分散を計算する際などに必要となる重み α, β, κ については、節 A.8 で述べる基準に従って $\alpha = 1, \beta = 2, \kappa = 0$ とした。

FEM

- FEM では内包する状態量推定器として定常カルマンフィルタを選択し、リカッチ方程式を解くことでそのカルマンゲインを決定している。これは先行研究などでも行われている非常に一般的な手法である。
- FEM では最適化手法としてニュートン・ラプソン法を用い、その勾配を計算するにあたっては非線形性を考慮して元の値を 0.01% 移動した値との数値差分で求めている。
- FEM では、初期値として安定微係数以外に、状態量の初期値を与える必要がある。これは、飛行ログの先頭 10 サンプルの平均から求めた。
- さらに FEM ではプロセスノイズの大きさ (誤差共分散行列の対角成分) の初期値を与える必要があるが、これは発散を起こさない程度に大きな値を指定した。なおこの値は推定によって更新され適切な値に収束するため、このような指定の仕方では問題はない。
- FEM では観測誤差共分散行列を指定せずに手法から自動的に算出することもできるが、本研究では第 4 章で観測に用いたアビオニクスのが性能が評価されているから、これらはその試験で得た結果を参考に共通の設定で述べた値を設定した。

5.6.2 エクゼクティブジェットにおける縦の運動解析

エクゼクティブジェットについて縦の運動を解析し、縦の運動に関する有次元安定微係数、すなわち式 (3.1.5) にある X_u 等を求めた。最も良い結果が得られた解析対象の飛行ログは、2008 年 8 月 6 日に渡良瀬遊水地で行った飛行試験において、エレベータ 3-2-1-1 操舵を連続して 2 回行った部分であり、結果を表 5.2 に示す。

得られた微係数を比較すると、まず符号の一致については FTR が最も優れている。しかしながら FTR は他の 3 手法とは異なり、大きい微係数である Z_α が参照値と大きく異なっている。また M_α は通常の航空機では比較的推算が行いやすいとされる微係数であるが、この M_α の一致から判断すると UKF が優れている。しかし UKF は Z_{δ_e} など一部符号が反転している微係数が見受けられる。FEM と符号や大きさについて同様の傾向を示しているのは FEM であるが、FEM のほうが符号の反転は少ない。RLS については符号の一致や大きさについて問題がないことが見てとれる。

表 5.2: エクゼクティブジェット 飛行ログ解析結果 (縦の運動)

記号	スケーリング ($\times 10^n$)	参照値 $U_0 = 17.0$ [m/s]	RLS	FTR	UKF	FEM
X_u	$\times 10^{-1}$	-3.51	-0.00	-44.9	-6.76	-0.44
X_α	$\times 10^0$	2.26	2.00	3.85	-14.8	4.11
Z_u	$\times 10^0$	-1.15	-1.02	-0.35	-2.63	-0.42
Z_α	$\times 10^2$	-1.35	-0.90	-0.00	-1.30	-1.77
Z_q	$\times 10^{-1}$	-6.50	3.60	-9.86	22.7	-10.2
Z_{δ_e}	$\times 10^0$	-8.81	-7.98	-3.70	2.34	3.56
M_u	$\times 10^0$	0	-2.60	-2.77	-1.01	-0.12
M_α	$\times 10^1$	-4.21	-2.23	-1.63	-5.54	-14.9
M_q	$\times 10^0$	-8.08	-0.53	-2.40	2.28	4.59
M_{δ_e}	$\times 10^2$	-1.10	-0.64	-0.85	-0.48	-0.38

続いて、推定された微係数から再構築した飛行ログを、取得された飛行ログとの比較で示すと図 5.6 のようになる。赤線であらわされたのが解析に用いた実際の飛行ログ、その他が各手法から推算された微係数を用いて再構築した飛行ログである。

この飛行ログからまずいえることは、FTR、UKF、FEM に関する飛行ログは、実際取得された飛行ログと同様の傾向を示しているが、RLS については実飛行ログを全く模擬できていないことである。微係数の推算結果では RLS は符号や大きさにおいて問題がないように思えたが、RLS で得られた微係数はエクゼクティブジェットの特性を全く反映できていないということが示された。すなわち、得られた微係数が参照値の符号や大きさに近いというだけでは優れた手法であると結論づけることはできず、RLS はこの結果からエクゼクティブジェットの縦の運動解析では他の 3 手法に比べて劣っていると結論づけることができる。

一方、残りの3手法間での比較では、FEMによる微係数から再構築した飛行ログの一致度が最も高い。FEMに続いてはUKF、FTRという順である。この一致の割合が顕著にあらわれているのが、X軸加速度 a_x における比較である。

さらに推定された安定微係数からシステム方程式(3.1.5)の右辺第一項の行列を構成し、それを固有値分解することによって得られた固有モードを複素平面上に示したのが図5.7である。参照値から求めた固有モードも“Reference”として表示しているが、これと得られた固有モードが近ければ飛行特性が精度良く取得できていると判断できる。なおRLS、FTR、UKFのオンライン手法については、得られた固有モードの時間的な変化も表示色を変えることで示した。

ここで図と航空機の運動の関係について簡単に触れておくと、縦の運動について行列は 4×4 であるから4つの固有モードが得られる。小型UAVが一般の航空機と同様の飛行特性を有するならば、縦の運動については複素共役な2個の値が2組得られ、その実部は全て負となり安定なモードとなる。そして実部の絶対値が大きいものが短周期モードであり、実部の絶対値が小さいものがフゴイドモードである。実際、参照値によるモードの配置はここで述べたようになっており、小型UAVの飛行特性を一般の航空機と同様の議論をしても問題がないことがわかる。

各手法による固有モードに話を戻すと、図からFEMやUKFでは短周期、長周期モードもはっきり見て取ることができる。しかしながらFTRやRLSでは固有モードのうち2個が実軸上に存在し、正しく飛行特性を表現できていないことがわかる。この結果は、先の飛行ログ再現による結果である、RLSで再現性が全くないこと、そしてFTRで再現性が低いことと一致している。

最後にオンライン手法である、RLS、FTR、UKFについて微係数の推算値の変化の様子を図5.8に、その誤差分散の推定変化を図5.9に示す。

図5.8の推定の時間変化からは、FTRやUKFでは操舵を行った区間で推定値が更新されているのが読みとれるが、RLSについては操舵を特に重視して値を変化させているわけではないことがわかる。さらにFTRとUKF比較では、GPS時刻が276822s付近から始まる2回目の3-2-1-1操舵においての違いが顕著であり、UKFは2回目の操舵ではあまり値が大きく変化していないのに対してFTRは変化している。このことは先の各手法の固有モードを複素平面上で示した図5.7においても確認でき、FTRは固有モードがログの後半でも大きく変化するのに対して、UKFはあるモードに収束しようとしていることがわかる。これはUKFが1回目の3-2-1-1操舵で解析を行うのに十分な情報を得ているのに対して、FTRはそうでないことをあらわしているともいえる。

図5.9の誤差分散の時間変化からは値の減少から読み取れるが、これは飛行ログの終盤において、推定された値が十分に収束し確からしいと各手法で判断されていることを示している。つまり得られた微係数の値は他の操舵を行っても別の値へと遷移する可能性はそれほど高くない、ということがわかる。さらに分散の減少について興味深いことといえば、RLSで X_α など一部の微係数の分散があまり減少していないことである。

以上まとめると、エクゼクティブジェットの縦の運動においては、飛行ログの再現性がないこと、および固有モードが類似していないことからRLSが最も劣った手法であると結論づけられる。続いて飛行ログの再現性は問題ないものの、固有モードが類似していないことから、FTRにも問題があると言える。よってオンライン手法ではUKFが最も優れており、またオフライン手法のFEMも優れた結果を得ることができたと結論づけられる。最後にUKFとFEMでは、微係数の符号の一致や飛行ログを再構築した

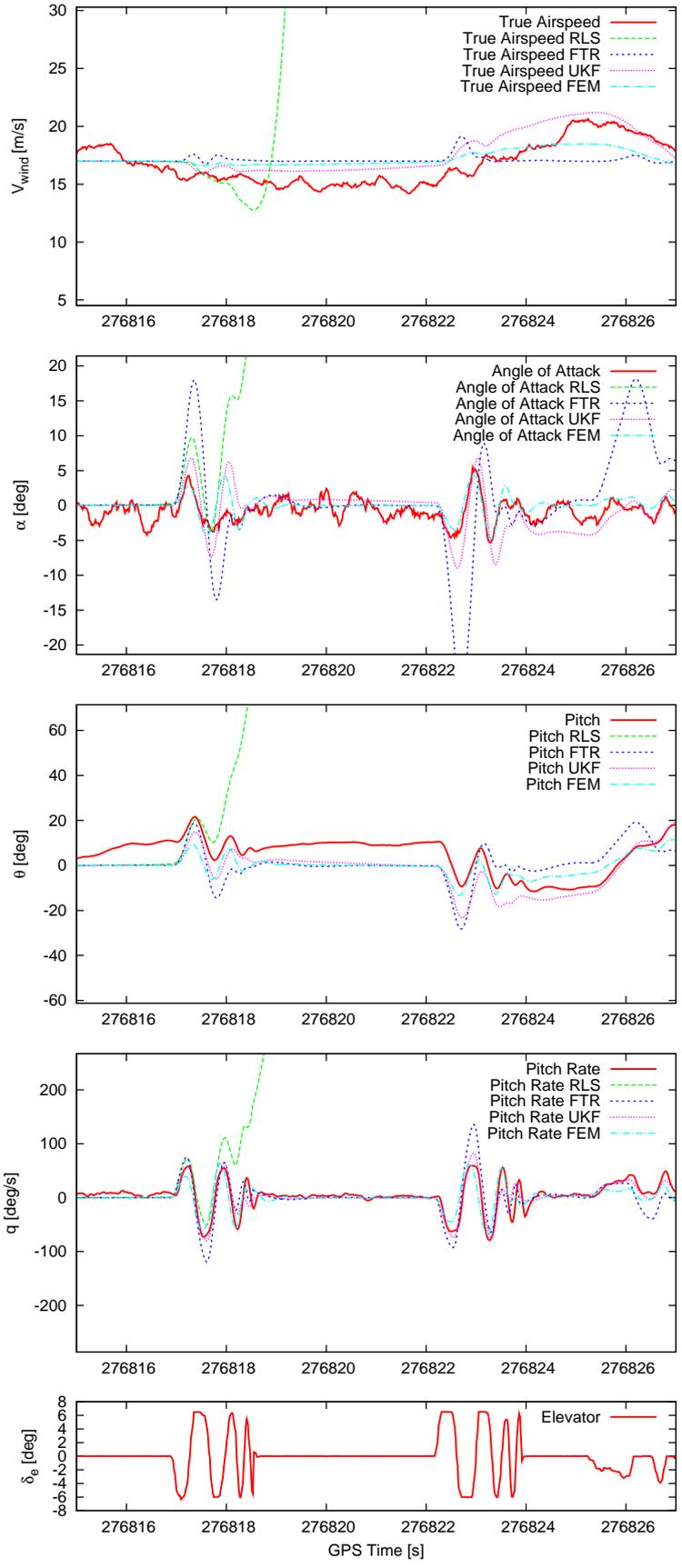


図 5.6: 推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (エクゼクティブジェット、縦の運動)

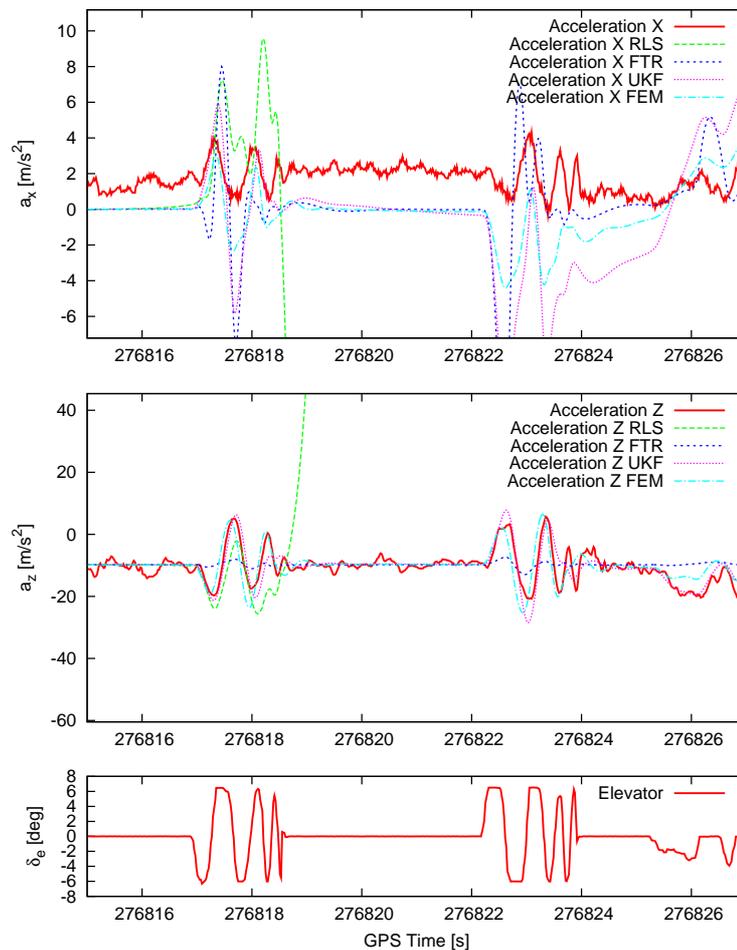


図 5.6: 推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (エクゼクティブジェット、縦の運動) 続き

際の類似度から、FEM が優れているといえる。

5.6.3 オルカにおける縦の運動解析

オルカについて、縦の運動を解析し得られた結果を示す。これは 2009 年 6 月 23 日に渡良瀬遊水地で行った飛行試験において、エレベータ押し引き操舵を複数回行った部分の解析結果である。以下、前小節のエクゼクティブの縦運動の解析と同様に結果をみていくことにする。

まず、有次元安定微係数を表 5.3 に示す。結果から、符号の一致については FEM と RLS、ついで UKF となっている。大きさという点でいえば、重要なパラメータである M_α に関していうならば、UKF が優れている。先ほどのエクゼクティブジェットにおける RLS でもあったように、推算された安定微係数から判断するだけでは手法の優劣を判断するには不十分である。そこで次に飛行ログの再構築を行った。

推定された微係数から再構築した飛行ログを、取得された飛行ログとの比較で図 5.10 に示した。エクゼクティブジェットと結果の表示方式は同じであり、赤線であらわされたのが解析に用いた実際の飛行ログ、その他が各手法から推算された微係数を用いて再構築した飛行ログである。

RLS による再構築された飛行ログは、極めて解析に用いた実際の飛行ログに一致していないことが見

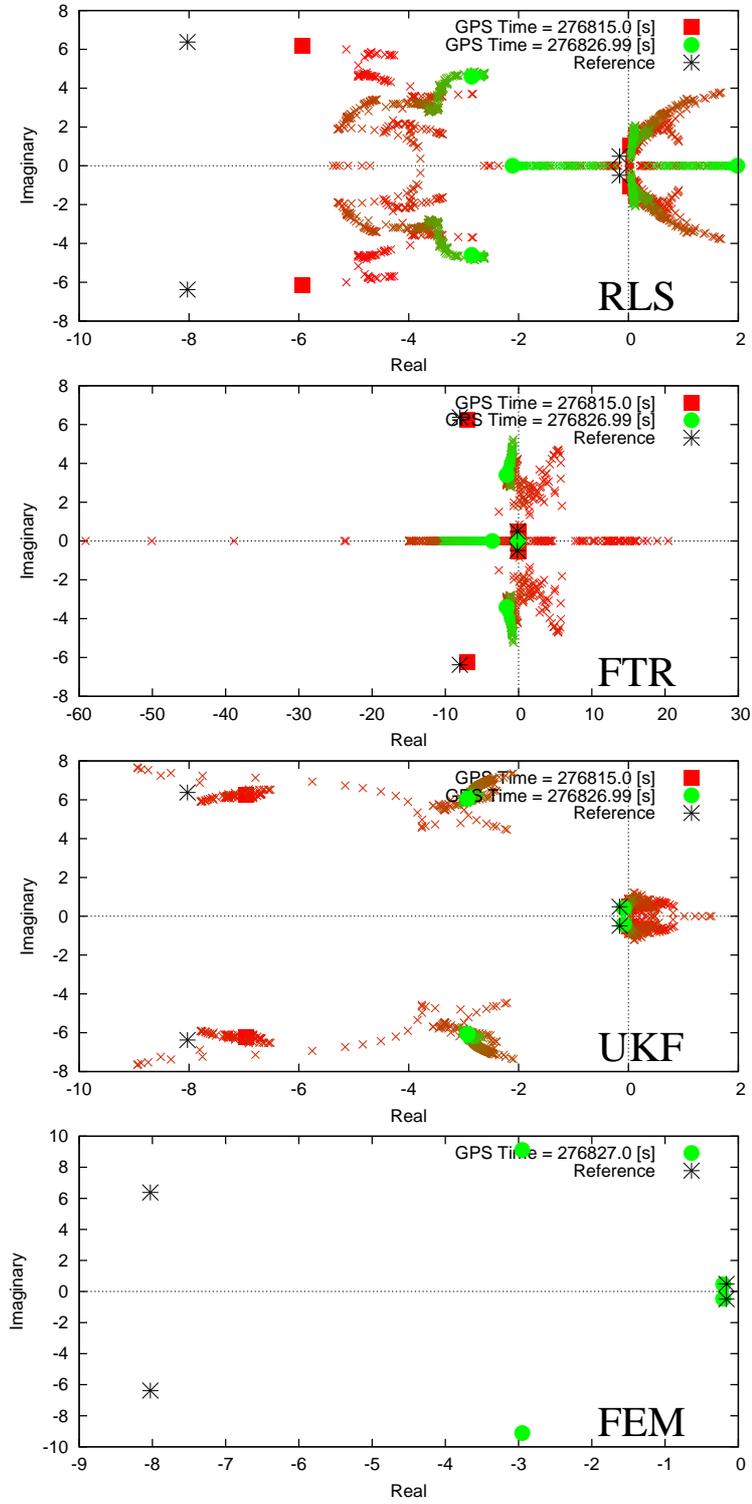


図 5.7: 推定された安定微係数から算出した固有モード (エクゼクティブジェット、縦の運動)

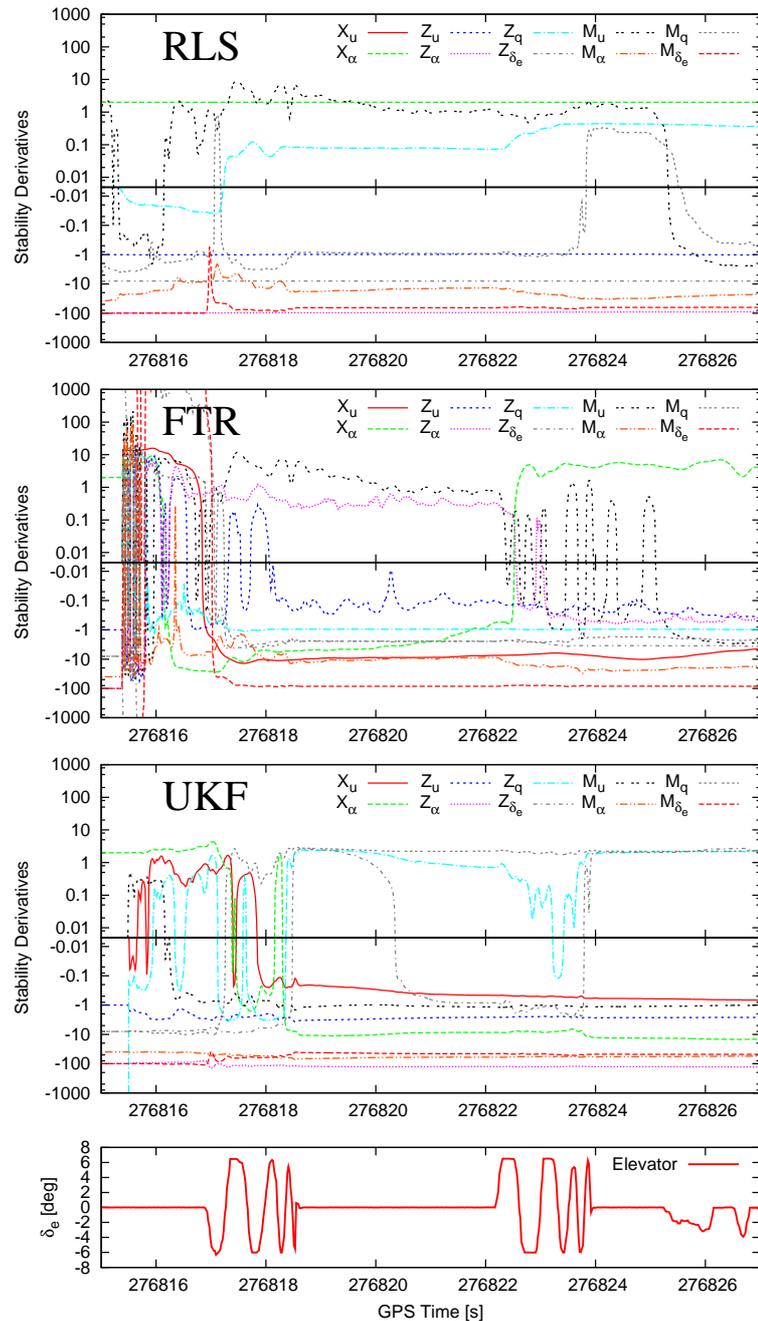


図 5.8: 安定微係数の推定の時間変化 (エクゼクティブジェット、縦の運動)

て取れる。そして他の 3 手法については、迎角 α や X 軸加速度 a_x で大きさについて問題があるものの、概ねその傾向は一致している。ただし Z 軸加速度 a_z を見ると、FTR は UKF や FEM に比べて再現傾向が極めて低く問題があることがわかる。

図 5.11 は、推定された安定微係数からシステム方程式 (3.1.5) の右辺第一項の行列から計算された固有モードを示している。参照値による固有モードとの比較で議論すると、RLS や FTR は一致をしていない。すなわち RLS では実部が正の不安定なモードがあること、そして RLS、FTR とも固有モードが実軸上に

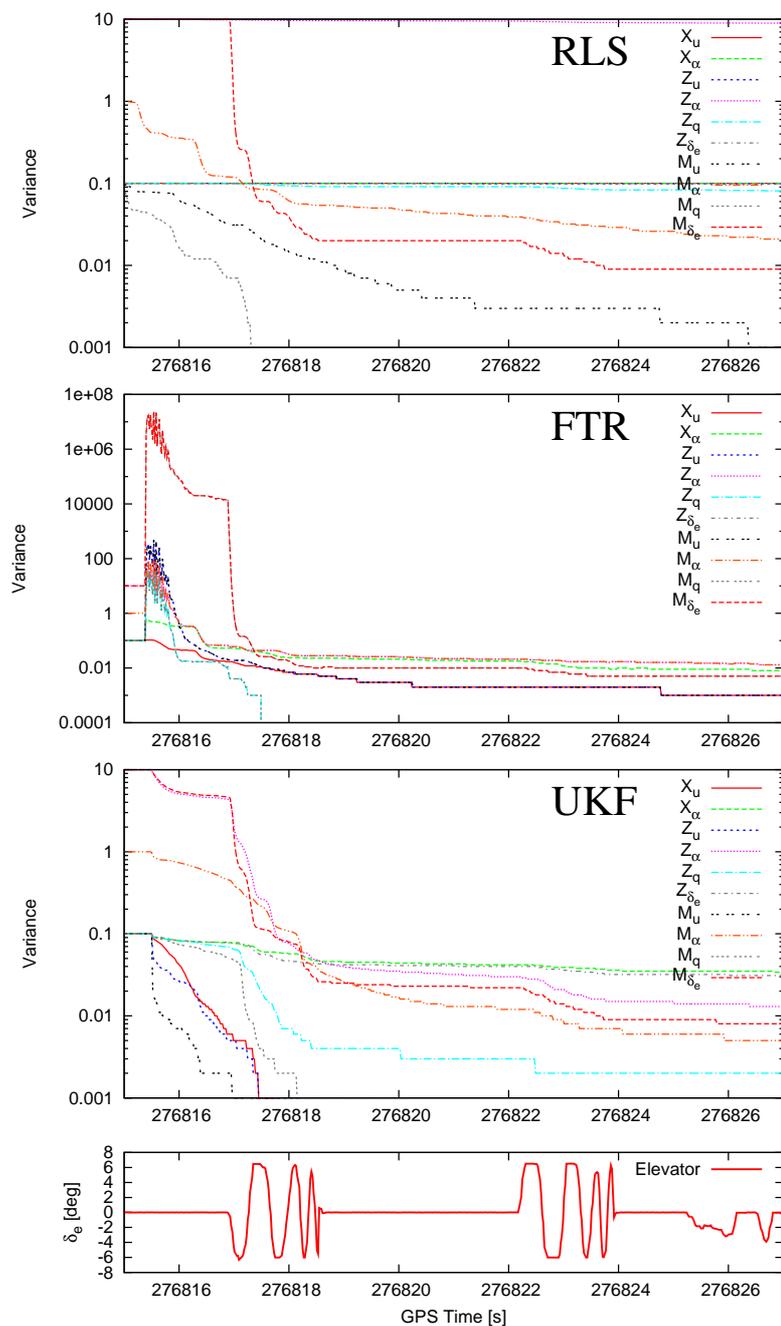


図 5.9: 安定微係数の推定誤差分散の時間変化 (エクゼクティブジェット、縦の運動)

あること、この 2 点は飛行特性を再現できていないという点で極めて問題である。一方の UKF、および FEM は、短周期、フゴイドモードを明確に判別することが可能であり、また参照値による固有モードにも近いことから、この 2 手法による結果は飛行特性を十分に取得できているといえる。

最後にオンライン手法である、RLS、FTR、UKF について、微係数の推算値、およびその誤差分散の推定値を、図 5.12、および図 5.13 にそれぞれ示す。

最も顕著であるのが飛行ログの終盤にかけても FTR のみ、推定値が大きく変化していることである。

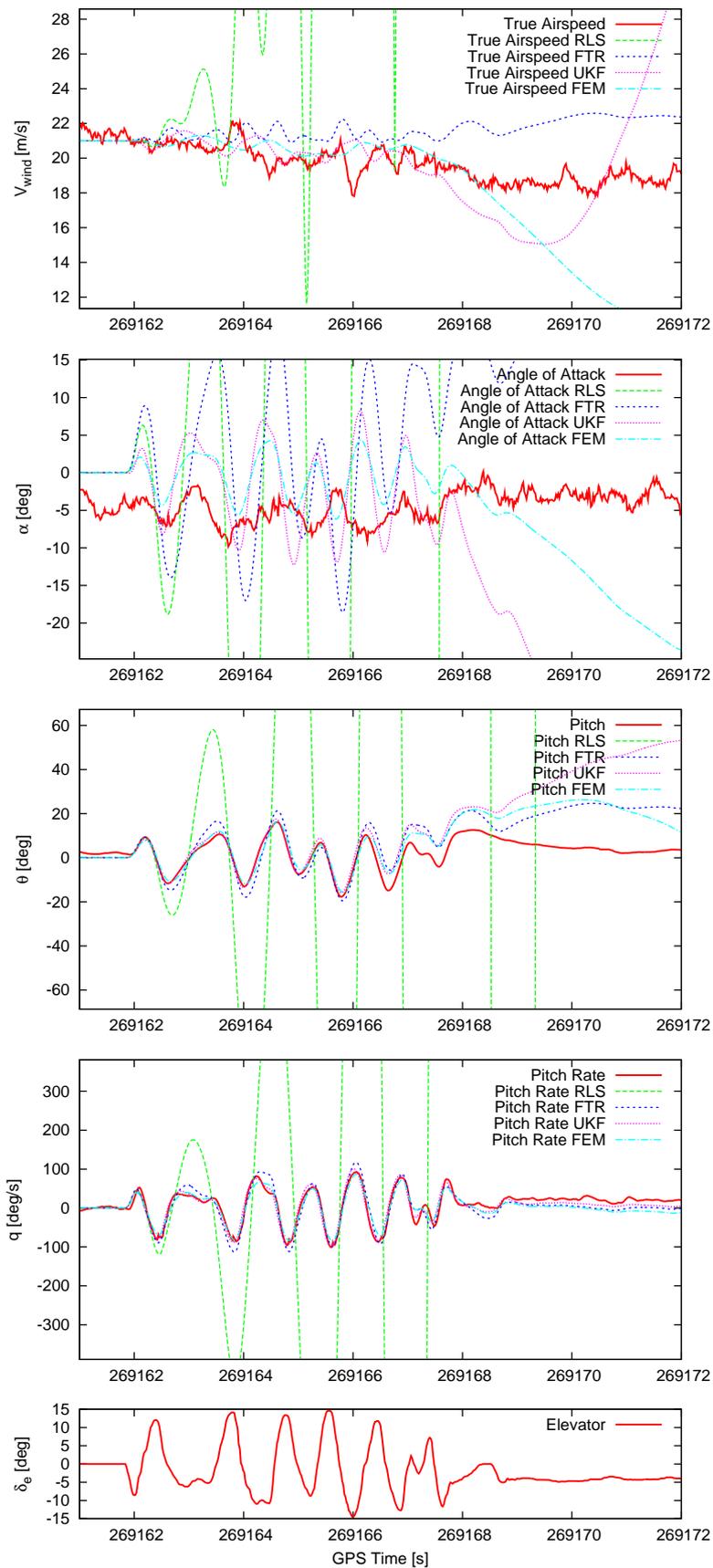


図 5.10: 推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (オルカ、縦の運動)

表 5.3: オルカ 飛行ログ解析結果 (縦の運動)

記号	スケーリング ($\times 10^n$)	参照値	RLS	FTR	UKF	FEM
		$U_0 = 22.0$ [m/s]				
X_u	$\times 10^{-2}$	-7.34	-0.05	-1040	63.0	-63.9
X_α	$\times 10^0$	5.19	2.00	3.57	-13.0	23.5
Z_u	$\times 10^{-1}$	-8.91	2.75	1.75	77.3	51.2
Z_α	$\times 10^2$	-1.74	-0.56	0.00	-1.43	-1.85
Z_q	$\times 10^{-1}$	-6.70	-10.1	-9.49	33.0	-10.4
Z_{δ_e}	$\times 10^1$	-1.69	-0.79	0.05	4.57	-1.97
M_u	$\times 10^0$	0	19.7	22.6	3.50	2.78
M_α	$\times 10^2$	-1.07	-0.12	-0.02	-0.65	-0.90
M_q	$\times 10^0$	-4.63	-8.94	-10.6	-5.85	-4.48
M_{δ_e}	$\times 10^2$	-1.19	-0.75	-0.86	-0.64	-0.58

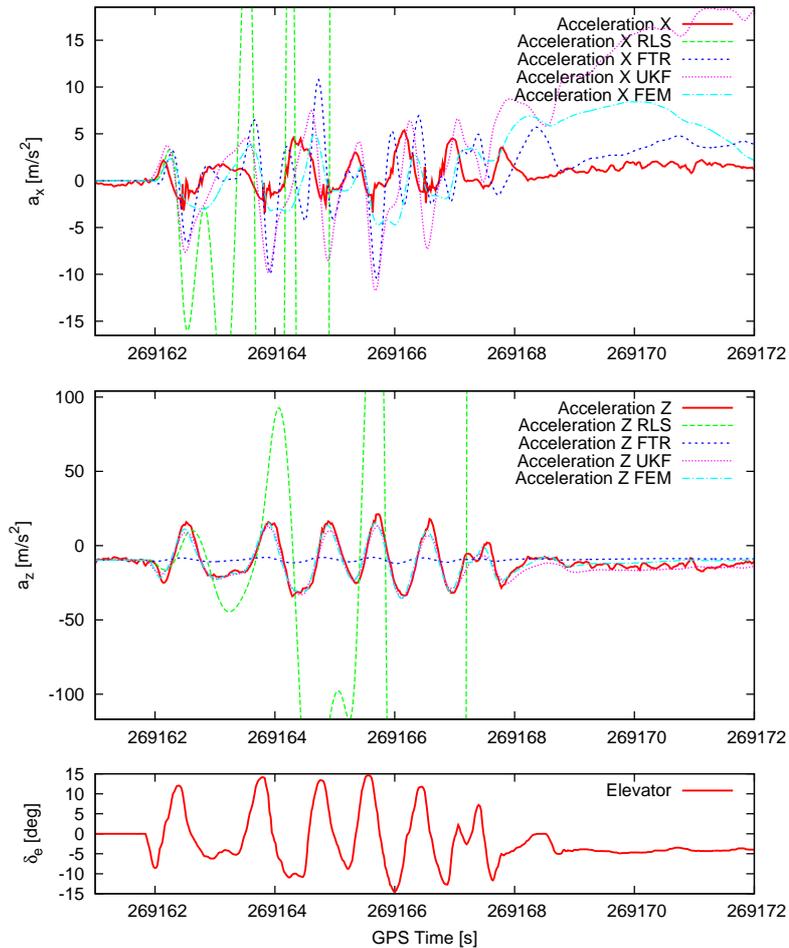


図 5.10: 推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (オルカ、縦の運動) 続き

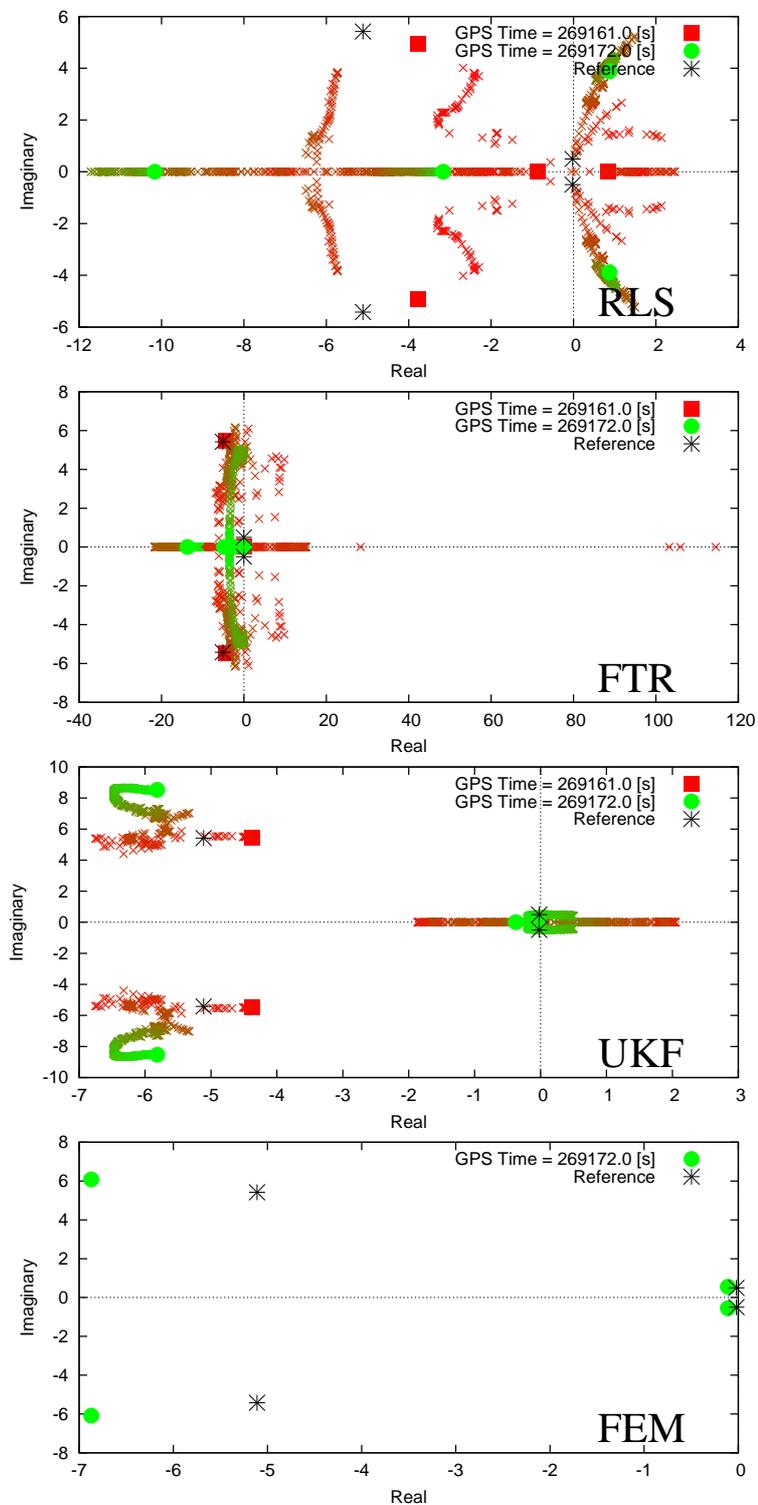


図 5.11: 推定された安定微係数から算出した固有モード (オルカ、縦の運動)

一方の RLS や UKF は操舵が進むにつれて値の変化が FTR ほどは起きていないことが確認できる。しかし図 5.11 にあげた固有モードの変化でみるならば、FTR の推定値が飛行ログ終盤でも大きく変化していること自体は固有モードの変化には寄与していないことがわかる。さらに固有モードの変化からいえば、時間経過ごとに一定の固有モードに各手法とも収束していることがわかり、最終的に出力された値は十分に収束が進んだと各手法が判断していた結果であることがわかる。このことは図 5.13 から分散の減少を読み取れることからいえる。

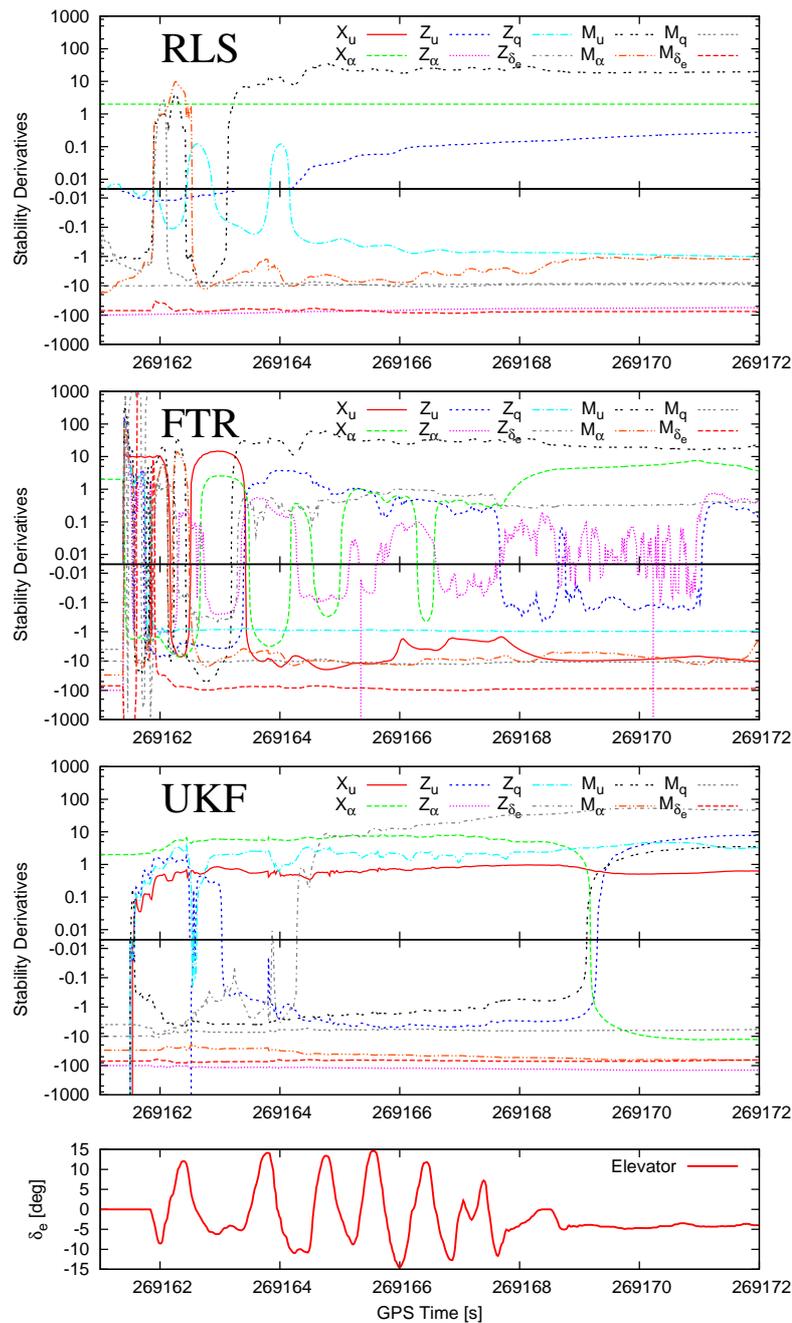


図 5.12: 安定微係数の推定の時間変化 (オルカ、縦の運動)

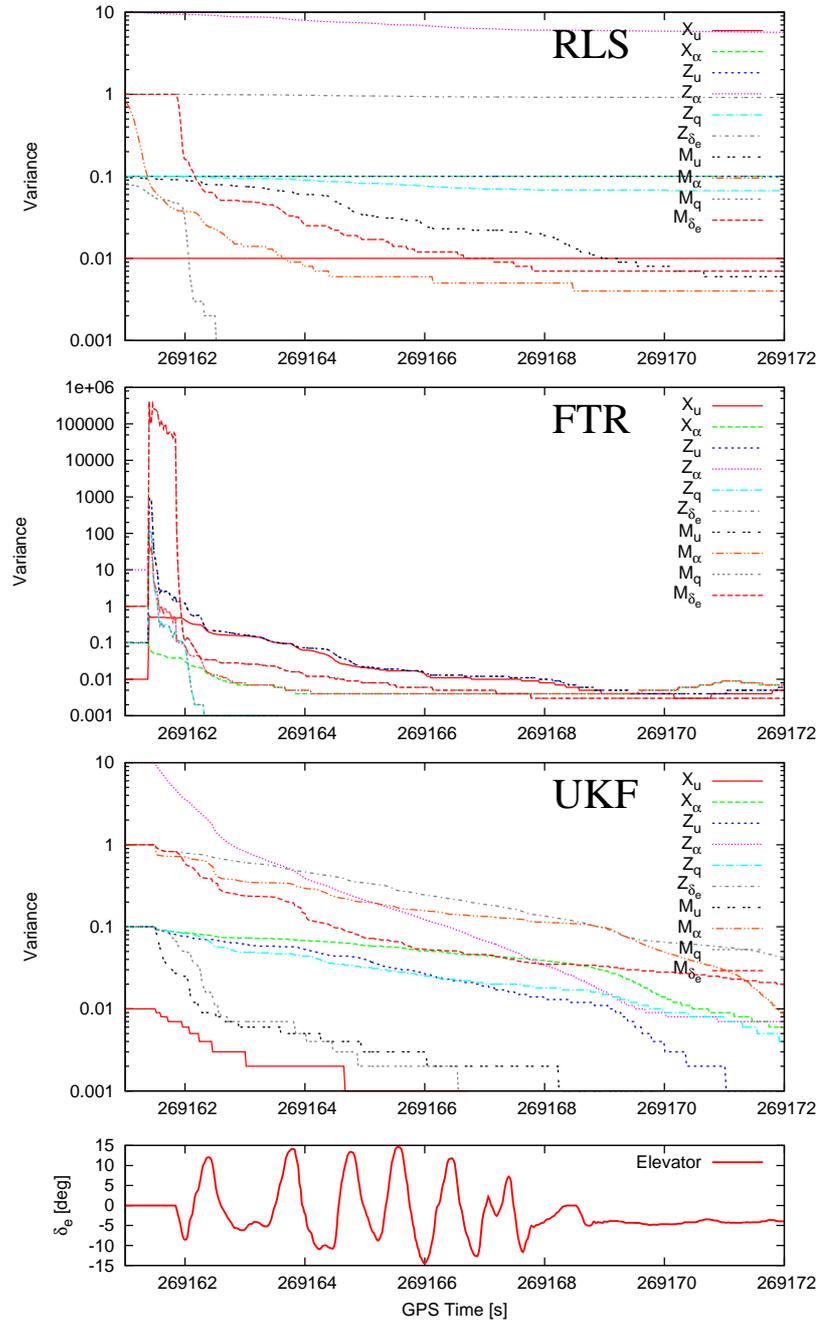


図 5.13: 安定微係数の推定誤差分散の時間変化 (オルカ、縦の運動)

以上まとめると、オルカの縦の運動解析においても、RLS は飛行ログの再現性がないこと、および固有モードが類似していないことから劣った手法であると結論づけられる。加えて FTR も固有モードが参照値による固有モードとは類似していないことから、飛行特性を良く取得できた手法とはいえない。一方残りの UKF、および FEM は固有モードの一致などから飛行特性を十分に取得できた手法であるといえる。

5.6.4 MARS07AF における縦の運動解析

飛行ログ解析の結果として、良い結果が得られなかった事例も最後に示すことにする。これは MARS07AF における縦の運動解析であり、解析対象としたのは 2008 年 11 月 5 日に渡良瀬遊水地で行った飛行試験で取得された飛行ログである。飛行中にはエレベータ 3-2-1-1 操舵など、特徴的な運動を励起する操舵を何ケースが行ったが、そのいずれについてもあまり良い結果が得られなかった。しかし小型 UAV の飛行特性取得方法の確立という本研究の目的を鑑みるに、このような失敗事例が極めて重要であることは間違いないので、ここではその結果を示すことにした。結果として示すのは UKF のみ比較的良好な結果が得られた特徴的なものであり、エレベータパルス入力を行った際のものである。

表 5.4 は各手法によって求められた安定微係数である。これまで重要なパラメータであると述べてきた M_α が UKF 以外は大きく異なっている。すなわち RLS や FTR で符号が反転、FEM で非常に小さな値となっている。FEM については手法を調整するパラメータがあるが、前に述べた設定から変更してもここに示した結果よりも良い結果が得られなかったことを注記しておく。

表 5.4: MARS07AF 飛行ログ解析結果 (縦の運動)

記号	スケーリング ($\times 10^n$)	参照値 $U_0 = 17.0$ [m/s]				
			RLS	FTR	UKF	FEM
X_u	$\times 10^{-1}$	-3.30	0.01	21.9	-3.94	2.00
X_α	$\times 10^0$	6.62	5.99	-2.76	6.63	-614
Z_u	$\times 10^0$	-1.54	-1.32	0.26	-2.90	2.83
Z_α	$\times 10^2$	-1.72	-0.46	-0.00	-0.71	-0.24
Z_q	$\times 10^{-1}$	-7.15	-0.98	-9.54	69.8	-2680
Z_{δ_e}	$\times 10^0$	-5.06	-5.08	-1.35	-5.74	-20.8
M_u	$\times 10^0$	0	2.14	2.56	-1.31	0.0694
M_α	$\times 10^1$	-7.38	0.30	0.25	-9.66	-0.0706
M_q	$\times 10^0$	-7.27	2.46	-0.01	-18.8	-5.83
M_{δ_e}	$\times 10^1$	-7.48	0.81	0.98	-4.38	-0.317

得られた安定微係数から再構築した飛行ログを図 5.14 に示す。これまでの他の解析結果と同様、実際に取得され解析に用いた飛行ログを、図では赤線で示している。再構築された飛行ログから明らかであるが、UKF 以外の手法ではログの後半で実際の飛行ログとは全く一致がとれていない。UKF は一致の傾向があるものの、他の解析結果と比べるとその一致度も相対的には大きくない。

さらに図 5.15 に、各手法から算出した固有モードについて、参照値から求めた固有モードとの比較で示している。これまで述べてきた微係数や再構築された飛行ログの一致についての議論と同一の内容、すなわち UKF 以外では全く良い結果ではないことが、ここでも参照値から求めた固有モードとの一致でいうことができる。

ここで他の解析では良い結果が得られていた FEM について、短周期やフゴイドモードを見分けられな

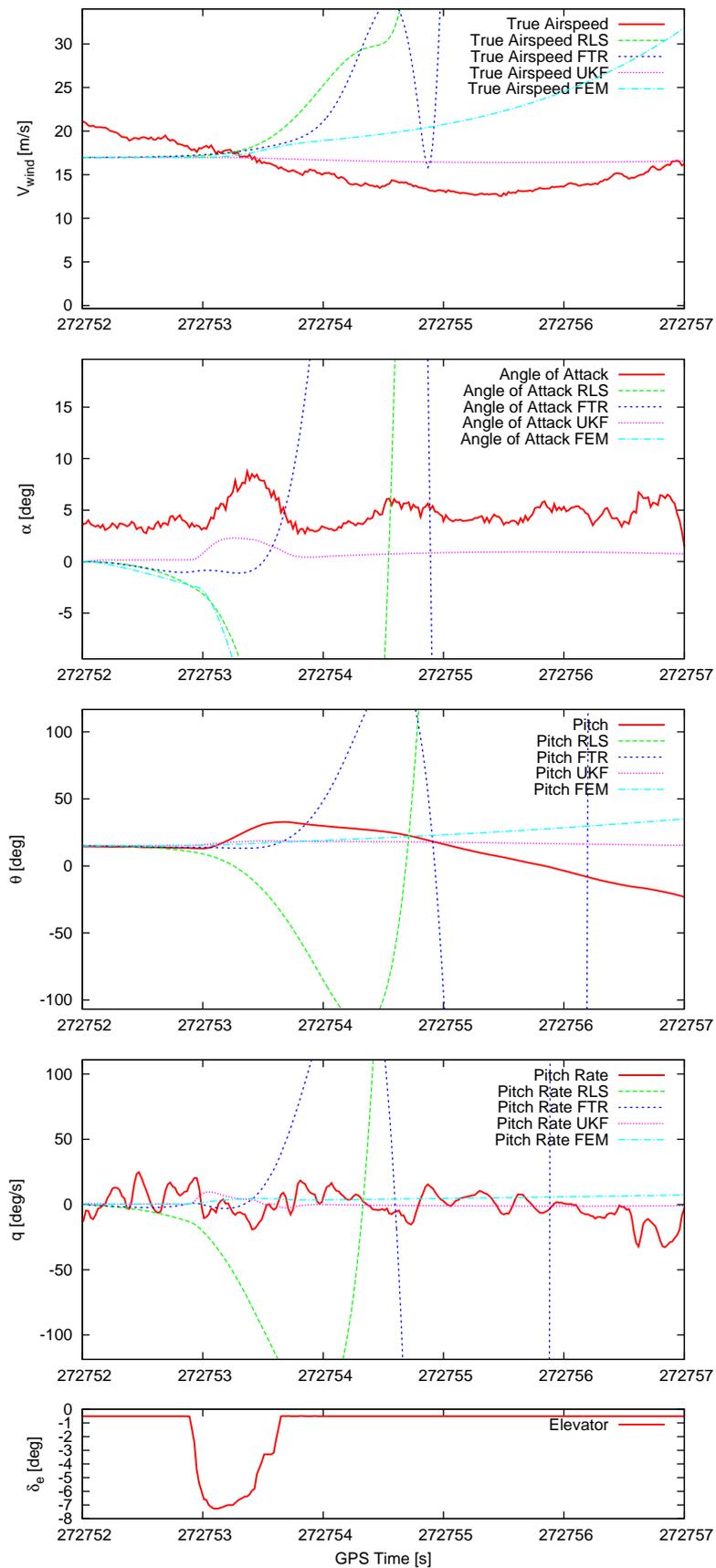


図 5.14: 推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (MARS07AF、縦の運動)

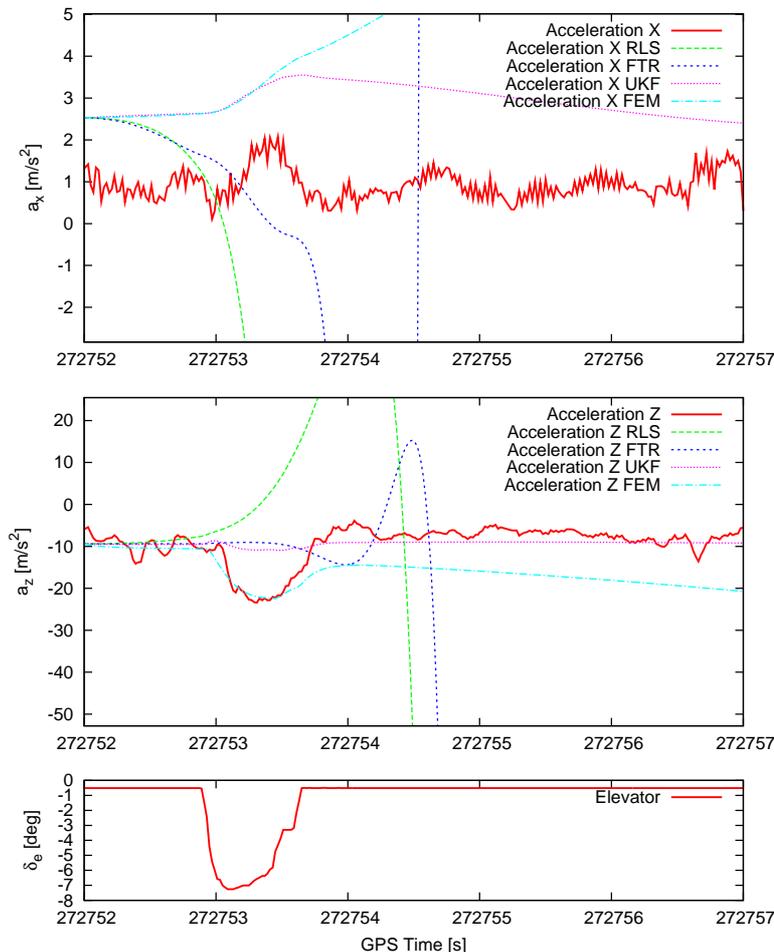


図 5.14: 推定された安定微係数から再構築した飛行ログ (MARS07AF、縦の運動) 続き

い程誤った固有モードが推算されていることは特筆すべきことである。なぜ FEM においても結果が得られなかったのか、これは結論から述べれば解析に用いた飛行ログの性質と極めて関係していると考察される。理由を考えるにあたって、悪い結果が得られた FEM、およびある程度の結果を得ることに依然として成功している UKF の違いにまずは着目してみる。FEM はプロセスノイズを考慮する機構を内包しているが、今回はそれを定常カルマンフィルタとした。カルマンフィルタは非線形性が全く考慮されていないが、一方の UKF は非線形性が十分に考慮されている。つまり両者の違いは非線形性がもたらしたものと考えるのが妥当であり、しかもその非線形性は本ケースの飛行ログと UKF の結果から再現された飛行ログの一致が低かった事実から考えるに、解析に用いた飛行ログに由来しているのが妥当である。つまりこの飛行ログには、想定した線形のシステム方程式 (3.1.5) とは極めて異なる非線形性、より具体的にいうならば突風といった有色のプロセスノイズが強く導入されていたと考えられる。そのために FEM では十分な推定を行うことができなかったと考察される。

さらには、この飛行ログの性質が悪いであろうという推測は、この飛行試験で行った他のケースについてもあまり良い結果が得られなかったという事実に反しない。なぜなら小型 UAV における同一の飛行試験での大気の状態は、飛行時間 (数分間) や移動範囲 (このときはパイロットによる有視界内で飛ばしてい

たため数 100m の範囲) から考えてもほぼ同一とすることができる。従ってこの飛行試験から取得された飛行ログは全域にわたって性質が好ましくないものであったことが容易に想像できるからである。

加えて述べるならば、想定外の非線形な情報を含んだ飛行ログに対する UKF のロバスト性が十分に満足できるものであるかも議論が残るところである。つまり、より過酷な条件で飛行が行われたら UKF でも問題が発生するのではないかと、というのが第一点である。そして今回は手動で特徴的な操舵を行った部分を切り出すことにより推定を行うという、比較的各手法にとっては良い条件の下で解析を行っている。究極的にはこの切り出し作業を行わずして解析が行えれば簡便であるが、そのような場合でも UKF で性能が発揮できるかは第二の問題点である。

最後に図 5.16、および図 5.17 に、オンラインの各手法が推算した微係数、およびその推定誤差の時間変化を示した。各手法とも他の解析と同様に、操舵入力を行った後も推定値が変化していることが見て取れる。また誤差分散は時間経過とともに減少しているから、各手法とも得られた微係数が確からしいと判断していることも見てとれる。このことに関して UKF についていうならば、操舵以降、つまり確定的に励起されている特徴的な情報があまり含まれていない、かつ外乱の影響が大きい飛行ログを、UKF は取り込み続けても問題が起きなかったと見て取ることができる。

以上、MARS07AF において縦の運動解析を行った結果、ある程度実用的な結果が UKF のみ得られた特徴的な事例について述べてきた。UKF 以外の手法で実用的な解が得られなかったことは、推算された微係数から計算された固有モードが異常となっていることから明らかであった。また UKF の結果も再構築された飛行ログと実飛行ログの一致から判断する限り、他の機体への適用に比べて性能を発揮できていない。しかしこれは UKF の手法が悪いというわけではなく、飛行ログの性質が悪いものであったと考察された。つまり本ケースにおいては、想定した線形システムとは異なった、突風などの外乱によるものであろう非線形な情報が、飛行ログに極めて多く含まれていたために起きた現象だと考えられる。そして他の解析では良い結果を得られていた FEM が解析に失敗した事実も、この飛行ログの性質に関係している。すなわち FEM は非線形性に対して UKF と比べてロバストではないことが、数学モデルでは想定外の非線形性が含まれた MARS07AF の飛行ログの解析の失敗をもたらしたといえる。

5.7 小型 UAV に適した解析手法とは

前節では個別のケースについて、各手法における飛行特性解析の結果を述べてきたが、最後に述べた良い結果が得られなかった MARS07AF を除いて全体的に手法ごとに同様の傾向が得られた。この事実は本研究が対象とした 3 機種についてはシステム同定の側面から見ても、小型 UAV という大枠でひとまとめに議論できることを意味している。そこで本節では、この傾向をもとに一般的な航空機によるシステム同定手法の小型 UAV に対する適用について総括する。加えてここまで述べてきた小型 UAV に適用した各手法の性質や先行研究を踏まえて、本節では、小型 UAV に適した飛行ログ解析手法について考察を深めることにする。

まず結果を総括するに先立って、小型 UAV に適用した各手法の優劣について議論の方法を確定したい。飛行ログを解析した結果として安定微係数が得られるが、それと参照値との一致を見るだけでは不十分であることは、その微係数から再構築された飛行ログと元の飛行ログの比較から明らかであった。そこで手法の評価にあたっては、飛行ログの再現性と相関がある固有モードについて、参照値から求められた固

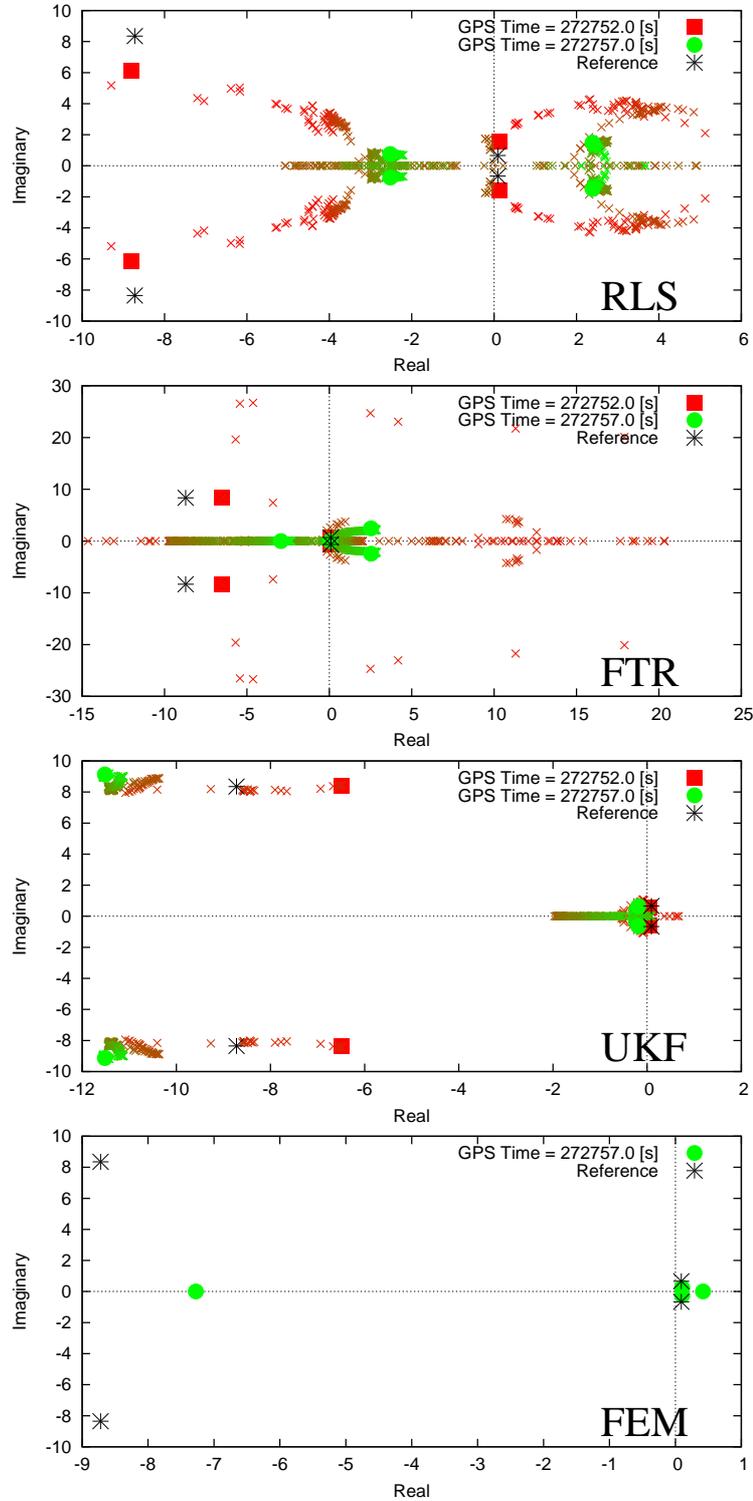


図 5.15: 推定された安定微係数から算出した固有モード (MARS07AF、縦の運動)

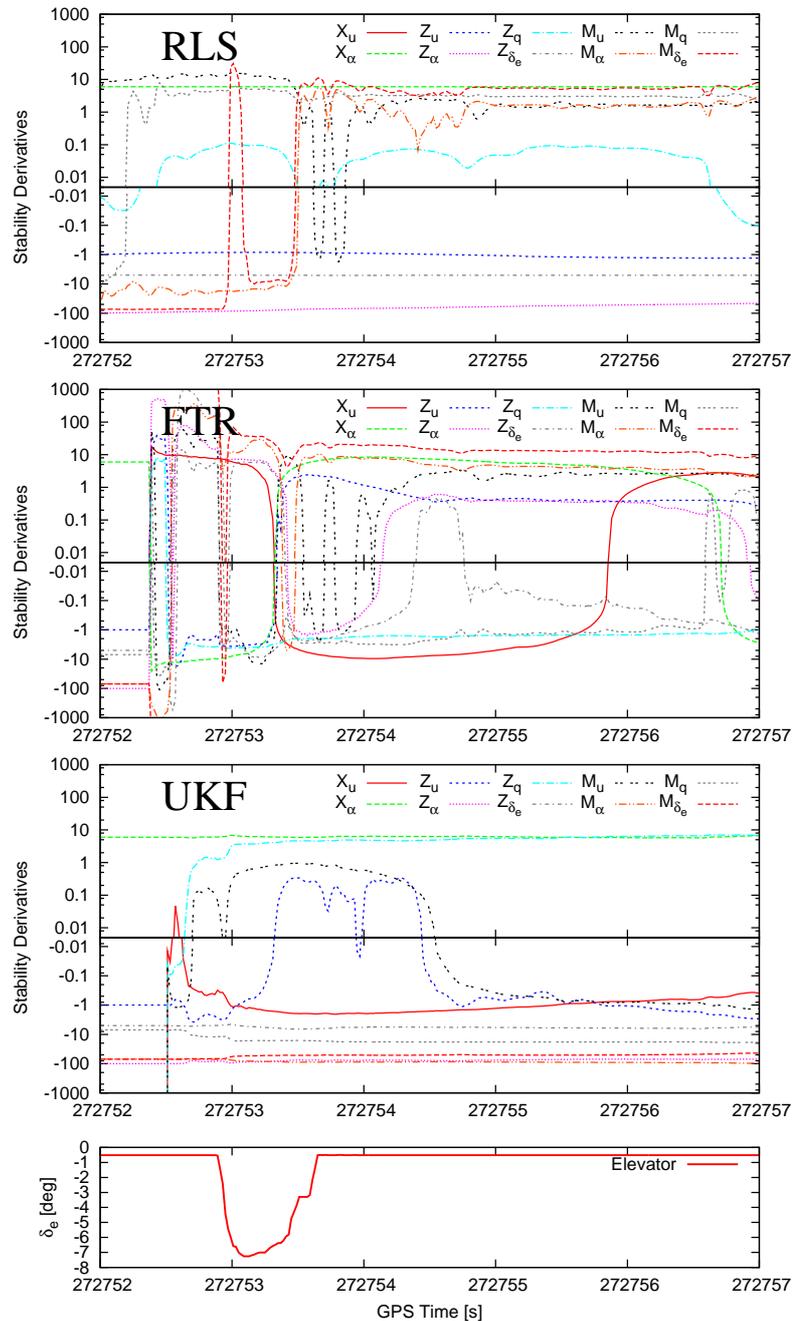


図 5.16: 安定微係数の推定の時間変化 (MARS07AF、縦の運動)

有モードとの一致をもって、手法の優劣を判断する材料とした。また手法の優劣については最後のケースである MARS07AF についての解析から得られた知見、すなわち飛行ログの性質が悪い際にどのような解析結果が得られるかも反映したい。

なお飛行特性を良く取得できているかを厳密に判断するためには、取得された飛行特性を利用する目的において、例えば制御に利用するならば制御系と組み合わせ、評価を行うべきである。こうすることによって、本研究が採用した手法の評価方法である固有モードにおける参照値との一致度よりも、得られた

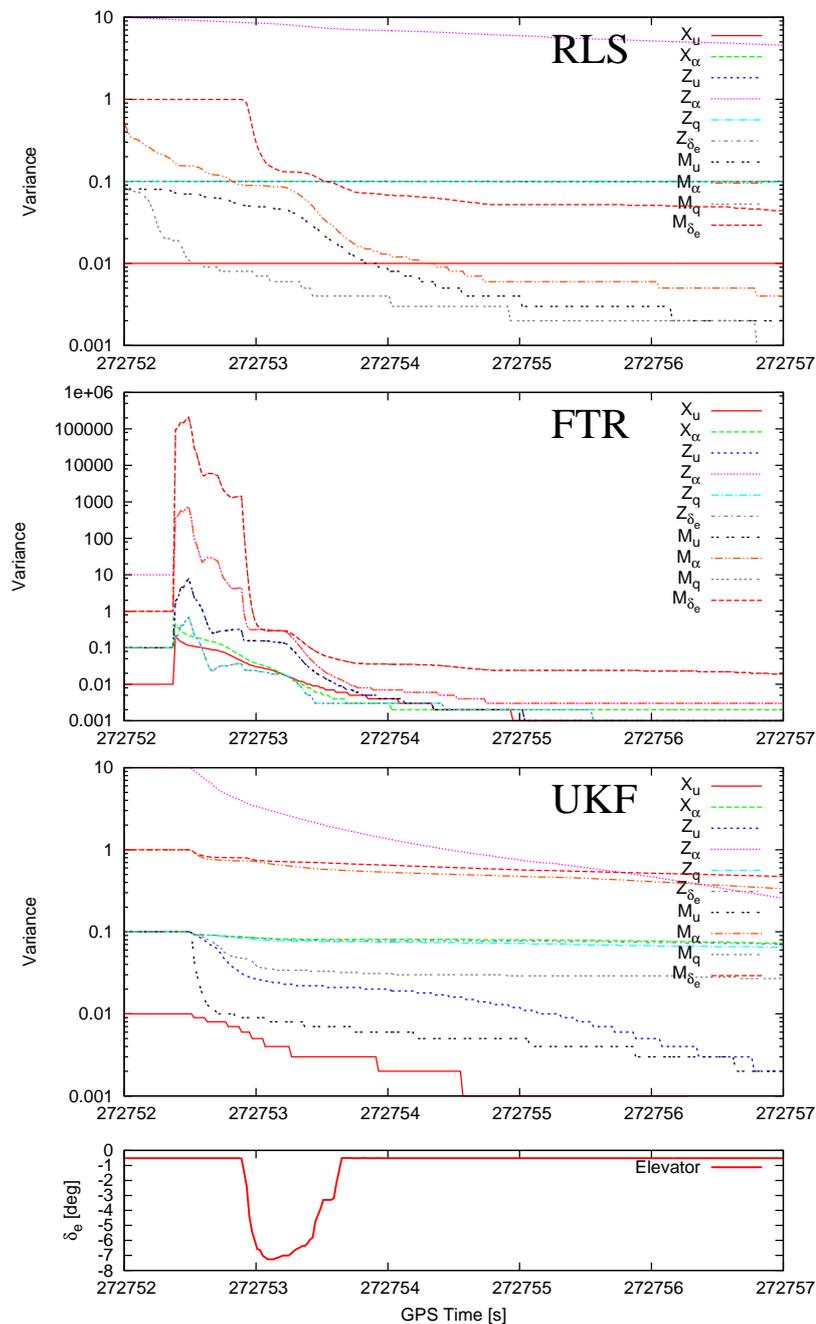


図 5.17: 安定微係数の推定誤差分散の時間変化 (MARS07AF、縦の運動)

飛行特性が役立つものであるかを直接判断できることは間違いない。しかしながら本研究は飛行特性取得後の目的を意識しつつも、それまでを研究対象としてはいない。そして固有モードはシステムの安定性を議論するうえで最も重要な要素であり、これが良く得られることは制御等にとっては必要条件であることは間違いない。従って議論が残るものの、固有モードの一致を判断基準とすることは適当であると考えた。

これらをまとめると、表 5.5 のようになる。表では良いものに ○ を、次点に △、そして劣っているも

のを × として定性的にまとめた。各手法の優劣には、先に述べた固有モードの一致や飛行ログに対するロバスト性の他、手法の簡便さやオンライン手法かどうかを評価の対象として盛り込むことにした。これは節 5.2 から節 5.5 までを基にしている。なお計算コストに対する詳細な比較は、節 C.3 を参照されたい。

表 5.5: 小型 UAV の飛行ログ解析に適用した一般的手法のまとめ

項目	RLS	FTR	UKF	FEM
固有モードの一致	×	×	○	○
劣悪な飛行ログに対するロバスト性	×	×	△	×
手法の簡便さ	○	○	△	×
オンラインかどうか	○	○	○	×

各手法についてまとめた表 5.5 から判断するに、小型 UAV の飛行ログ解析手法として実用に耐えうるのは UKF あるいは FEM であろう。しかしながら最も良い結果を残した UKF においても改善の余地はある。ましてや一般の航空機で実績がある FTR や RLS は、小型 UAV に対しては全くの実用的な結果が得られなかった。

このような結果をうけ、小型 UAV の飛行ログ解析に適した手法とは次の二点を必ず考慮すべき事項であることを確信した。

第一に、解析に用いる飛行ログに対してロバストであること、つまり小型 UAV の飛行ログは想定した線形の情報以外にも突風などの外乱による非線形な情報が蓄積されている可能性を考慮しなければならないことである。これは MARS07AF のケースから明らかであり、他のケースでは堅調な結果が得られた FEM が解析に失敗していることから、手法の信頼性という点で極めて重要な考慮しなければならない項目と考え、これを第一にあげた。なおこのような事態を考慮する一般の航空機での方法には、複数のホワイトノイズを組み合わせることによって突風をモデリングし、有色のプロセスノイズの一部を推定する方法 [56] 等がある。しかしながら小型 UAV の飛行速度において突風に対して確立されたモデルはなく、モデル化誤差の影響が多分にあることが予期されるから、この方法は適切であるとは言い難い。

第二に考慮すべき点は、一般の航空機では実績のあるオンライン手法の RLS や FTR が失敗していることの原因と関係する。この原因は、小型 UAV の飛行ログを解析するにあたっては、いわゆる大数の法則が十分に成立していないことであることに違いない。小型 UAV の飛行ログには、その特徴的なモードが数秒といった一般的な航空機と比較するときわめて短い時間であるから想定されるように、飛行特性を抽出する上での十分な情報が極めて短い時間に集中している。そのため一般の航空機の固有運動が情報として現れる時間を収束時間として見込んでいた RLS や FTR では、飛行特性が良く現れていない操舵を終えてしばらくした部分も解析に有用な情報と誤って取り込んでしまい、不十分な性能となってしまっているのではないかと考えられる。この点をまとめると、小型 UAV の飛行特性取得にあたっては、極めて短い時間に重要な情報が集中しており、それを汲み取れる手法であるべきであるということである。

また最後に実用面というならば、簡便な手法が好ましい。FEM では特に、また UKF については多少であるが、手法の性能にも関わる初期値などのパラメータが多いことは、飛行試験ごとに設定を見直さなければならない可能性が高く、簡便な手法であるとは言い難い。そこで調整するパラメータが少なく、また

計算負荷が軽いことも、できれば考慮すべき事柄であることを追記しておく。

5.8 まとめ

本章では航空機の飛行ログを解析する一般的な手法について述べた。まずはじめに手法をオンライン手法とオフライン手法、そして時間領域の手法と周波数領域の手法に大別して、その概要を示した。続けて手法の中から 4 つの手法、すなわち再帰的最小二乗法 (RLS)、フーリエ変換回帰法 (FTR)、アンセンテッドカルマンフィルタ (UKF)、フィルタエラーメソッド (FEM) を選び小型 UAV の飛行ログを解析する手法として用いた。これらの手法は、RLS、FTR、UKF がオンライン手法に属し、FEM がオフライン手法に属する。また RLS、FTR、FEM が時間領域の手法であり、FTR が周波数領域の手法である。

手法を適用するにあたり、まずは各手法の手順や先行研究について述べた。大まかに述べれば RLS、FTR、UKF、EKF の順に複雑な手法、すなわちプロセスノイズが考慮される等口バスタな手法となるが、それに従って設定するパラメータや計算量が多くなる手法となっている。

そして各手法を本研究が対象とする小型 UAV、すなわち節 1.2 で述べたエクゼクティブジェット、MARS07AF、オルカの 3 機種に適用した。すなわち第 3 章で述べた数学モデルに則り、飛行ログを解析することによって有次元安定微係数に代表される飛行特性の取得を行った。結果として、取得された有次元安定微係数の値や、そこから再現された飛行ログ、推算される運動の固有モードを示し、手法の優劣を述べた。またオンライン手法については、時間経過における微係数やその誤差分散の推定値の変化を図示し、手法の特徴をつかむ手がかりとした。適用した結果から得られたことは、概して FEM、続いて UKF が優れた手法であり実用的な結果が得られたものの、RLS や FTR では不十分であるということである。さらに解析に用いた飛行ログの性質が悪い場合は、FEM において実用的な結果を得られないことが MARS07AF の解析結果から明らかとなり、UKF においても過酷な環境化での性能が十分であるかは議論されるべき問題である。

これらの結果を受けて、小型 UAV の飛行特性をシステム同定によって取得する、さらにはそれをオンラインでも信頼がおける手法を確立するためには、次の 2 つのことを特に考慮しなければならない。すなわち、小型 UAV の飛行ログは一般的な航空機の飛行ログと違い、突風などの外乱による影響が大きい、言い換えるならば有色のプロセスノイズを十分に考慮しなければならないということが第一点である。第二点として、小型 UAV の運動特性は一般的な航空機よりも非常に短く、数秒といった時間内に重要な飛行特性が現れることから、これらの部分を集中的に解析ができるような手法が必要であるということである。更にいえば FEM や UKF は複雑なパラメータ設定や大規模な行列演算を必要とする手法であり、良い結果を得るための手軽な手法とは言い難い。特にオンライン手法としては格段の準備も必要なく素早く結果を得られることが重要となることもあり、できるだけ単純な手法が好ましいことは疑うこともないから、これらの手法もまだまだ改善の余地があると言える。

以上、一般的手法に対して小型 UAV に適用するには問題があることが明らかとなった。次章ではこれらのことを踏まえて、小型 UAV の飛行特性取得に優れた新たな手法を提案することにする。

第 6 章

ウェーブレット変換による飛行ログ解析

本章では、前章の考察をうけて小型 UAV の飛行特性取得に適した手法を新たに提案する。この手法はウェーブレット変換による時間周波数情報を活用する点で特徴付けられる。従ってはじめに、ウェーブレット変換についてその概要を述べ、提案する手法の中で用いる多重解像度解析について特に詳しく触れる。続いて提案する手法について説明を行う。提案する手法はオフライン手法とオンライン手法の 2 つがあるため、まず両者に共通する部分 (Parallel Projection using Multi Resolution Analysis 法、略して PP-MRA 法) の原理を示す。そして提案する手法と類似点をもつ、より汎用的なシステム同定手法である部分空間同定法との共通点と差異について特別に節を設け述べる。その後、提案するオフライン、オンラインの両手法について説明を行う。小型 UAV 用でシステム同定を行う目的としてはオンライン手法が望ましいことから、オンライン手法について適用した結果などを詳細に述べることにする。最後に提案した新手法について考察を行う。

6.1 ウェーブレット変換とは

本節ではウェーブレット変換を説明するが、その詳細については参考文献に譲ることとし、本研究に関係のある部分に絞ってその概要を述べる。またウェーブレット変換は、極めて美しい数学上の理論によって構築されており、本来数学上の厳密な議論を経て語られるべきものであるが、ここでは本研究での利用例のように工学的な応用の側面に焦点を絞って説明を行うことにする。またその用語についても必要なもののみ焦点をあることにする。特に、ウェーブレット変換ではフーリエ変換のように周波数という概念が存在せず、代わりにレベルという用語を用いるのが一般的であるが、概念を理解する上では周波数という用語を用いた方が都合がよいため、そのようにする。

なお、ウェーブレット変換についての情報は以下にあげるものを参考にした。数学的理論については [57, 58] ([58] は [59] の邦訳) が、工学的な応用については [60] が詳しい。また手法を計算機に実装するにあたっては [61, 62] を参考にした。工学的な応用例としては、最も身近なものとして画像圧縮の技術である JPEG 2000 [63] がある。

以下、小節では次の 4 つの点について触れる。第一にウェーブレット変換がもたらす時間周波数領域での解析という概念についてである。そして次にウェーブレット変換そのものについて、数式を交えてその手順を述べる。続いて、提案した新手法で用いている離散ウェーブレット変換の一種である多重解像度解

析について述べる。最後に、多重解像度解析によって得られる時間周波数情報の見方について例をあげて説明する。

6.1.1 時間周波数領域での解析

ある一定時間内において変化をした信号は、周波数領域への変換、すなわちある周期、ある位相を持つ定常波の重ね合わせとして表現することが可能である。この変換の結果得られる周波数領域の情報においては、その時間内にある繰り返し成分が強調され、解析の際に大変有益な指標となる。この性質を利用して、周波数領域の情報は特に無線やデータ圧縮の分野で盛んに活用されている。身近な例をあげると、ラジオのオートチューニングがある。これは受信電波を周波数領域へ変換し、ノイズに比べてひときわ大きい強度を持つ周波数を検索することによって成立している。

周波数領域への変換を更に拡張した概念として、あらかじめ一定時間が定められていない、言い換えれば無限時間上で変化する信号に対する周波数領域への変換がある。これは無限時間から一定の範囲の時間を抽出する、いうなれば時間軸上に窓を設けることによって、周波数領域への変換を行うことに相当する。この結果得られるのは、切り取られた時間における周波数領域の情報、つまり時間と周波数を変数にとる情報である。この情報は時間周波数情報と呼ばれ、信号の繰り返し成分、つまり周波数が時間的に変化しても、時間軸に対して窓があるためにそれを追いつけることが可能である。一方、時間的に周波数が変化する信号を一括して周波数領域への変換を行うと、あくまでも定常波の重ね合わせとして表現しようとするために、時間的に変化する繰り返し成分を明確に表現することができない。つまり時間周波数情報を用いる最大の利点は、信号上に不連続にあらわれる特定のパターンを認識することができる点にある。

この時間周波数情報は、新たな解析の糸口を生み出す。周波数領域の解析では、繰り返しが必ず起こるもの、つまり人為的に作られた情報に対しては必ず効果を発揮する。しかしながら自然現象は必ずしも繰り返しが定常的に起こるものばかりではないため、自ずと周波数領域での解析には限界がある。そのような現象に対しても、時間周波数情報は極めて有効な解析手段を与えることができる。そして本研究との関連で述べれば、小型 UAV の飛行は前章でも考察したとおり風などの擾乱に弱く、しかも運動の時間周期が短い(固有振動の時定数が小さい)ため、この時間周波数情報を用いた解析が極めて有効に作用するものと考えられる。

6.1.2 ウェーブレット変換

時間周波数情報を得る最も単純な方法として、短時間フーリエ変換 (“Short-Time Fourier Transform”, STFT) がある。これは次に示す二段階によって得ることが可能である。まず、観測された信号 $f(t)$ に対してある時刻 τ を中心に信号を切り出す窓関数、例えばガウス窓関数 $e^{-\frac{(t-\tau)^2}{\sigma^2}}$ 、を適用する。

$$f'(t, \tau) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-\frac{(t-\tau)^2}{\sigma^2}} dt \quad (6.1.1)$$

その後、フーリエ変換を施す。

$$F(\omega, \tau) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f'(t, \tau) e^{i\omega t} dt \quad (6.1.2)$$

ここで、 $F(\omega, \tau)$ は時間周波数情報であり、中心とする時刻 τ 、並びに周波数に対応する角速度 ω の 2 変数関数となっている。このように短時間フーリエ変換は、時間窓を用意し、その上で周波数領域への変換を行う時間周波数情報を得るには至極明解な方法である。

しかしながら短時間フーリエ変換において、その精度を低い周波数、すなわち緩慢な時間変化に対してまで保つのは難しい。なぜなら、低い周波数において高い精度を実現するためには、より長い時間の観測データを変換対象としなければならない。にもかかわらず、はじめに窓関数によって周波数領域への変換対象となる時間幅が決定してしまっている短時間フーリエ変換では、自ずと低周波における精度が低くなってしまふ。この問題は不確定性原理、すなわち周波数軸上の精度と時間軸上の精度はトレードオフの関係にあることから導き出される。もし短時間フーリエ変換において低周波域でも精度を改善しようとするならば、窓関数の適用範囲、例えばガウス窓関数ならば σ で表される値を解析する周波数毎に注意深く選ばなければならない。

そこで、短時間フーリエ変換を改善した手法として、本研究で用いたウェーブレット変換がある。ウェーブレット変換とは、次の式

$$W(a, b) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (6.1.3)$$

で表現されるが、ここで ψ^* はマザーウェーブレット、 a および b はスケーリング並びに時間シフト変数である。この式は、変数 a, b で作られたテンプレート波形、および観測された信号の両者の類似度を計ることによって時間周波数情報を得ていることを意味している。信号の類似度を計る点でウェーブレット変換は短時間フーリエ変換と同じ（フーリエ変換は定常波との類似）といえるが、フーリエ変換のときにあった σ のような隠しパラメータが存在しない。このことは図 6.1 に示すとおり、不確定性原理を考慮しつつ周波数の解像度に応じて自動的に時間窓を適用する範囲が決定されることを意味し、短時間フーリエ変換で生じる問題を克服している。

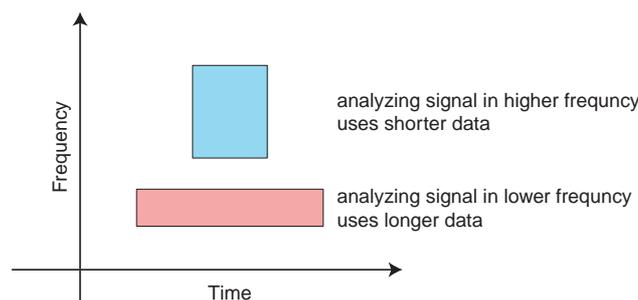


図 6.1: 時間周波数領域においてウェーブレットが切り取る窓

以上これまで述べてきたのは、連続信号に対してウェーブレット変換を施し時間周波数情報を得ようという試みであり、連続ウェーブレット変換と呼ばれる。一方、計算機上で処理を行うに当たっては、時間軸において離散化された信号を精度よく扱えることが好ましい。ここで精度よく、というのはウェーブレット変換を施した結果得られる離散化された時間周波数情報 $W(a, b)$ が、変換元の離散化された信号 f を余すことなく、かつ無駄なく表現できることを指す。そのような変換は離散ウェーブレット変換と呼ばれ、以下その定式や性質について簡単に触れる。

まず観測が ΔT の間隔をもって十分に頻繁にサンプリングされていたとすると、連続ウェーブレット変換の式 (6.1.3) は以下のように変形できる。

$$W(a, b) \equiv \sum_{i=0}^N f(i\Delta T) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left(\frac{i\Delta T - b}{a} \right) \Delta T \quad (6.1.4)$$

さらに以下の議論を進めるにあたって、離散ウェーブレット変換を構成するために、数学的にその存在が示されている適切なあるマザーウェーブレット ψ^* が選ばれたとする。すると係数 a, b のとりうる値を限定することができ、以下のような式を得る。

$$W(m, n) \equiv \sum_{i=0}^N f(i\Delta T) \frac{1}{\sqrt{a_0}} \psi^* (a_0^{-m} i\Delta T - nb_0) \Delta T \quad (6.1.5)$$

ただし m, n は任意の整数とし、 $a_0 > 1, b_0 > 0$ である。 m, n は整数に拘束されていることから、 $W(m, n)$ は明らかに離散的な情報であることが見てとれる。

離散ウェーブレット変換の性質で特に有用なのは、その定義でもある時間周波数情報 $W(m, n)$ が、信号 $f(i\Delta T)$ を余すことなく、かつ無駄なく表現していることである。言い換えれば、 $W(m, n)$ から $f(i\Delta T)$ を再構成することが可能である。このことは離散ウェーブレット変換には逆変換 $\widetilde{\psi}^*$ が存在し、

$$f(i\Delta T) = \sum_m \sum_n W(m, n) \widetilde{\psi}^* \quad (6.1.6)$$

となることを示している。これを応用すると、例えば時間周波数情報を利用したフィルタを組むことができる。すなわち離散ウェーブレット変換によって元信号を時間周波数情報に変換し、そこで例えばローパスフィルタ等の信号処理を行い、さらにそれを離散ウェーブレット逆変換によって時系列データに戻すということが可能である。後で述べる本研究で提案するオフライン手法は、この逆変換が可能であるという性質を用いている。

6.1.3 多重解像度解析

前小節の末尾では離散ウェーブレット変換について触れた。ところで離散ウェーブレット変換の中には、式 (6.1.5) において $a_0 = 2, b_0 = 1$ とすることができるものが存在する。式で表すと、

$$W(m, n) \equiv \sum_{i=0}^N f(i\Delta T) \frac{1}{\sqrt{2}} \psi^* (2^{-m} i\Delta T - n) \Delta T \quad (6.1.7)$$

となる。この変換は図 6.2 のように、高周波から低周波へ向かって周波数を 1/2 倍スケールダウンするごとに元の時系列データを 2 倍使う。つまり元の時系列データを余すことなく使うことを意味し、離散化された信号を扱うには都合が良い。

さらに $a_0 = 2, b_0 = 1$ の離散ウェーブレット変換は、効率よく変換を行えるという特長がある。その効率のよい過程の一例を図 6.3 に示す。図 6.2 との比較をすると、ある低周波での時間周波数情報を求める過程は、元信号に立ち返ることなく、その 2 倍の周波数における時間周波数情報にのみ依存していることが見て取れる。その計算量は、 N を変換元の時系列データの個数とすると、高周波側から低周波側への変換回数を足すことによって

$$O\left(\frac{N}{2} + \frac{N}{2^2} + \frac{N}{2^3} + \cdots + \frac{N}{2^m}\right) = O(N) \quad (6.1.8)$$

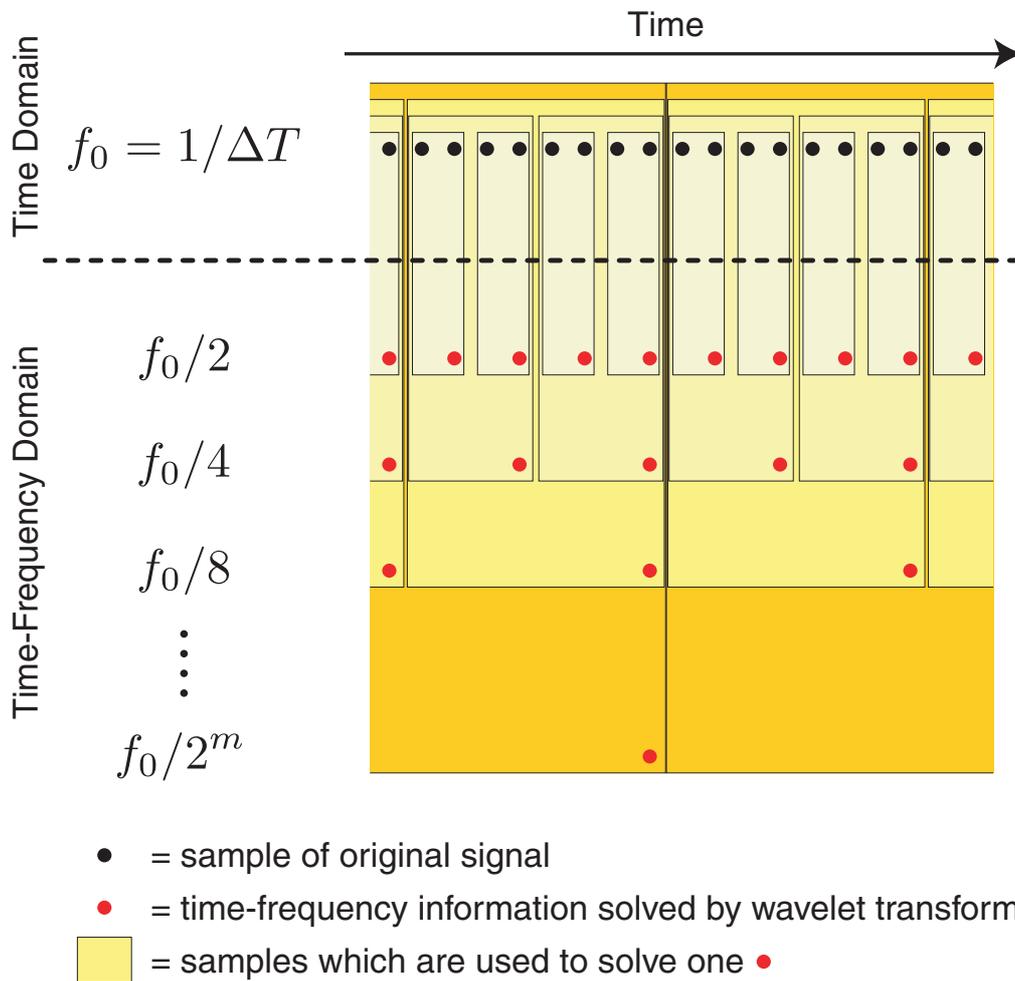


図 6.2: $a_0 = 2, b_0 = 1$ の場合における離散ウェーブレット変換の過程例

となり、 $O(N)$ となる。これは離散フーリエ変換の計算量 $O(N \log(N))$ と比べて優れている。

これまで示した優れた特長を持つ $a_0 = 2, b_0 = 1$ の離散ウェーブレット変換は、多重解像度解析 (Multi Resolution Analysis, MRA) という名称で知られている。多重解像度解析を構築するのに用いられるマザーウェーブレットには、例えばハール [64] やドブシー [59] (いずれも人名、欧文表記は “Haar”, “Daubechies”) があり、これまで計算過程で示したのはハールを用いた場合である。そして本研究で提案する手法は、オンライン、オフラインのいずれも、この多重解像度解析を利用している。

多重解像度解析によって得られる時間周波数情報の性質を理解するには、ローパスフィルタやハイパスフィルタを組み合わせで作られるフィルタバンクとの関連が欠かせない。以下、その点について詳しく述べる。

多重解像度解析において計算の効率化が可能なのは、変数 m で示された特定の周波数を扱う変換によって得られた時間周波数情報が表現することが可能な空間を D_m 、および表現することができない空間を A_m とすると、それらには

$$A_{m-1} = A_m \oplus D_m \quad (6.1.9)$$

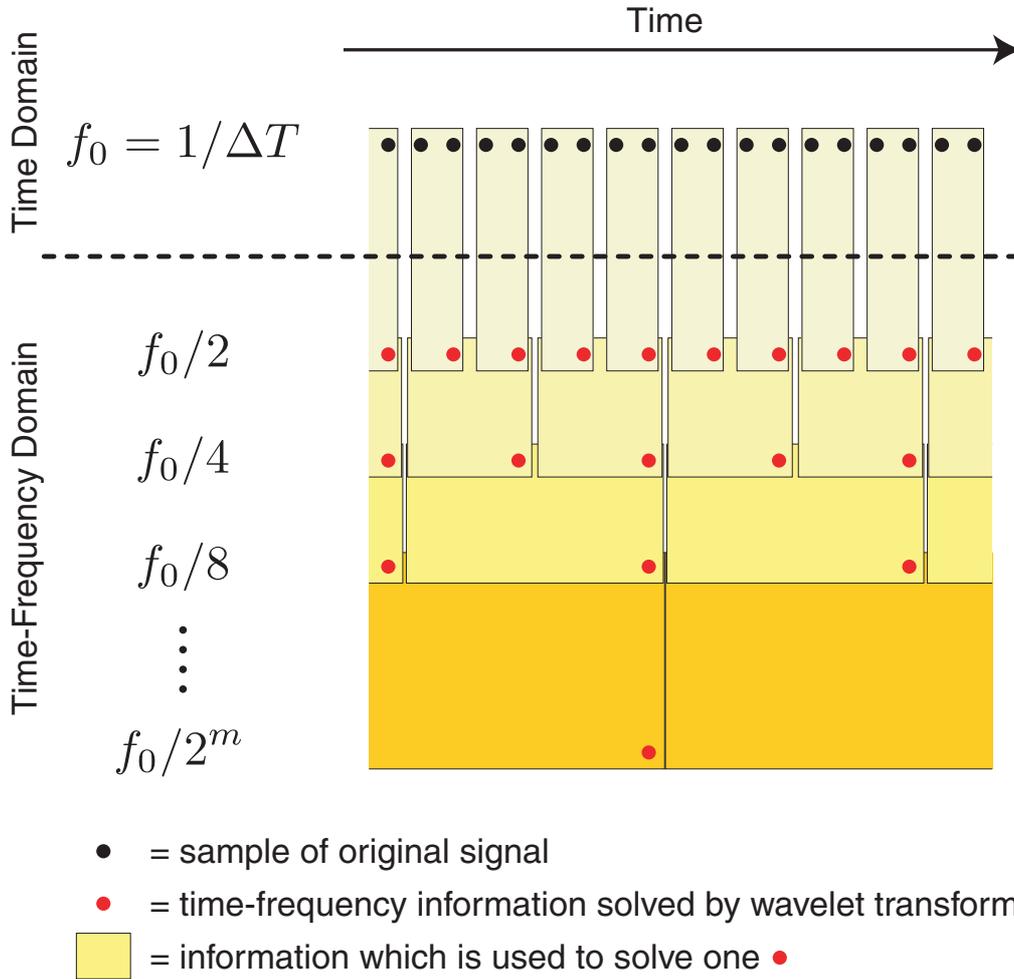


図 6.3: $a_0 = 2, b_0 = 1$ の場合における離散ウェーブレット変換の過程例 その 2

のような入れ子構造の関係があるためである。変換を進めると

$$\cdots D_2 \oplus D_1 \oplus D_0 \oplus D_{-1} \oplus D_{-2} \cdots \quad (6.1.10)$$

のような空間を表すことができ、究極的には全ての空間をあらわしうる。このことは離散ウェーブレット変換の性質と矛盾していないことが確認できる。

空間が入れ子構造になっていること同様、変換という過程についても図 6.4 に示すような入れ子構造にすることが可能である。低周波から高周波へ向かって情報が伝播し、時間周波数情報が次々と計算されていく様子が見て取れる。ここでひとつの変換に着目すると、その変換で時間周波数情報として出力とれるのはハイパスフィルタを透過した情報、一方、より低周波の次段へと送られる情報はローパスフィルタを透過した情報という見方ができる。このハイパスフィルタとローパスフィルタは相補的である。なぜなら式 (6.1.9) で示したとおり一つの変換において情報の漏れがないためである。そして最も低周波の変換においてすらローパスフィルタを透過してしまう情報とは、バイアス成分に他ならない。

以上まとめると、多重解像度解析は相補的なローパスフィルタとハイパスフィルタを組み合わせたフィルタバンクと等価である。また時間周波数情報は、ある周波数以上のハイパスフィルタを透過しうる機敏な

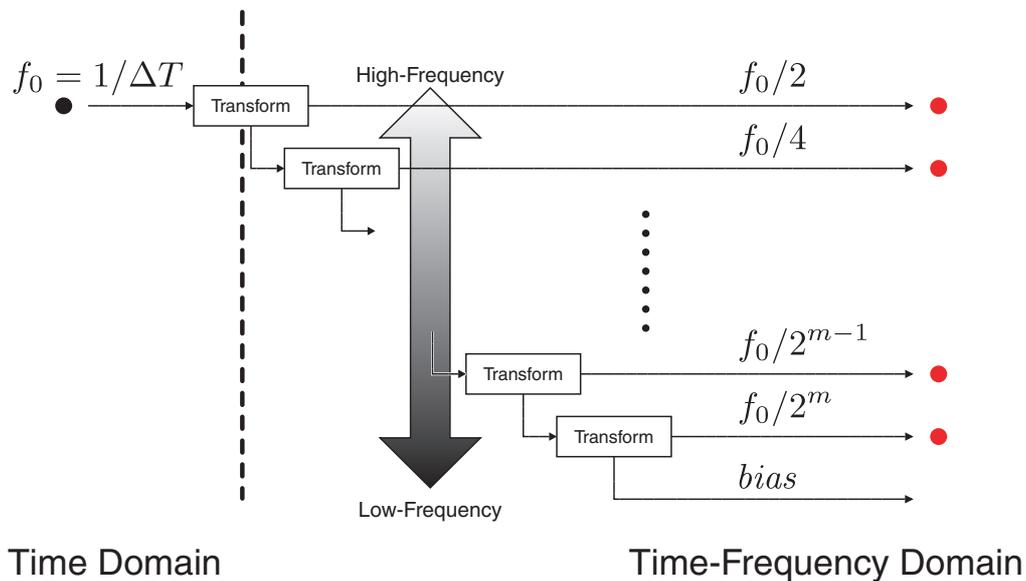


図 6.4: 多重解像度解析における変換の入れ子構造

変化をする信号が、どの程度変換前の入力に含まれていたかという指標だということができる。

6.1.4 多重解像度解析の例

ここでは多重解像度解析をすることによって得られる時間周波数情報の見方について説明を行う。

はじめに、時間的に一樣な変化をしている信号に対して多重解像度解析を行うと、その結果得られる時間周波数情報はフーリエ変換によるものと一致することを示す。ここではホワイトノイズを例に、多重解像度解析の結果を示す。

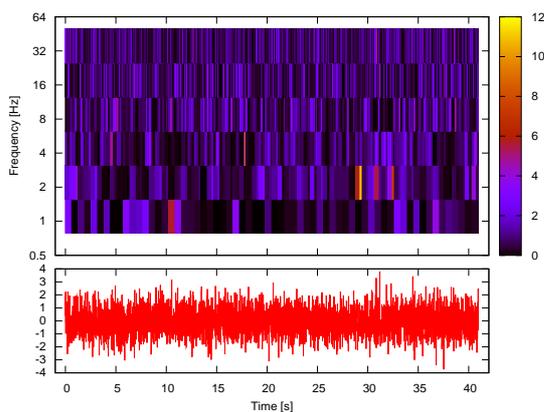


図 6.5: ホワイトノイズの多重解像度解析

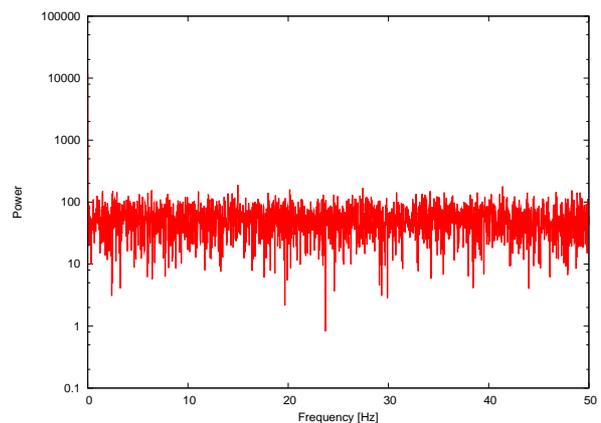


図 6.6: ホワイトノイズのパワースペクトル

図 6.5 は、計算機によって生成した 0.01[s] 間隔の 4096 点のホワイトノイズの時系列データ、およびそれを多重解像度解析して得た時間周波数情報を示している。横軸は時間軸であり、縦軸は周波数に相当する。そして鮮やかな色で示されているのは時間周波数情報の絶対値が大きい部位である。時間軸、周波数

軸とも比較的一様に強い情報が分布していることが見てとれる。

一方、図 6.6 は同データを高速フーリエ変換 (FFT) し、そのスペクトルを求めた結果である。ホワイトノイズは図 6.6 で示されているように、そのパワースペクトルが全ての周波数で一様になることが知られている。つまり図 6.5 に示した多重解像度解析の結果は、フーリエ変換によって得られる結果と一致している。

また、上記のホワイトノイズデータを数値的に時間積分 (積算)、および時間微分 (差分) したデータについて、同様に多重解像度解析、および高速フーリエ変換を行って得た結果をそれぞれ図 6.7-6.8 に示す。数値的に時間積分を行うと低周波が、一方時間微分を行うと高周波が強調されることが知られているが、この事実と図に示された結果は一致していることが見てとれる。

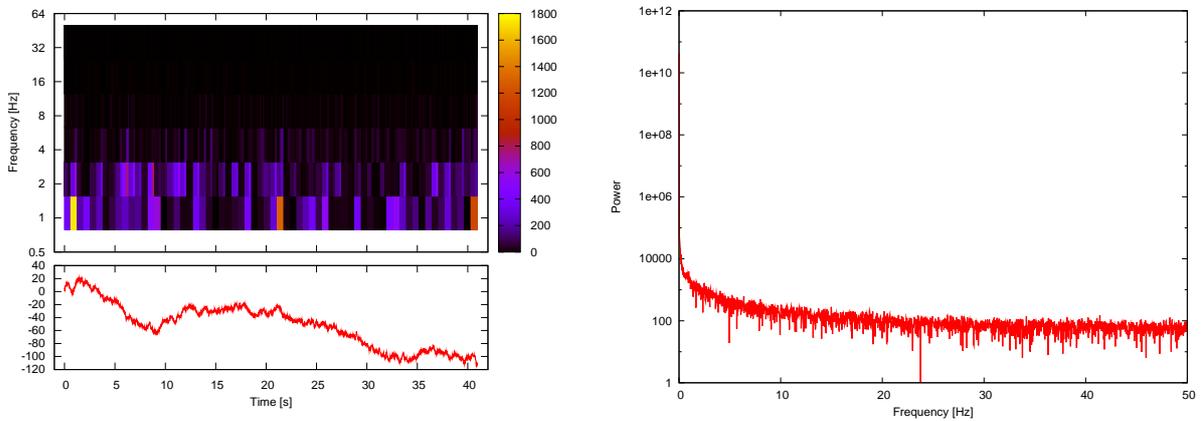


図 6.7: ホワイトノイズを時間積分した信号の多重解像度解析とパワースペクトル

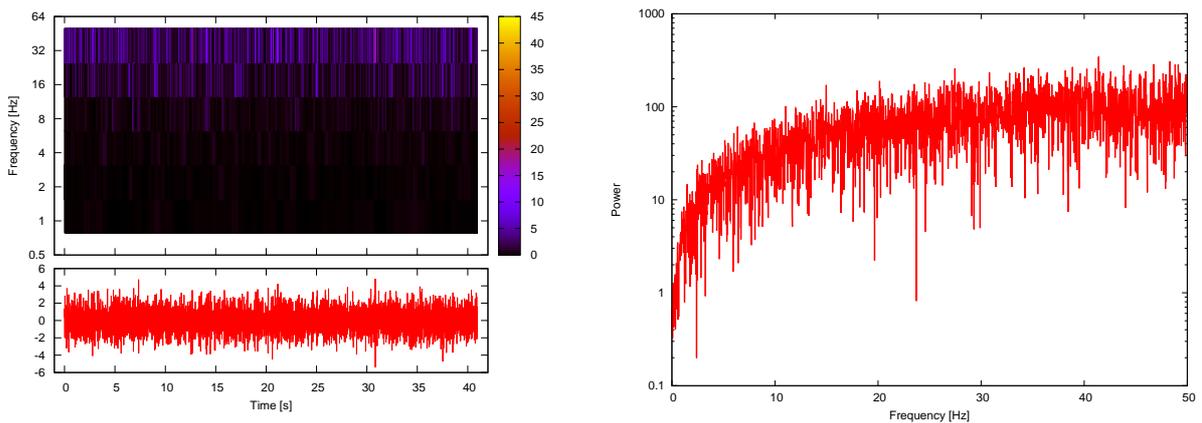


図 6.8: ホワイトノイズを時間微分した信号の多重解像度解析とパワースペクトル

時間的に周波数に変化するデータに対して多重解像度解析を試みると、どのようになるのだろうか。これを示すため、例としてチャープ信号

$$\sin\left(\frac{\pi}{900}t^2\right) \quad (6.1.11)$$

の解析結果をこれまでと同様の形式で図 6.9 に示す。フーリエ変換によるパワースペクトラムから意味を

汲み取ることはできないが、一方の多重解像度解析による時間周波数情報では、周波数が変化していく様子を捉えられていることが確認できる。

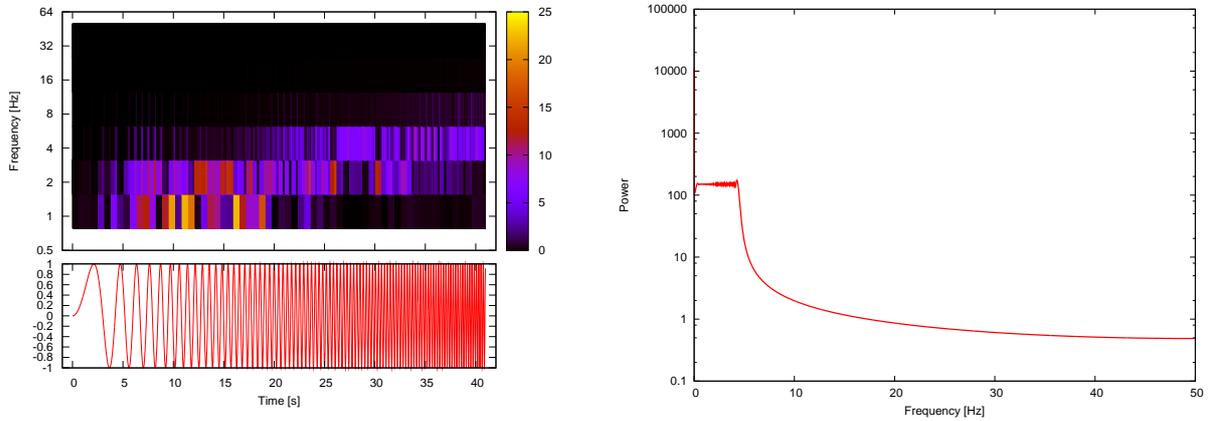


図 6.9: チャープ信号の多重解像度解析とパワースペクトル

6.2 提案する手法の原理 (PP-MRA 法)

提案する手法を具体的に述べる前に、その原理について導出過程をあげつつ述べる。

第 3 章で仮定したモデルのうち、システム方程式 (3.1.5)、および (3.1.8) は、線形である。すなわちプロセスノイズを省略すれば、これらのシステム方程式は行列 A と状態量 \underline{x} 、入力 \underline{u} を用いることによって、まとめて

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + \underline{u} \quad (6.2.1)$$

と表すことができる。ここで入力 \underline{u} が、振動や減衰を表す関数

$$\underline{u} = \sum \underline{f} e^{\omega t} \quad (6.2.2)$$

であったとしよう。ただし ω は複素数 ($\omega \in \mathbb{C}$) である。すると状態量 \underline{x} は解析的に解くことができ

$$\underline{x} = \left(\sum_i C_i \underline{x}_{0,i} e^{\lambda_{0,i} t} \right) + \sum (\omega I - A)^{-1} \underline{f} e^{\omega t} \quad (6.2.3)$$

となる。ここで右辺第一項は、ある係数 C_i 、行列 A の固有値 $\lambda_{0,i}$ 、固有ベクトル $\underline{x}_{0,i}$ で表された一般解、つまりシステムに固有な振動や発散、減衰などを表している。右辺第二項は、いわゆる特殊解であり、入力と同じ周波数成分を持つ。この式が意味することは、仮定したモデルに沿うのであれば、外乱がない限り、状態量は周波数成分として固有振動周波数、または入力に存在する周波数成分に相関するということである。

さらに第 3 章で定義した観測方程式 (3.1.6) および (3.1.9) によれば、システムの出力として観測される観測量 (以下、出力という言葉は観測量を意味する) は状態量に対して線形である。従ってこの出力についても状態量と同様のことが言え、固有振動、および入力に存在する周波数成分と相関していることが予期される。

以上のような議論のもと、多重解像度解析によって得た時間周波数情報を元に、システムの入力に相関する出力のみを抽出し、解析にかける方法を提案する。ここでシステムの固有振動と出力についても、入力と出力の関係同様、相関があることが予期される。しかし、これについては節 5.7 の議論で述べた有色のプロセスノイズの影響を多分に受け推定を困難にすると考えたため、入力と出力の相関のみに注目することにした。また多重解像度解析を用いるのは、小節 6.1.3 で述べたように、効率よく時間が経過するに従って変化する周波数成分を取り出すことができるからである。

以下、その抽出過程を示すが、これを PP-MRA(Parallel Projection using Multi Resolution Analysis) 法と呼ぶことにする。この PP-MRA 法は、以下の節で述べるオフライン、オンライン手法、どちらにおいても共通して用いる。

多重解像度解析によって時間周波数情報に変換された入力、および出力を $W_{\text{input}}(a, b)$ と $W_{\text{output}}(a, b)$ で表す。ただし a, b はそれぞれ周波数、時間に対応する離散的な変数である。このうち出力の時間周波数情報を次の式で再構成し $W_{\text{filtered output}}(a, b)$ を得る。

$$W_{\text{filtered output}}(a, b) = \max(|W_i|, W_i = \{W_{\text{output}}(a, b) \otimes W_{\text{input1}}(a, b), W_{\text{output}}(a, b) \otimes W_{\text{input2}}(a, b), \dots\}) \quad (6.2.4)$$

ここで $\max(|x|, x = \{\dots\})$ は、集合 x から絶対値が最大のものを選び取る演算子である。また演算子 \otimes は

$$W_{\text{left}}(a, b) \otimes W_{\text{right}}(a, b) \equiv \begin{cases} \text{if } a \neq 0 \text{ and } W_{\text{right}}(a, b) \geq \Delta \text{ then} \\ W_{\text{left}}(a, b) \\ \text{else} \\ 0 \end{cases} \quad (6.2.5)$$

であり、 Δ は適切に定められた閾値である。この式が意味するところは、これまでの議論の繰り返しになるが、出力がシステムの入力に相関していた場合のみ、出力を利用するということである。なお $a = 0$ の場合、出力は透過されないが、これはバイアス成分を遮断する機能を担っている。

図 6.10 に、この抽出過程 PP-MRA 法の例を示す。例は小型 UAV の縦の運動に着目し、入力としてエレベータ舵角の指令値を、出力を迎角(観測量)としてとり、出力の入力に相関する部分を抽出している様子である。抽出の過程は、図の上から 2-3 段目にあたる時間周波数領域での処理であるが、理解のために図の 1、ならびに 4 段目の対応する時間領域の情報も追加的に示している。1 段目は多重解像度解析を行う前の、取得されたままの時系列飛行ログである。4 段目は逆ウェーブレット変換を用いて、抽出後の時間周波数領域の情報を再び時間領域に戻すことによって表示している。

図において PP-MRA 法の特徴を端的にあらわしている部分は、特に出力である迎角の時間領域で抽出過程の前(1 段目)と後(4 段目)の比較において見ることができ、次の 3 点にまとめられる。

- GPS 時刻 272973[s] 付近における迎角の変化(抽出前ではおよそ 5[deg] → 1[deg] → 5[deg])が抽出後ではなくなっている。この部分は入力に起因しないプロセスノイズ(外乱)による変化だと判断されたことによる。
- 観測ノイズにあたるであろう細かな変化が抽出後では消えている。明らかに観測ノイズと入力に相関関係はないと判断されたことによる。

- 抽出後では迎角の変化の平均値が 0[deg] になっている。これはバイアスを除去する効果によるものである。

これらから、提案した PP-MRA 法を行うことによって得られるであろう効果を以下のように整理できる。

- 外乱による影響を除去できる点
- 観測ノイズを除去である点
- 推定に必要なバイアス成分を分離できる点

いずれの特徴も小型 UAV の飛行ログ解析に対して有効であると考えられる。特に第一点については、節 5.7 における小型 UAV の飛行ログ解析手法についての議論から、極めて重要であると考えられる。

6.3 PP-MRA 法と部分空間同定法との類似点、相違点

本研究で提案した PP-MRA 法と類似する手法として、部分空間同定法 [65, 66, 67] がある。ここではそれとの共通点および差異について述べる。

まず図 6.11 にあげた部分空間同定法の概要について述べる。図の記号は、参考文献 [68] の第 8 章にあげられた数式の記号をできる限り踏襲しつつ、第 2 章のシステム方程式 (2.1.1) や観測方程式 (2.1.2) に倣っている。

まず図の上段について述べると、これは手法が扱う問題の定義を行っている部分である。部分空間同定法は、対象を特定しない汎用的なシステム同定手法であり、対象をモデル化するにおいて、線形かつ離散的なシステム方程式、および状態方程式を仮定している。それらは行列 A, B, C, D を用いて、順に

$$\underline{x}(t+1) = A\underline{x}(t) + B\underline{u}(t) + \underline{v} \quad (6.3.1)$$

$$\hat{\underline{z}}(t) = C\underline{x}(t) + D\underline{u}(t) + \underline{w} \quad (6.3.2)$$

としている。なお、行列 A, B, C, D の大きさはモデル化の段階では決定されず、入力 \underline{u} および出力 \underline{z} の履歴を解析する過程において、システムをあらわすのに必要十分 (これを“最小実現”と呼ぶ) な大きさとして決定される。

次に図の中央にうつる。ここで部分空間同定法を適用するにあたって、以下 2 つの条件を満たしていることを要求している。

- 入力 \underline{u} と出力 $\hat{\underline{z}}$ にフィードバック過程が存在しないこと (無フィードバック過程)
- 入力 \underline{u} によってシステムが十分に励起されていること (PE 条件、Persistently Exciting)

この条件のもとでは、対象とするシステムを入出力関係に対して直交分解と呼ばれる分解を施すことによって、2 つの部分システムに切り分け、それぞれシステム同定によって決定を行えることが理論的に証明されている。

そして図の下段である。直交分解された入出力関係は、出力を入力によって生成されたもの (確定サブシステム)、および入力以外の要因によって生成されたもの (確率サブシステム) である。式で表すとシス

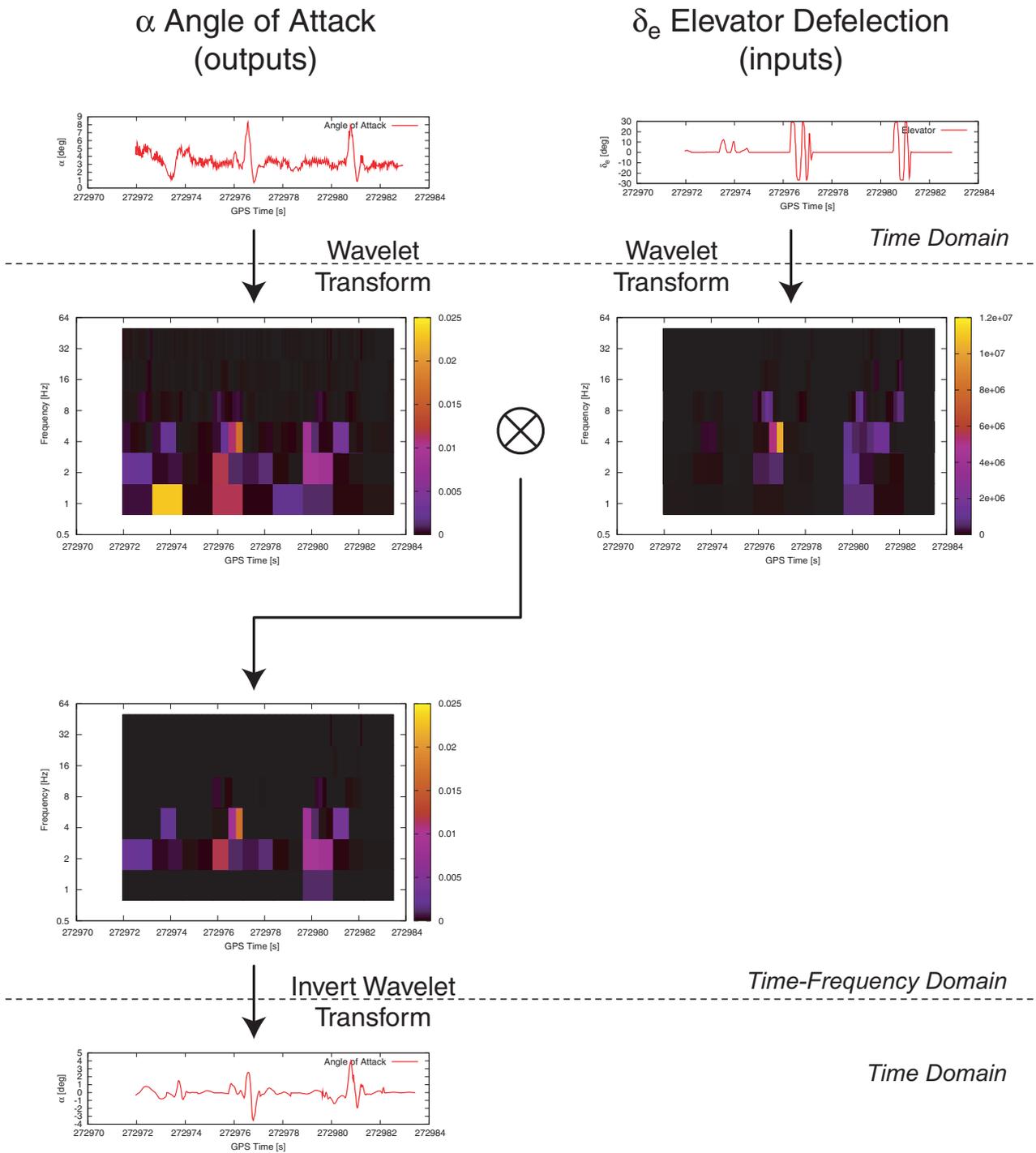


図 6.10: 提案する PP-MRA 法によって再構成された出力の例 (入力:エレベータ舵角指令値、出力:迎角)

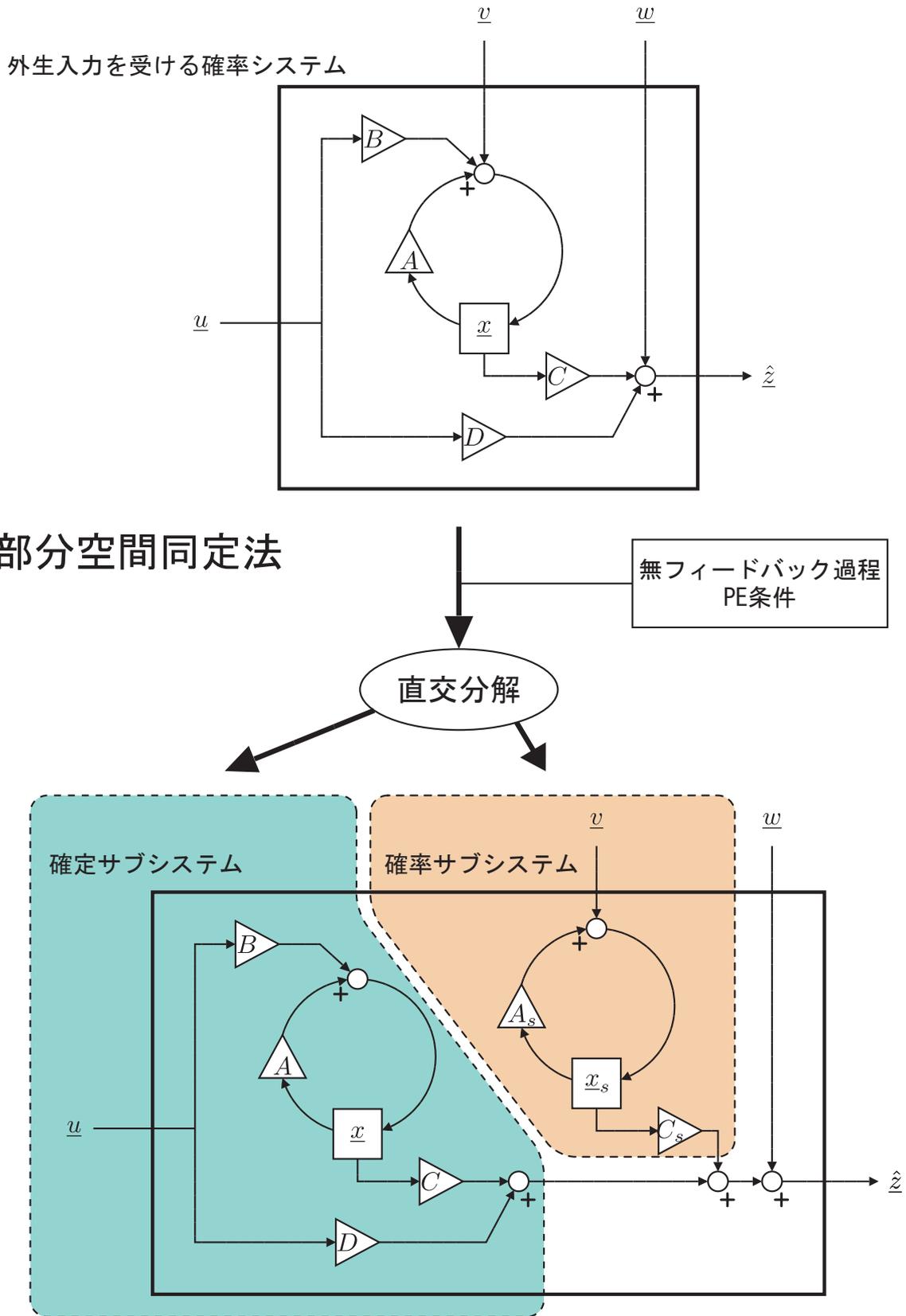


図 6.11: 部分空間同定法の概略図

テム方程式、観測方程式の順に

$$\begin{bmatrix} \underline{x}(t+1) \\ \underline{x}_s(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(t) \\ \underline{x}_s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \underline{u}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \underline{v} \quad (6.3.3)$$

$$\hat{\underline{z}}(t) = [C \quad C_s] \begin{bmatrix} \underline{x}(t) \\ \underline{x}_s(t) \end{bmatrix} + D\underline{u}(t) + \underline{w} \quad (6.3.4)$$

となる。ここで行列において1行目は確定サブシステム、2行目は確率サブシステムに相当する。

確定サブシステムにおいて解決されるべき問題は、行列 A, B, C, D を決定することである。一方、確率サブシステムにおいては、行列 A_s, C_s 、および状態量、ノイズの性質を代表する以下で定義される共分散行列 P, Q, R, S が求める問題となる。

$$P \equiv E(\underline{x}\underline{x}^T) \quad (6.3.5)$$

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \equiv E \left\{ \begin{bmatrix} \underline{v} \\ \underline{w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}^T & \underline{w}^T \end{bmatrix} \right\} \quad (6.3.6)$$

なお、特別な場合として、確定サブシステムと確率サブシステムでそのダイナミクスが共通する、言い換えれば固有モードが共通であることがある。このときシステム方程式 (6.3.3) および観測方程式 (6.3.4) は順に

$$\begin{bmatrix} \underline{x}(t+1) \\ \underline{x}_{\text{common}}(t+1) \\ \underline{x}_s(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A_{\text{common}} & 0 \\ 0 & 0 & A_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(t) \\ \underline{x}_{\text{common}}(t) \\ \underline{x}_s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B_{\text{common}} \\ 0 \end{bmatrix} \underline{u}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \underline{v} \quad (6.3.7)$$

$$\hat{\underline{z}}(t) = [C \quad C_{\text{common}} \quad C_s] \begin{bmatrix} \underline{x}(t) \\ \underline{x}_{\text{common}}(t) \\ \underline{x}_s(t) \end{bmatrix} + D\underline{u}(t) + \underline{w} \quad (6.3.8)$$

と書き換えることが可能であり、ここで両者のサブシステムに共通する部分を A_{common} のようにあらわした。そして両サブシステムのダイナミクスが完全に共通するとき、式 (6.3.7)、(6.3.8) は分解前の式 (6.3.1)、(6.3.2) に一致する。

本研究で扱う小型 UAV の安定微係数を推定するという問題は、直交分解によって分けられた2つのサブシステムのうち、確定サブシステムを同定することに相当する。そして確定サブシステムは、出力のうち入力によって生成された部分のみを扱う。つまり部分空間同定法で行う直交分解、および前節で述べた PP-MRA 法の多重解像度解析によって出力の一部を抽出する過程は、入力に相関する出力を取り出しているという意味において等しい。さらにいうならば、多重解像度解析で用いるウェーブレットは正規直交系に属する関数であることから、直交分解を行う先の空間が異なる（この違いは以下で詳しく述べる）だけで、両者とも直交分解をしていることはかわりない。これが PP-MRA 法と部分空間同定法との共通点である。なお、直交分解によって確定システムを取り出す過程は、部分空間同定法の言葉を用いると並行射影 (Parallel projection) と呼ばれる。この並行射影という言葉に倣ったのが、PP-MRA 法の名称の由来である。

しかし両者ではその取り出し方が大きく異なる。まず提案した PP-MRA 法では、情報を時間周波数領域へ変換したあと相関をとる、いわば間接的な方法によって分解を完了している。

一方の部分空間同定法における直交分解では、時間領域のまま出力を入力で直接的に分解する。例えば、参考文献 [68] で取り上げられている部分空間同定法の 1 つである ORT 法では、入力と出力で作られる行列

$$U \equiv \begin{bmatrix} \underline{u}(0) & \underline{u}(\Delta T) & \cdots & \underline{u}(\frac{N-2}{2}\Delta T) \\ \underline{u}(\Delta T) & \underline{u}(2\Delta T) & \cdots & \underline{u}(\frac{N}{2}\Delta T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{u}(\frac{N-2}{2}\Delta T) & \underline{u}(\frac{N}{2}\Delta T) & \cdots & \underline{u}((N-1)\Delta T) \end{bmatrix} \quad (6.3.9)$$

$$\hat{Z} \equiv \begin{bmatrix} \hat{z}(0) & \hat{z}(\Delta T) & \cdots & \hat{z}(\frac{N-2}{2}\Delta T) \\ \hat{z}(\Delta T) & \hat{z}(2\Delta T) & \cdots & \hat{z}(\frac{N}{2}\Delta T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{z}(\frac{N-2}{2}\Delta T) & \hat{z}(\frac{N}{2}\Delta T) & \cdots & \hat{z}((N-1)\Delta T) \end{bmatrix} \quad (6.3.10)$$

を、以下のように LQ 分解することによって得られる行列 L_{21} を取り出すことが分解の具体的作業である。

$$\begin{bmatrix} U \\ \hat{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (6.3.11)$$

ただし Q_1, Q_2 は直交行列である。

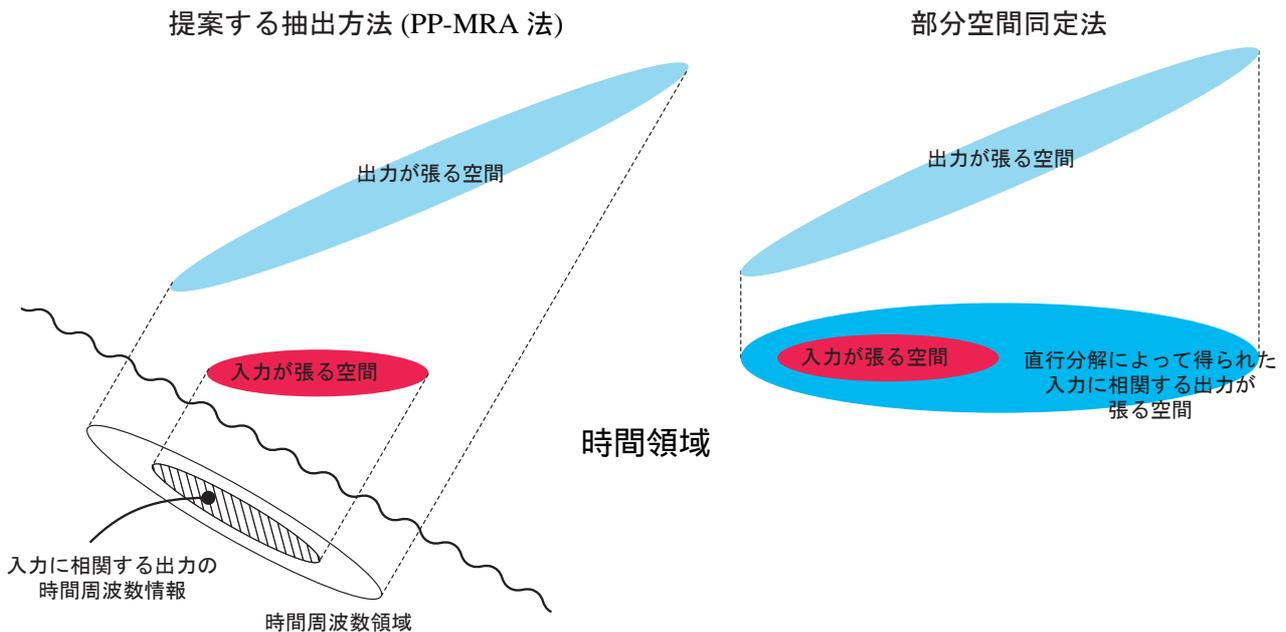


図 6.12: 提案する PP-MRA 法と部分空間同定法の違い

これまでの議論を図 6.12 に模式図としてまとめたが、このように分解の過程は大きく異なる。そしてこのことは提案した PP-MRA 法について、特に次の 2 つの点で優位性を与える。

第一は計算量である。多重解像度解析による計算量は小節 6.1.3 で示したとおり、 $O(N)$ である。一方の部分空間同定法で用いられる LQ 分解は $O(N^3)$ [69] であり、より多くの計算を必要としている。

第二は提案した PP-MRA 法でのみ、オンライン処理が可能であるという点である。多重解像度解析は逐次的な計算が可能である。一方の部分空間同定法で用いる LQ 分解は、全ての入出力が得られてからでないと計算を行えない。

最後になるが、本節では最終的にはその優位性を強調した提案した PP-MRA 法であるが、これが効果的であるためにはその特徴から判断するに、時間周波数領域において入力の有無が十分識別可能でなければならないと考えられる。本研究のような小型 UAV の飛行という特定の対象に限れば、この条件が図 6.10 に示したように十分可能であることに疑う余地はない。しかしながら、より広い対象についていえばこのような条件を満たせず、汎用的なシステム同定手法である部分空間同定法の方が効果を得られることは十分にありうる。従って本節での議論は部分空間同定法の価値を否定するものではない。

6.4 オフライン手法の提案

本節では、新たに小型 UAV 用のシステムと同定手法として提案する手法のうち、オフライン手法について説明する。図 6.13 に提案するオフライン手法を示す。

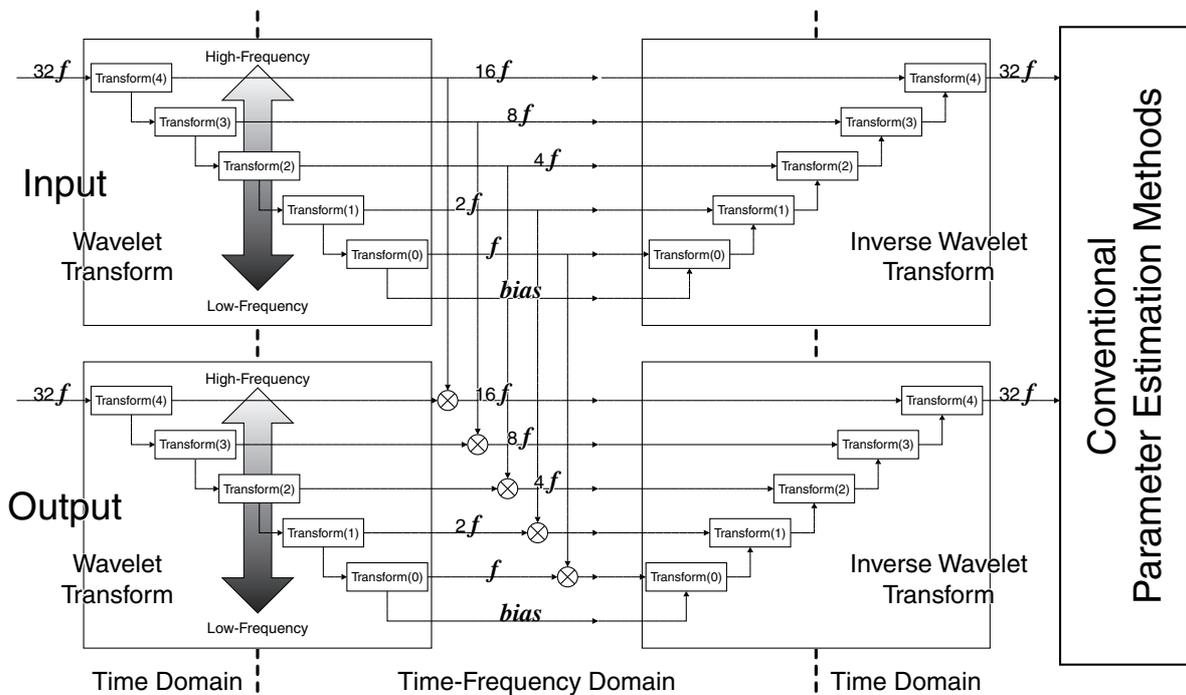


図 6.13: オフライン手法

以下に手法の手順を述べるが、これは図 6.13 において左から右の順に相当する。まず離散ウェーブレット変換を基礎とした多重解像度解析を行い、節 6.2 で述べた PP-MRA 法で出力の抽出を行う。その後、離散ウェーブレット逆変換を行うことによって時間領域での入力、および再構成された出力を得る。そして、得られたこれらの時間領域の入出力を、第 5 章で述べた航空機に対する一般的な手法を適用することでシステム同定を完了するのが、提案するオフライン手法である。

ここでオフラインと述べているのは、この手法がバッチ処理を行う必要があるためである。それは時間領域の入出力を再構成する、すなわち離散ウェーブレット逆変換を行う部分でおきる現象であり、そこではある程度十分な時間周波数領域の情報が蓄積されるのを待つ必要がある。その部分が律速段階となるため、後ろにつながれた別の手法がたとえオンライン手法であっても、オフライン処理となってしまうこと

を注記しておきたい。

本章の冒頭でも述べたとおり、小型 UAV の飛行ログの解析手法としては、オンライン手法に価値がよりあることから、オフライン手法については以上の構成に関する説明を持って本節を終える。

6.5 オンライン手法 (Wavelet Filtered Regression, WFR) の提案と適用結果

前節に続いて、ここでは新たに提案する手法のうち、オンライン手法について説明する。図 6.13 が提案するオンライン手法である。

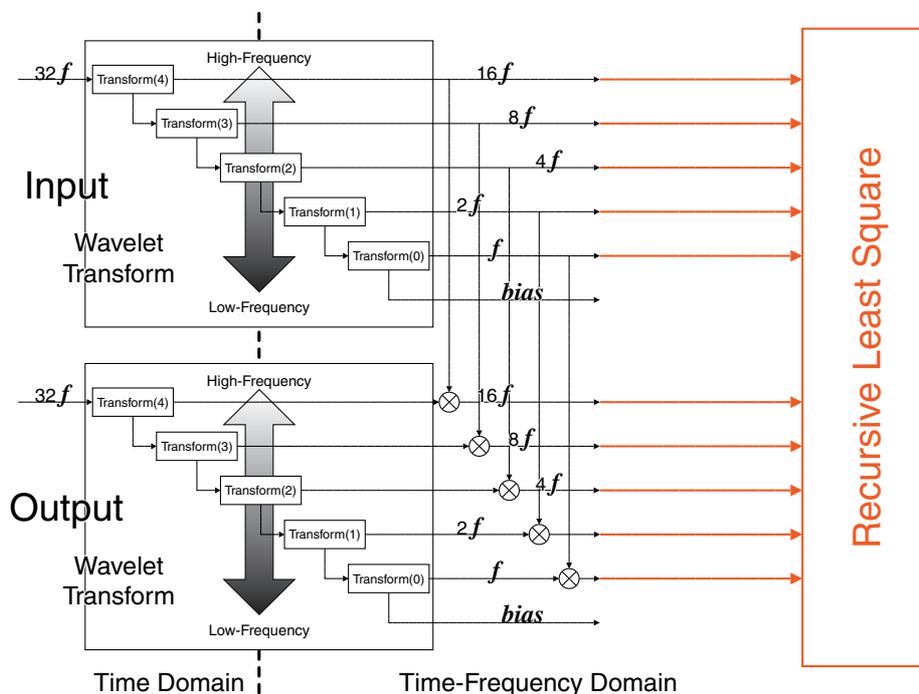


図 6.14: オンライン手法 (Wavelet Filtered Regression, WFR)

以下、図 6.14 において左から右の順に手法の手順を述べる。まず、離散ウェーブレット変換を基礎とした多重解像度解析によって、節 6.2 で述べた PP-MRA 法で出力の抽出を行う点ではオフライン手法と変わらない。しかしオンライン手法では、離散ウェーブレット逆変換を行わず、時間周波数領域のままシステム同定を完了させる。すなわち、時間周波数情報を再帰的最小二乗法 (RLS) で処理することによって、連続的に安定微係数の推定を行う。なお RLS を用いることから、このオンライン手法を Wavelet Filtered Regression、略して WFR と称することにした。

時間周波数情報から直接、安定微係数が推定可能であることは、次の議論より明らかである。システム方程式 (3.1.5) および (3.1.8) はまとめて

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + v \quad (6.5.1)$$

とあらわせる。これに対して左辺、右辺ともに多重解像度解析を適用すると

$$W_{\frac{d}{dx}}(a, b) = AW_x(a, b) + W_y \quad (6.5.2)$$

となる。ただし W_x は x に対する時間周波数情報であり、 a, b はそれぞれ周波数、時間に対応する離散的な変数である。この変形から行列 A は全く変化しないことが明らかであるように、元の時系列データと同様、安定微係数を用いたシステムの表現は時間周波数情報においても保存される。従って、オフライン手法で用いた方法である時間領域へ情報を再構成せずとも、時間周波数領域のまま安定微係数の推算は可能である。

加えて、オンライン手法の一部として再帰的最小二乗法を用いた理由を述べる。節 6.2 の末尾で述べたとおり、多重解像度解析によって出力の抽出を行うと、プロセスノイズや観測ノイズによる推定精度の劣化を抑制できることが期待される。従って、推定結果の精度が高いが、概して設定するパラメータや計算量を多く必要とする高級な手法を用いずとも、ある程度の精度が得られる可能性が高い。ましてや節 5.7 で述べたとおり、手法としては簡便なアルゴリズムであればあるほど望ましい。このような理由から再帰的最小二乗法を用いることにした。

以下ここで述べたオンライン手法、すなわち WFR を適用した結果を述べることにする。結果として示すのは前章で解析を行った全てのケースについてであり、推定された有次元安定微係数の値、そこから計算される固有モードを UKF との比較で示す。また前章で示した結果と同様に、微係数、およびその誤差分散の推定値の時間変化も示す。個別のケースを論じる前に結論を先に述べてしまうと、WFR は UKF に匹敵する性能を有する、言い換えれば通常の飛行ログで良い推定が行え、また劣悪な飛行ログに対する耐性が十分であることが確認された。

6.5.1 エクゼクティブジェットにおける縦の運動解析

小節 5.6.2 に対応した WFR による微係数の推定結果を表 6.1 に、またこの推定値から計算された固有モードを図 6.19 に示した。固有モードの図からは WFR による結果は短周期、フゴイドモードとも明確に現れており、また参照値と WFR、そして UKF が示す短周期モードの周期は、これらの固有モードの虚部がすべて一致していることから、WFR の推定能力は十分であると判断できる。また微係数の符号や大きさの面でも UKF に十分匹敵する性能が得られていることが見て取れる。以上エクゼクティブジェットの縦の運動について WFR による推定結果まとめると、UKF に匹敵する良い手法だといえる。

さらに図 6.16 には、WFR による微係数、およびその誤差分散の推定値の時間変化を示した。操舵を積極的に行っている 2 区間、すなわち GPS 時刻で 276818s と 276823s において、微係数や誤差分散が積極的に更新され、その他の区間では推定値が変化していないことが確認できる。これは手法自身が把握できる明確な入力がシステムにあった場合のみ、入出力関係を用いてシステムの推定を行う PP-MRA 法が意図する動作である。

6.5.2 オルカにおける縦の運動解析

次にオルカの縦の運動を WFR で推定した結果を示すが、これは小節 5.6.3 に対応するものである。表 6.2 に推定された微係数を、図 6.19 に微係数から計算した固有モードを UKF との比較で示した。

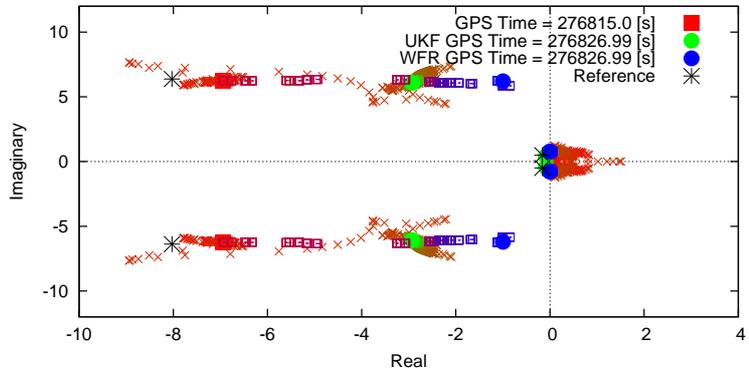


図 6.15: WFR と UKF が推定した安定微係数から算出した固有モードの比較 (エクゼクティブジェット、縦の運動)

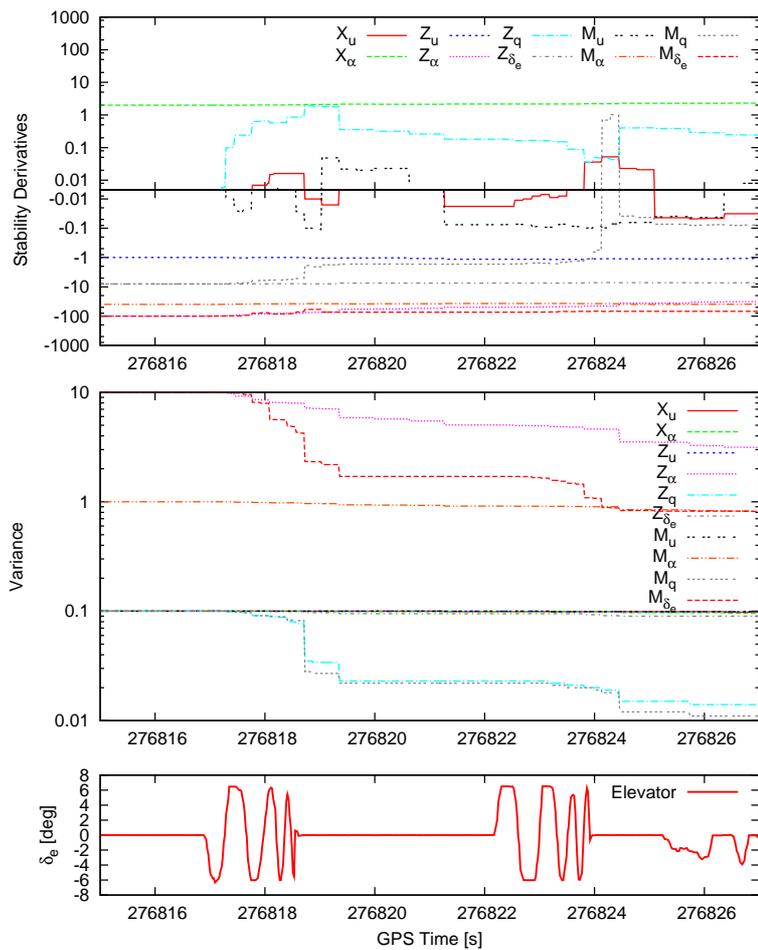


図 6.16: WFR による安定微係数および誤差分散の推定の時間変化 (エクゼクティブジェット、縦の運動)

表 6.1: エクゼクティブジェット WFR による飛行ログ解析結果 (縦の運動)

記号	スケーリング ($\times 10^n$)	参照値 $U_0 = 17.0$ [m/s]	UKF	WFR (PP-MRA + RLS)
X_u	$\times 10^{-1}$	-3.51	-6.76	-0.32
X_α	$\times 10^0$	2.26	-14.8	2.30
Z_u	$\times 10^0$	-1.15	-2.63	-1.07
Z_α	$\times 10^2$	-1.35	-1.30	-0.32
Z_q	$\times 10^{-1}$	-6.50	22.7	0.24
Z_{δ_e}	$\times 10^0$	-8.81	2.34	-7.28
M_u	$\times 10^0$	0	-1.01	0.01
M_α	$\times 10^1$	-4.21	-5.54	-3.92
M_q	$\times 10^0$	-8.08	2.28	-0.08
M_{δ_e}	$\times 10^2$	-1.10	-0.48	-0.69

まず微係数についてであるが、重要な微係数である M_α の参照値に対する一致度は WFR が UKF に比べて高い。すなわち WFR が UKF に比べて優れているといえる可能性がある。実際この事実は算出された固有モードの比較においても確かめられ、WFR の結果が UKF の結果よりも参照値に距離的に近くなっている。また固有モードでは WFR において明確に短周期とフゴイドの 2 つのモードを読み取ることも可能である。以上を総合すれば WFR が UKF よりも良い結果を得られたといえることができる。

表 6.2: オルカ WFR による飛行ログ解析結果 (縦の運動)

記号	スケーリング ($\times 10^n$)	参照値 $U_0 = 22.0$ [m/s]	UKF	WFR (PP-MRA + RLS)
X_u	$\times 10^{-2}$	-7.34	63.0	-2.50
X_α	$\times 10^0$	5.19	-13.0	2.09
Z_u	$\times 10^{-1}$	-8.91	77.3	1.34
Z_α	$\times 10^2$	-1.74	-1.43	-0.25
Z_q	$\times 10^{-1}$	-6.70	33.0	-14.0
Z_{δ_e}	$\times 10^1$	-1.69	4.57	-0.36
M_u	$\times 10^0$	0	3.50	0.84
M_α	$\times 10^2$	-1.07	-0.65	-0.25
M_q	$\times 10^0$	-4.63	-5.85	-8.40
M_{δ_e}	$\times 10^2$	-1.19	-0.64	-0.72

前小節のエクゼクティブジェットの場合と同様に、WFR における微係数、および誤差分散の推定値の時間変化を図 6.18 に示した。積極的に操舵を行っている時間帯では微係数の更新や誤差分散の減少を見取ることが出来る。一方操舵が終了すると更新動作が停止していることもわかる。これが PP-MRA 法

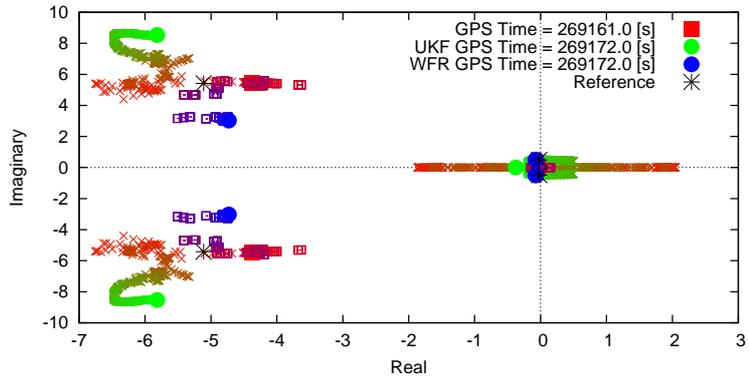


図 6.17: WFR と UKF が推定した安定微係数から算出した固有モードの比較 (オルカ、縦の運動)

による効果である。

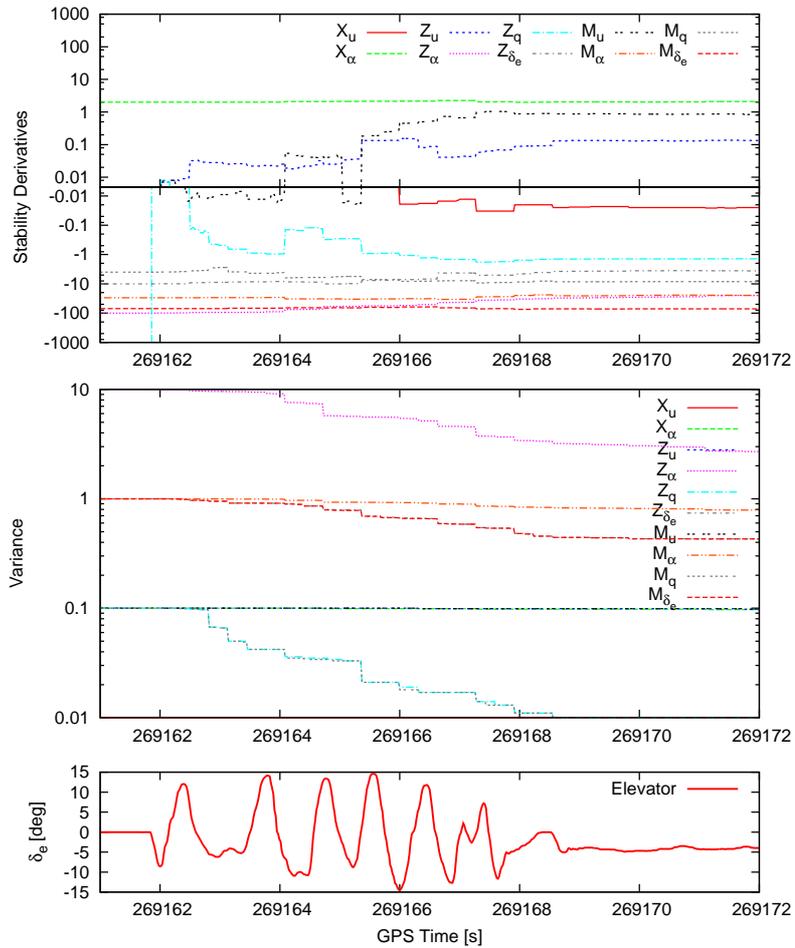


図 6.18: WFR による安定微係数および誤差分散の推定の時間変化 (オルカ、縦の運動)

6.5.3 MARS07AF における縦の運動解析

最後に小節 5.6.4 で飛行ログに問題があると述べた MARS07AF の縦の運動解析を WFR で行った結果を示す。表 6.3 に推定された微係数を、図 6.19 にさらにそこから推算した固有モードを示した。UKF との比較で述べるならば、大きさや符号の一致という点で全体的に若干ではあるが WFR が優れているといえるだろう。しかしながら固有モードの比較では参照値に近いのは UKF によるものであるから、節 5.7 で定めた判断基準に従うと UKF が WFR より優れていると結論づけられる。しかしここで重要なのは、FEM ですら良い結果が得られなかったこの MARS07AF の解析において WFR が UKF に迫る結果を得られたという事実である。FEM から得られた固有モードは図 5.15 にあるが、WFR とはこれと異なりはっきりと短周期、フゴイドの両モードを見分けることが出来る。つまり飛行ログに対して WFR はロバスタな手法であるということが出来る。

表 6.3: MARS07AF WFR による飛行ログ解析結果 (縦の運動)

記号	スケーリング ($\times 10^n$)	参照値		WFR (PP-MRA + RLS)	
		$U_0 = 17.0$ [m/s]	UKF	UKF	(PP-MRA + RLS)
X_u	$\times 10^{-1}$	-3.30	-3.94	0.01	
X_α	$\times 10^0$	6.62	6.63	6.03	
Z_u	$\times 10^0$	-1.54	-2.90	-1.00	
Z_α	$\times 10^2$	-1.72	-0.71	-0.78	
Z_q	$\times 10^{-1}$	-7.15	69.8	-5.91	
Z_{δ_e}	$\times 10^0$	-5.06	-5.74	-4.91	
M_u	$\times 10^0$	0	-1.31	-0.06	
M_α	$\times 10^1$	-7.38	-9.66	-6.69	
M_q	$\times 10^0$	-7.27	-18.8	-5.56	
M_{δ_e}	$\times 10^1$	-7.48	-4.38	-6.55	

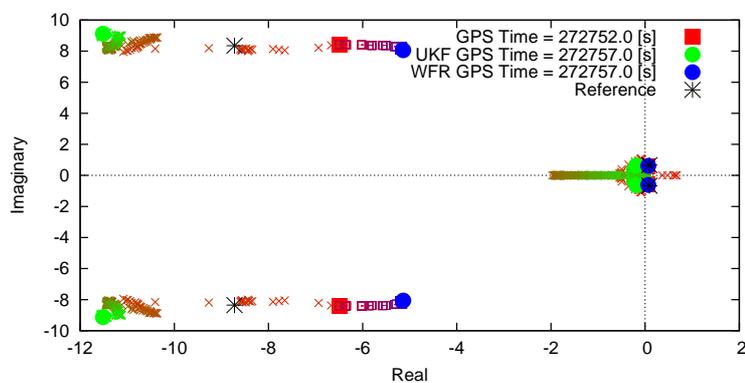


図 6.19: WFR と UKF が推定した安定微係数から算出した固有モードの比較 (MARS07AF、縦の運動)

この飛行ログに対するロバスト性は PP-MRA 法によるものである。これは微係数、およびその誤差分散の推定値の時間変化をまとめた図 6.20 を見れば明らかなように、ほとんどの微係数において、推定値が更新されずまた分散が減少していないことに表れている。つまり無入力時やステップ操舵は、3-2-1-1 や連続した押し引き操舵と異なり、あまり解析に役立つ情報を含んでいないと PP-MRA 法で判断された。そして参照値には及ばないもののそれに近い解として与えられた初期値をできるだけ維持する方向に、PP-MRA 法によって推定の方針が決定された。それゆえ FEM であったような劣悪な推定になってしまうことを、WFR では原理的に防止することができたといえる。

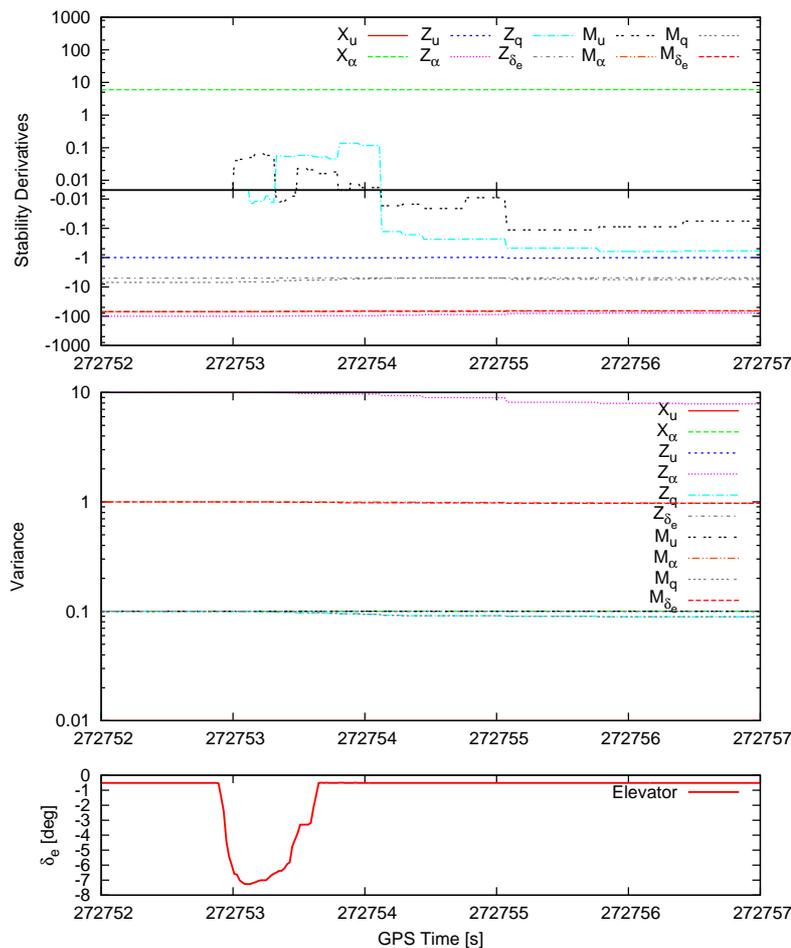


図 6.20: WFR による安定微係数および誤差分散の推定の時間変化 (MARS07AF、縦の運動)

6.6 考察

以上、PP-MRA 法を用いたオフライン手法、およびオンライン手法 (WFR) について手順や解析結果を述べてきたが、本節ではそれをもとに考察を深めることにする。

前章で行った一般的手法による解析結果と比較して、オンライン手法である WFR を用いることでのケースにおいても UKF と同程度の性能を得られたことは最も重要である。この事実と前章での考察とあわせると、WFR が持つ UKF に匹敵する優れた性質、すなわち良い解析結果が得られること、また飛

飛行ログが劣悪なものであっても原理的に十分にロバストな手法であること、は小型 UAV の飛行ログ解析に求められる必要条件を満たしている。それに加えて WFR が持つ、UKF よりも計算コストが少なく、済む点や設定するパラメータの数が少ない点も実用上好ましい。なお計算コストに対する詳細な比較は、節 C.3 を参照されたい。以上から WFR の特徴を他手法との比較で表 6.4 のようにまとめることができ、小型 UAV の飛行ログ解析手法として最適であると結論付けられる。

表 6.4: 小型 UAV の飛行ログ解析に適用した手法のまとめ

項目	RLS	FTR	UKF	FEM	WFR
固有モードの一致	×	×	○	○	○
劣悪な飛行ログに対するロバスト性	×	×	△	×	原理的に○
手法の簡便さ	○	○	△	×	○と△の間
オンラインかどうか	○	○	○	×	○

ここからは提案した手法、特にその根幹を成す PP-MRA 法に関して大きくわけて 3 点、考察を深めることにする。

第一点は、PP-MRA 法を施すことによって得られた利点と欠点についてである。WFR の結果、特に MARS07AF の縦の運動解析結果からもわかるように、劣悪な飛行ログに対する耐性を PP-MRA 法は提供することになったが、それは操舵入力を行わないときのシステムの変化を推定に反映しないというトレードオフの上に成立している。言い換えれば、PP-MRA 法を用いることによってシステムの固有モードのうち操舵が消えたあとに主に特徴が現れる緩慢な減衰や発散といった変化を捉えにくくなっている可能性が高い。実際 WFR によって推定された固有モードの時間変化結果を見ていくと、図 6.21 のオルカの縦の運動解析を例に示しているが、変化が操舵中に現れやすい短周期モードは積極的に推定が行われているのに対して、変化が操舵後に主に現れるフゴイドモードは移動がほぼなく推定が行われていないように見える。

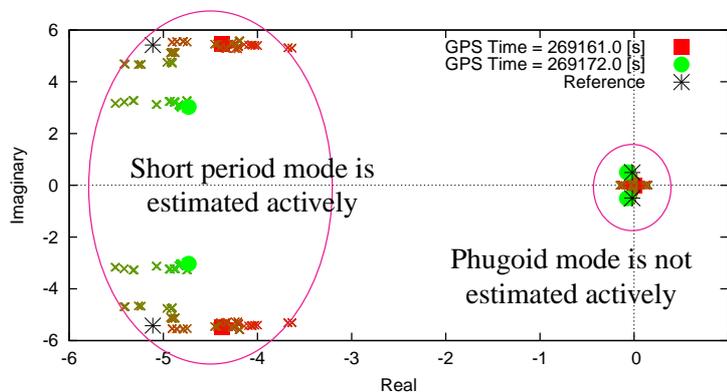


図 6.21: WFR による固有モードの時間変化の性質

この欠点はあくまでも飛行ログの劣悪さに対するロバスト性としてもたらされたものであるため、両者を同時に改善することは困難であると思われるが、両者の重みを調整するには PP-MRA 法の一部を変更

すればよい。具体的には、現在は操舵入力がないときの出力を全て捨ててしまっているが、操舵入力があったという事実を時間周波数情報に忘却係数を導入して一定時間後まで伝播させることで実現可能である。式の形で示すと、式 (6.2.4) を以下のように変更すればよい。

$$W_{\text{filtered output}}(a, b) = \max(|W_i|, W_i = \{W_{\text{output}}(a, b) \otimes W'_{\text{input1}}(a, b), W_{\text{output}}(a, b) \otimes W'_{\text{input2}}(a, b), \dots\}) \quad (6.6.1)$$

ただし $W'_{\text{input}k}(a, b)$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) は、忘却係数 $\lambda < 1$ と反映する時間間隔に対応したシフトパラメータ N を用いて

$$W'_{\text{input}k}(a, b) = \sum_{i=0}^N W_{\text{input}k}(a, b-i) \lambda^{-i} \quad (6.6.2)$$

とあらわされる。

この減衰や発散に関連して、本研究では飛行ログの解析として触れなかった横の運動に関する飛行特性解析がある。横の運動の固有モードは、振動解であるダッチロールモード、および単調減衰であるロールモード、および単調発散であるスパイラルモードが存在する。PP-MRA 法を用いることによってダッチロールモードを推定することは振動解であることから比較的容易であることが考えられるが、ロールモードやスパイラルモードをよく推定するためにはここで述べた忘却係数を導入するなど、なんらかの手段を講じる必要があることが容易に予想される。実際横の運動について解析を試みたが、よい結果を得るためには忘却係数を含め調整が数多く必要であり、今後の研究課題である。

第二点としては、PP-MRA 法の活用に対する指針を示すことにする。PP-MRA 法はその性質から、入力に対して 2 つの高い依存性がある。

1 つ目の依存性は、システムが持つ固有振動解に対するものである。例えば縦の運動でいうならば、短周期モードを中心に解析するならば短周期モードの周波数に近い入力を、フゴイドモードを中心に解析するならばフゴイドモードの周波数に近い入力を行う必要があるということである。これは解析に供する大きな情報が PP-MRA 法の後段に伝えられるのは、入力と出力に大きな周波数的相関があり、かつ、出力が大きい場合であるからである。そして出力が大きくなるのは共振現象からもわかるとおり、周波数において入力がシステムの固有振動解と一致しているときである。本研究では入力として様々な周波数成分をもつ 3-2-1-1 入力やダブレット入力などを利用したが、これらは固有振動解の周波数を含めるような設計としていたため、効果的であったのだろう。また解析する振動解にあわせた特定の周波数のみを強調した入力も、PP-MRA 法にとっては効果を発揮すると思われる。そしてもし固有モードが事前知識として得られていない場合には、周波数をスイープする入力がよいと思われる。さらにシステムを共振によって不安定にしたいくないという要請がある場合は、人工衛星の振動試験の当初に行われるモーダル試験を参考にすれば、弱い振幅で周波数スイープをする入力が効果的であろう。

また 2 つ目の依存性として、MRA が内包するマザーウェーブレットと入力に高い相関がなければ、入力があると認識されず推定も行われないうことにもなる。本研究ではマザーウェーブレットとしてドブシーウェーブレットを用いたが、これはほぼダブレットに近い形をしている。実際、操舵入力としてダブレットやそれを複数回連続して行ったものを用いた際、良い推定が行えていた。このことから、マザーウェーブレットに応じて適切に入力を設定すること、また逆に入力に自由度がない場合は、入力あわせてマザーウェーブレットを決めることも重要であるといえる。

第三点としては、提案した PP-MRA 法で排除した部分を逆に役立てるという発想についてである。PP-MRA 法によって自身が励起した入力に相関しない出力を不要なものとして捨てるが、捨てた部分は外乱や観測ノイズに相当することを節 6.2 で詳しく述べた。つまり捨てた時間周波数情報を解析することによって、突風や機器の誤差について現実に即した良いモデルが得られる可能性がある。特に小型 UAV の飛行速度における突風については、どのような周波数スペクトルで構成されているかなど、具体的なモデルがまだ確立されていないから、このような方法は極めて興味深いに違いない。以上第三点目についてまとめると、PP-MRA 法ならぬ OP-MRA 法、並行射影に対応する言葉としての直交射影 (Orthogonal Projection) にも様々な有用性があると思われる。

6.7 まとめ

本章では小型 UAV の飛行ログ解析に優れた手法を新たに提案した。提案した手法は離散ウェーブレット変換 (DWT) による多重解像度解析 (MRA) を基礎としており、本章の冒頭から数節にわたって提案する手法に関係する部分を中心に、ウェーブレット変換および MRA について全体像を明らかにした。特に MRA によって信号が直交分解される過程は重要であり、また例として具体的にホワイトノイズなどの単純な信号を MRA で解析した結果を示した。

提案した手法はオフライン手法、およびオンライン手法にわかれるが、両者とも MRA を用いた並行射影によってシステムの入力に相関する出力のみを抽出するという原理に基づいている。これを PP-MRA (Parallel Projection using Multi Resolution Analysis) と名づけ、式や具体的にその抽出過程を図示することによって詳細を述べた。ここで航空機に捕らわれず一般のシステム同定という大きな枠組みで眺めると、部分空間同定法と呼ばれる手法と PP-MRA 法には直交分解を用いるという原理上の共通点があることを示した。また原理上の類似はあるが、部分空間同定法は行列の特異値分解などによる時間領域での直交分解を、一方の PP-MRA 法は MRA による時間周波数領域での直交分解を行うという相違点があり、計算コストで判断すれば PP-MRA 法が格段に優れることもあわせて述べた。

その後、PP-MRA 法を原理とするオフライン手法について手順を、オンライン手法について手順や結果を示した。オンライン手法は、PP-MRA 法の後段に再帰的最小二乗法 (RLS) を配置するという簡便な手法 (これを Wavelet Filtered Regression, WFR と名づけた) ながら、前章で示した一般的手法の中で最も優れた手法であった UKF に匹敵する性能を示した。ここで性能とは、解析でよい結果が得られることに加え、前章の MARS07AF のケースで見られた劣悪な飛行ログに対するロバスト性も得られているということである。加えて WFR は UKF に比べて設定するパラメータや計算コストが少ないという UKF より優れた点もあり、WFR を小型 UAV の飛行ログ解析手法として十分に確立できたといえる。

考察では主に PP-MRA 法の性質に 3 点着目した。すなわち、第一に PP-MRA 法の入力がある時間ないに变化の大きい運動を捉えやすいがそれ以外はその限りではないという利点と欠点について整理し、両者のトレードオフを忘却係数の導入によって調整できる可能性を示した。第二に入力に対する依存性について触れ、入力と固有振動解、および入力と MRA のマザーウェーブレット、これら 2 つには高い相関あることを考慮して入力を定める必要があることを述べた。第三に PP-MRA 法で捨てた部分を逆に用いる発想、例えば突風モデルや機器の誤差モデル作成に利用できる可能性を示した。

第7章

結言

7.1 本論の総括

本論文では小型 UAV のシステム同定取得ということで議論を進めてきた。結言として、まずは以下で各章ごとにその概略をまとめるとしよう。

序章では小型 UAV が翼幅 1–2m 程度の固定主翼をもち、重量約 1–2kg の機体であると定義し、本研究で扱う 3 機種の小型 UAV を紹介したことにはじまり、小型 UAV が社会から必要とされている背景、そして飛行特性の取得がきわめて重要であることなどを述べた。加えて航空工学という学術面から小型 UAV の飛行特性というテーマを眺めても、従来研究では取り扱われていない分野であり非常に興味深い。そのようなテーマに対して、大型の航空機では一般的に行われているシステム同定という手法に着目し、小型 UAV の飛行特性を取得しようとした。ここで本研究の重要な課題は 2 つに集約された。すなわちシステム同定で必要となる飛行ログ取得方法、およびその解析方法の確立である。

本論文の構成は、一般的な航空機のシステム同定の手順に沿うことにした。これを第 2 章で述べ、続く章における構成、すなわちシステム同定は数学モデルの設定にはじまり、飛行ログの取得、飛行ログの解析へと展開していくことを示した。またシステム同定は航空機のみならず幅広く適用が可能であり、章の冒頭ではその広義のシステム同定がどのようなものであるか、そしてこれまた広義の問題である状態量推定問題との関わりについても述べた。

第 3 章では小型 UAV の数学モデルを取り扱った。本研究では、縦と横の運動が分離した有次元安定微係数による微小擾乱方程式を数学モデルとして採用した。ここではその式を用いて状態量や観測量を明確に示し、更にシステム同定で推定される飛行特性とは有次元安定微係数であることを述べた。そして推定の結果得られる安定微係数と比較する目的などで参照値が必要となるが、それを導出するための簡易推算法についても触れた。更にこの簡易推算法、および風洞試験を用いて、研究対象とした小型 UAV の安定微係数の参照値を実際に計算し、大まかな飛行特性を事前に把握した。

第 4 章では飛行ログ取得に関して議論を進めた。小型 UAV は新規的な分野であり、また搭載機器への重量制限が厳しいこともあり、十分な精度を持つ飛行ログを取得する手法は確立されていない。そこで本研究では具体的に MEMS INS/GPS 航法装置、エアデータセンサ (ADS)、コマンドロガーからなる小型 UAV 用のアビオニクスを研究開発した。各機器はそれぞれ性能の評価試験や性能の向上などについて定量的に行い、最終的には十分精度を持つシステム同定用の飛行ログ取得可能なアビオニクスを提案するに

至った。この過程において、アビオニクスから得られる飛行ログの精度を直接計測するのみならず、アビオニクスがもつ誤差要因をモデル化し微係数を得るという一連のシミュレーションを行うことでもアビオニクスの性能を立証した。またこの章では、アビオニクスを用いて実際に取得された飛行ログの例を掲載し、小型 UAV のシステム同定用の飛行試験方法を述べた。

第5章では一般的なシステム同定手法によって、実際に飛行試験で得た飛行ログを解析し、微係数の取得を行った。適用した手法はいずれも一般の航空機で実績がある再帰的最小二乗法 (RLS) やフーリエ変換回帰 (FTR)、アンセンテッドカルマンフィルタ (UKF)、フィルタエラーメソッド (FEM) の4手法である。得られた微係数から各手法を評価したが、それには参照値と得られた微係数が符号や大きさに一致しているかといった評価では不十分であり、飛行ログの再構成や固有モードの算出をもって評価を行った。結果、RLS や FTR は良い結果が得られず、実用に耐えうるのは UKF または FEM であることが明らかになった。しかし FEM は解析に用いる飛行ログの性質に依存することがわかり、また UKF も計算量や設定するパラメータの多さにより少々扱いにくい。そこで小型 UAV の飛行ログ解析に優れた新手法を提案することにした。

第6章では、その提案する新手法について述べた。新手法は離散ウェーブレット変換 (DWT) による多重解像度解析 (MRA) を応用しており、冒頭の数節をその概要の説明に費やした。続けて新手法の根幹をなす基礎原理である PP-MRA 法について提案を行ったが、これは MRA によって出力から入力に 관련된部分のみを取り出す並行射影 (PP) を意味している。PP-MRA 法は広義のシステム同定の一手法である部分空間同定法と理論の上で近い立場にあることから、それとの関係も述べた。そして PP-MRA 法を用いたオフライン、オンラインの2手法について手順や飛行ログの解析結果を述べた。重要な結果は、PP-MRA 法の後段に RLS を配置したオンライン手法 (WFR) が、UKF に匹敵する良い推定を行うことができ、さらには劣悪な飛行ログに対する高いロバスト性を有していることである。また WFR は UKF よりも計算量や設定パラメータの少なさといった点で簡便な手法であるから、この WFR は小型 UAV の飛行ログ解析手法として最適であり、十分に解析手法として確立できたと結論付けられる。

以上、各章の内容についてまとめてきたが、結果、本研究が目的とした小型 UAV の飛行特性をシステム同定で取得する際の2つの大きな課題、すなわち飛行ログ取得手法の確立、並びに飛行ログ解析手法の確立、これら2つを十分に達成できたといえる。

本研究のまとめとして最後に、航空機の性質を論じる際に良くよられる重要な指標であるレイノルズ数 Re を用いて総括を行うことにする。レイノルズ数のオーダーが変化すると飛行に関する様々な特性が大幅に変化することが知られているため、この指標を用いて総括を行うことは、他の飛行物体との関連で本研究を定義づける上で極めて有意義であると考えられるからである。

レイノルズ数 Re は

$$Re = \frac{UL}{\mu/\rho} \quad (7.1.1)$$

で定義される無次元量であり、ここで U, L, μ, ρ はそれぞれ代表速度、代表長さ、粘度、密度である。小型 UAV におけるレイノルズ数 $Re_{\text{small UAV}}$ は、代表速度として標準的な巡航速度の $U = 20\text{m/s}$ 、代表長さとして翼弦長 $L = 0.2\text{m}$ 、また地上付近を飛行することから気温 20°C の高度 0m 、標準大気圧を仮定す

れば、粘度 $\mu = 1.822 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、密度 $\rho = 1.205 \text{ kg/m}^3$ となり、これらを代入すれば

$$\begin{aligned} \text{Re}_{\text{small UAV}} &= \frac{20 \times 0.2}{(1.822 \times 10^{-5}) / 1.205} \\ &= 2.65 \times 10^5 \end{aligned} \quad (7.1.2)$$

となる。これを一般の航空機や昆虫といった小さな飛行物体とのレイノルズ数を比較すると、表 7.1 のようになる。レイノルズ数という視点で見れば、小型 UAV は大型の航空機と昆虫の中間に位置することがわかる。

表 7.1: レイノルズ数から見た本研究の位置づけ

項目	レイノルズ数 Re	飛行の安定さ	システム同定による飛行特性取得
一般の航空機	$10^{6\sim 8}$	安定	確立されている
小型 UAV	10^5	比較的安定	一般の航空機と同様の枠組みで可能 ただし部分的に特化する必要あり
昆虫	10^4 以下	不安定	一般の航空機と同様の枠組みではおそらく不可能 システム同定によらず実験的計測によるものが多い

システム同定による飛行特性取得の容易さは、レイノルズ数からの視点と等しいと結論づけられる。なぜなら、大型の航空機はシステム同定による飛行特性取得が十分に確立されている。一方の昆虫といった低レイノルズ数の飛行特性取得では参考文献 [70] など実験的に空気力を直接計測するものが多く見受けられることから、システム同定によって飛行特性を取得するならば非常に特化された手法を検討するなど多くの課題があるであろうことが伺える。そしてその中間に位置する小型 UAV は、小型 UAV の飛行特性取得は、一般の航空機と同じ枠組みを使うことができるが、アビオニクスや PP-MRA 法の提案など、個々の要素については小型 UAV に特化する必要がある領域であることが本研究から明らかとなった。

7.2 今後の課題

本論では 2 つの大きな課題を解決する過程で数多くの知見を得ることができた。ここではそれをもとに提唱する今後の課題を以下に列挙する。

アビオニクスの精度向上

アビオニクスの精度向上についていえば、それを構成するセンサの精度向上が鍵となることは間違いのない。しかしシステムとして見ると位置精度については GPS 受信機に依存するところが大きであることがわかった。このようにシステム全体の精度が特定の構成要素に依存する可能性は、他の姿勢や速度などにも見られると思われ、これらを突き詰めることによって要求に応じた最適な改善の指標が得られることであろう。この指標を元に改善を進めていけば、要求に応じたより良いアビオニクスを構成することができると思う。

PP-MRA 法のチューニング

入力にどの程度相関がある出力を使うかという点で、PP-MRA 法の性能をチューニングできることを忘却係数の導入などによって可能であることを述べた。この効果を確認することは PP-MRA 法の有効性を検証するうえで重要であると考えられる。

PP-MRA 法に適した入力の調査

PP-MRA 法を施すことは、解析を行ううえで入力に対して 2 つの強い依存性があることを述べた。1 つはシステムが持つ固有振動解に対する依存性であり、もう 1 つは MRA が持つマザーウェーブレットに対する依存性である。これらを検証することによって、PP-MRA 法を適用する際に最適な入力が今後の研究課題として提案されるべきである。

PP-MRA 法の応用

PP-MRA 法で捨てている部分、すなわち数学モデルでは想定されていない余計な出力の活用について本文中で議論した。この余分な出力の中身は主に突風への応答や予期できない観測ノイズなどであるから、これを解析しモデル化することができれば、飛行のシミュレーションをより実物に近いものとすることができるであろう。

WFR の小型 UAV へのさらなる応用

WFR はオンラインのシステム同定手法であるから、これを応用して飛行中の故障同定、さらには対故障制御機構の一部として組み入れるなど、幅広い応用用途が考えられる。

WFR のより広い適用

WFR は小型 UAV の飛行ログのように、事前に想定したモデルにない信号が含まれている環境でも効果を発揮することができると思われる。この性質は小型 UAV の飛行特性取得という対象のみならず、更に広い分野、例えば建築物などの構造体の振動現象の解明などに適用可能であると考えられる。

7.3 おわりに

最後となるが、本研究を通して数多くの知見を得ることができた。特に強調しておきたいのが、工学研究の醍醐味である理論と実践の両方を、本研究では取り扱うことができた点である。特に航空宇宙という分野においては取り扱うシステムが大きいため、時に物理的あるいは時間的な制約から理論のみ、あるいは実践のみの課題に取り組みざるを得ないことがあるが、どちらか一方では私は当然不十分であると考えている。本研究において取り扱った小型 UAV というのは個人の研究として取り扱うのにとっても適切なサイズであったと思われる。

このことに関連して、苦勞話になってしまうが、MEMS INS/GPS 航法装置 Sylphide の開発にはかなりの時間と労力を必要としたことを記念碑として書いておこう。当初の企画から実際に動作するまで 2 年、しかもその前進の研究を含めれば 4 年の歳月を費やしている。電子基板の設計から組み込み用半導体のプログラミングテクニック、半田付け、理論のプログラムソースへの実装、これらの技術を身につけながらであったためである。しかしながらその分 Syphide から得られた知見は大変大きい。それは技術自身というよりか、理論と技術のバランス感覚である。

一般に研究というと理論が極めて重視されるのはもっともなことである。一方工学的な研究を進める上で技術を欠かすことはできない。実験を行うと結果、しいては成果がでにくいという事実も身をもって確認することができた。これらの経験を元に今後も航空宇宙工学、しいては人類社会の発展に寄与できればこの上ない喜びである。

付録 A

一般的な状態量推定手法

本研究では、システム同定を行う過程で様々な状態量推定問題を解決する手法を応用した。状態量推定問題とシステム同定の関係は節 2.2 で詳しく述べたが、その問題の具体的な解法について本章でまとめる。

本章で取り扱う手法は、最も単純な手法である最小二乗法にはじまる。最小二乗法は、同じ対象を観測して複数の観測データが得られたとき、そのデータから最も確からしい値を求めるには、全ての平均値をとればよいという経験的事実に基づいた手法である。手法としての最小二乗法はその平均をとれば解を得ることができるが、ここでは分散、すなわち平均と並んで重要な統計量に更に着目することによって、重み付き最小二乗法や再帰的最小二乗法といった拡張された手法を述べていく。

そして一連の最小二乗法に続いて、カルマンフィルタについて述べる。カルマンフィルタはカルマン [71] によって 1960 年代に提唱された手法であるが、いまだに状態量推定の手法としての利用価値は非常に高い。説明にあたっては、理解が容易な最小二乗法との関連で述べることにした。すなわち、再帰的最小二乗法を時間軸へと展開した手法としてカルマンフィルタを論じる。このようにしたのは、カルマンフィルタの本来の導出過程として必要となる確率論などの数学的な道具が、工学的利用の立場からみると難解なためである。なお確率論に絡めた導出過程は和書では参考文献 [72] に詳しい。

カルマンフィルタにも最小二乗法のようによく知られた拡張が存在する。特に非線形系への拡張として拡張カルマンフィルタやアンセンテッドカルマンフィルタがあり、本章の最後ではそれらについて触れる。

A.1 最小二乗法

\underline{x} なる状態量を求めるために観測を行う。その観測値を \underline{z} とすれば、 \underline{x} と \underline{z} の関係は次の方程式であらわされる。

$$\underline{z} = H\underline{x} + w \quad (\text{A.1.1})$$

これを観測方程式と呼ぶ。ここで w は誤差であり、平均 0、分散 R の正規白色ノイズを想定することにする。すなわち

$$E[w] = 0, \quad E[ww^T] = R \quad (\text{A.1.2})$$

\underline{x} を \underline{z} から推定するためには、次の評価関数 J_{LS} を最小にするようにすればよい。

$$J_{LS} = (\underline{z} - H\underline{x})^T (\underline{z} - H\underline{x}) \quad (\text{A.1.3})$$

展開して

$$J_{LS} = \underline{z}^T \underline{z} - \underline{z}^T H\underline{x} - \underline{x}^T H^T \underline{z} + \underline{x}^T H^T H \underline{x} \quad (\text{A.1.4})$$

\underline{x} で偏微分して

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{LS}}{\partial \underline{x}} &= \underline{0}^T - \underline{z}^T H - (H^T \underline{z})^T + (H^T H \underline{x})^T + \underline{x}^T H^T H \\ &= -2(\underline{z}^T H - \underline{x}^T H^T H) \end{aligned} \quad (\text{A.1.5})$$

さらに \underline{x} で偏微分して

$$\frac{\partial^2 J_{LS}}{\partial \underline{x}^2} = 2(H^T H) \quad (\text{A.1.6})$$

これより $\frac{\partial^2 J_{LS}}{\partial \underline{x}^2}$ の要素は正となることから、 $\frac{\partial J_{LS}}{\partial \underline{x}} = \underline{0}$ となるように \underline{x} を決めれば J_{LS} が最小になる。すなわち、最も確からしい \underline{x} を $\hat{\underline{x}}$ と書けば (A.1.5) より

$$\underline{z}^T H = \hat{\underline{x}}^T H^T H \quad (\text{A.1.7})$$

$H^T H$ に逆行列が存在するとして、

$$\hat{\underline{x}} = (H^T H)^{-1} H^T \underline{z} \quad (\text{A.1.8})$$

となる。

この推定値 $\hat{\underline{x}}$ にはいくつかの重要な性質が存在する。

1. 推定誤差 ($\underline{\varepsilon}$)

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon} &\equiv \underline{x} - \hat{\underline{x}} \\ &= \underline{x} - (H^T H)^{-1} H^T \underline{z} \\ &= \underline{x} - (H^T H)^{-1} H^T (H\underline{x} + \underline{w}) \\ &= -(H^T H)^{-1} H^T \underline{w} \end{aligned} \quad (\text{A.1.9})$$

2. 残差 (計測値と推定値の差、 \underline{v})

$$\begin{aligned} \underline{v} &\equiv \underline{z} - \hat{\underline{z}} \\ &= H(\underline{x} - \hat{\underline{x}}) + \underline{w} \\ &= H\underline{\varepsilon} + \underline{w} \\ &= \left(I - H(H^T H)^{-1} H^T \right) \underline{w} \end{aligned} \quad (\text{A.1.10})$$

3. 推定誤差平均

$$\begin{aligned} E[\underline{\varepsilon}] &= E \left[-(HH^T)^{-1} H^T \underline{w} \right] \\ &= -(HH^T)^{-1} H^T E[\underline{w}] \\ &= \underline{0} \end{aligned} \quad (\text{A.1.11})$$

4. 推定誤差共分散 (P)

$$\begin{aligned}
P &\equiv E[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T] \\
&= E[(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}})(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}})^T] \\
&= E\left[\left((H^T H)^{-1} H^T \boldsymbol{w}\right) \left((H^T H)^{-1} H^T \boldsymbol{w}\right)^T\right] \\
&= (H^T H)^{-1} H^T E[\boldsymbol{w}\boldsymbol{w}^T] H \left((H^T H)^{-1}\right)^T \\
&= (H^T H)^{-1} H^T R H \left((H^T H)^{-1}\right)^T
\end{aligned} \tag{A.1.12}$$

A.2 重み付き最小二乗法

前節の最小二乗法を拡張して、ここでは重み付き最小二乗法を考える。『重み付き』とは観測ごとに確からしさが異なることに対応する。

ここでは観測方程式は (A.1.1) と同じである。このとき \boldsymbol{x} を \boldsymbol{z} から推定するためには、次の評価関数 J_{WLS} を最小にするようにすればよい。ここで W は『重み』をあらわす対称行列 $W^T = W$ である。

$$J_{\text{WLS}} = (\boldsymbol{z} - H\boldsymbol{x})^T W (\boldsymbol{z} - H\boldsymbol{x}) \tag{A.2.1}$$

展開して

$$J_{\text{WLS}} = \boldsymbol{z}^T W \boldsymbol{z} - \boldsymbol{x}^T H^T W \boldsymbol{z} - \boldsymbol{z}^T W H \boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}^T H^T W H \boldsymbol{x} \tag{A.2.2}$$

\boldsymbol{x} で偏微分すれば

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{x}} &= -\boldsymbol{z}^T W H - \boldsymbol{z}^T W H + \boldsymbol{x}^T H^T W H + \boldsymbol{x}^T H^T W H \\
&= -2(\boldsymbol{z}^T W H - \boldsymbol{x}^T H^T W H)
\end{aligned} \tag{A.2.3}$$

よって評価関数 J_{WLS} を最小または最大にする \boldsymbol{x} を $\hat{\boldsymbol{x}}$ とすれば

$$\boldsymbol{z}^T W H = \hat{\boldsymbol{x}}^T H^T W H \tag{A.2.4}$$

すなわち

$$\hat{\boldsymbol{x}} = (H^T W H)^{-1} H^T W \boldsymbol{z} \tag{A.2.5}$$

ここで $W \rightarrow R^{-1}$ なる置き換えを適用すると、重み付き最小二乗法における性質は次のとおり導かれる。

1. 推定誤差 ($\boldsymbol{\varepsilon}$)

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\varepsilon} &\equiv \boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}} \\
&= \boldsymbol{x} - (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \boldsymbol{z} \\
&= \boldsymbol{x} - (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} (H\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}) \\
&= -(H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \boldsymbol{w}
\end{aligned} \tag{A.2.6}$$

2. 推定誤差共分散 (P)

$$\begin{aligned}
P &\equiv E \left[\left((H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \underline{w} \right) \left((H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \underline{w} \right)^T \right] \\
&= E \left[\left((H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \underline{w} \right) \left(\underline{w}^T R^{-1} H (H^T R^{-1} H)^{-1} \right) \right] \\
&= (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} E [\underline{w} \underline{w}^T] R^{-1} H (H^T R^{-1} H)^{-1} \\
&= (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} R R^{-1} H (H^T R^{-1} H)^{-1} \\
&= (H^T R^{-1} H)^{-1} (H^T R^{-1} H) (H^T R^{-1} H)^{-1} \\
&= (H^T R^{-1} H)^{-1}
\end{aligned} \tag{A.2.7}$$

A.3 再帰的 (重み付き) 最小二乗法

前節の重み付き最小二乗法で、観測方程式は (A.1.1) であったが、これを成分ごとに書き下すと以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{m1} & h_{m2} & \dots & h_{mn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix} \tag{A.3.1}$$

最も確からしい推定値を \hat{x}_m 書くと、これは (A.2.5) より (すでに $W \rightarrow R^{-1}$ の置き換えをしたものとして)

$$\hat{x}_m = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \underline{z} \tag{A.3.2}$$

また、推定誤差共分散を P_m と書くと、(A.2.7) より

$$P_m = (H^T R^{-1} H)^{-1} \tag{A.3.3}$$

P_m を用いて \hat{x}_m を書けば

$$\hat{x}_m = P_m H^T R^{-1} \underline{z} \tag{A.3.4}$$

今、あらたに観測値 z_{m+1} が得られたとすると

$$\begin{pmatrix} \underline{z} \\ z_{m+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ \underline{h}^T \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} \underline{w} \\ v_{m+1} \end{pmatrix} \tag{A.3.5}$$

新しい観測値が得られたことによって、推定値 \hat{x}_{m+1} は、観測値が得られる前の推定値 \hat{x}_m に対して

$$\hat{x}_{m+1} = \hat{x}_m + \Delta \underline{x} \tag{A.3.6}$$

で求められれば、再帰的に次々とあらたな観測値が得られることによって推定値を更新していくことが可能となる。

ところで \hat{x}_{m+1} は、評価関数 (A.2.1) を書き直して次の評価関数 J_{RWLS} を最小にするものである。

$$J_{\text{RWLS}} = \left(\begin{pmatrix} \underline{z} \\ z_{m+1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} H \\ \underline{h}^T \end{pmatrix} x_{m+1} \right)^T \begin{bmatrix} R^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0}^T & r^{-1} \end{bmatrix} \left(\begin{pmatrix} \underline{z} \\ z_{m+1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} H \\ \underline{h}^T \end{pmatrix} x_{m+1} \right) \tag{A.3.7}$$

ここで『重み』に相当する行列 $\begin{bmatrix} R^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0}^T & r^{-1} \end{bmatrix}$ において最終行および最終列が対角成分以外 0 となっているのは、加わった観測がそれまでの観測との相関関係がないことを示している。(A.2.5) にならえば、この評価関数を最小にする推定値 \hat{x}_{m+1} は

$$\begin{aligned} \hat{x}_{m+1} &= \left(\begin{pmatrix} H \\ \underline{h}^T \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} R^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0}^T & r^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} H \\ \underline{h}^T \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} H \\ \underline{h}^T \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} R^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0}^T & r^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{z} \\ z_{m+1} \end{pmatrix} \\ &= (H^T R^{-1} H + \underline{h} r^{-1} \underline{h}^T)^{-1} (H^T R^{-1} \underline{z} + \underline{h} r^{-1} z_{m+1}) \end{aligned} \quad (\text{A.3.8})$$

同様に (A.2.7) にならえば、推定誤差共分散 P_{m+1} は次のようになる。

$$\begin{aligned} P_{m+1} &= \left(\begin{pmatrix} H \\ \underline{h}^T \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} R^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0}^T & r^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} H \\ \underline{h}^T \end{pmatrix} \right)^{-1} \\ &= (H^T R^{-1} H + \underline{h} r^{-1} \underline{h}^T)^{-1} \\ &= (P_m + \underline{h} r^{-1} \underline{h}^T)^{-1} \\ &= P_m - P_m \underline{h} (\underline{h}^T P_m \underline{h} + r)^{-1} \underline{h}^T P_m \end{aligned} \quad (\text{A.3.9})$$

最後の式変形においては以下の公式を用いた。

$$\begin{aligned} A^{-1} = B^{-1} + C^T D^{-1} C \quad \text{のとき} \quad (D + C B C^T)^{-1} \quad \text{が存在するなら} \\ A = B - B C^T (D + C B C^T)^{-1} C B \end{aligned} \quad (\text{A.3.10})$$

ここで

$$k_m \equiv P_m \underline{h} (\underline{h}^T P_m \underline{h} + r)^{-1} \quad (\text{A.3.11})$$

なる k_m を用いれば

$$P_{m+1} = (I - k_m \underline{h}^T) P_m \quad (\text{A.3.12})$$

ここで (A.3.8) に立ち返ってみれば

$$\begin{aligned} \hat{x}_{m+1} &= P_{m+1} (H^T R^{-1} \underline{z} + \underline{h} r^{-1} z_{m+1}) \\ &= (I - k_m \underline{h}^T) P_m (H^T R^{-1} \underline{z} + \underline{h} r^{-1} z_{m+1}) \\ &= (I - k_m \underline{h}^T) \hat{x}_m + (I - k_m \underline{h}^T) P_m \underline{h} r^{-1} z_{m+1} \\ &= (I - k_m \underline{h}^T) \hat{x}_m + \left(I - P_m \underline{h} (\underline{h}^T P_m \underline{h} + r)^{-1} \underline{h}^T \right) k_m (\underline{h}^T P_m \underline{h} + r) r^{-1} z_{m+1} \\ &= (I - k_m \underline{h}^T) \hat{x}_m + \frac{(\underline{h}^T P_m \underline{h} + r) I - P_m \underline{h} \underline{h}^T}{\underline{h}^T P_m \underline{h} + r} k_m (\underline{h}^T P_m \underline{h} + r) r^{-1} z_{m+1} \\ &\quad (\because \underline{h}^T P_m \underline{h} + r \text{ はスカラー}) \\ &= (I - k_m \underline{h}^T) \hat{x}_m + r k_m r^{-1} z_{m+1} \\ &= (I - k_m \underline{h}^T) \hat{x}_m + k_m z_{m+1} \\ &= \hat{x}_m + k_m (z_{m+1} - \underline{h}^T \hat{x}_m) \end{aligned} \quad (\text{A.3.13})$$

これは (A.3.6) の形をしている。つまり、観測値があたらに得られたら以上の手順を繰り返し行い \hat{x} を更新していけばよい。観測値が複数の場合は $z_{m+1} \rightarrow z_{m+1}$ および $\underline{h} \rightarrow H$ とすればよい。

A.4 カルマンフィルタ (Kalman Filter)

離散線形系では真値 \underline{x} についてステップ間で次の関係式 (システム方程式) が成り立つ。

$$\underline{x}_{k+1} = \Phi_{k+1,k}\underline{x}_k + \Gamma_k \underline{u}_k + \underline{v}_k \quad (\text{A.4.1})$$

ここで \underline{u}_k はシステムへの入力である。また、 \underline{v}_k は時間的に相関関係がなく平均が 0 のホワイトノイズである。すなわちその平均、分散は

$$E[\underline{v}_k] = \underline{0} \quad (\text{A.4.2})$$

$$E[\underline{v}_k \underline{v}_k^T] \equiv Q_k \quad (\text{A.4.3})$$

と表わせられる。

一方、最も確からしい推定値 $\hat{\underline{x}}$ と平均 0 のホワイトノイズを含んだ観測された入力 $\bar{\underline{u}}$ から予測される次ステップの値 $\bar{\underline{x}}$ は

$$\bar{\underline{x}}_{k+1} \equiv \Phi_{k+1,k}\hat{\underline{x}}_k + \Gamma_k \bar{\underline{u}}_k \quad (\text{A.4.4})$$

である。

ところで、観測された入力 $\bar{\underline{u}}$ と実際の入力 \underline{u} の差 $\underline{\delta}$ を

$$\underline{\delta}_k \equiv \bar{\underline{u}}_k - \underline{u}_k \quad (\text{A.4.5})$$

表すことにする。先の定義より、その平均、分散は

$$E[\underline{\delta}_k] = \underline{0} \quad (\text{A.4.6})$$

$$E[\underline{\delta}_k \underline{\delta}_k^T] = Q'_k \quad (\text{A.4.7})$$

となるものとする。すると、推定値 $\hat{\underline{x}}$ と真値 \underline{x} の残差 $\hat{\underline{e}}$

$$\hat{\underline{e}}_k \equiv \hat{\underline{x}}_k - \underline{x}_k \quad (\text{A.4.8})$$

について、次ステップにおける残差 $\bar{\underline{e}}_{k+1}$ を考えると

$$\begin{aligned} \bar{\underline{e}}_{k+1} &\equiv \bar{\underline{x}}_{k+1} - \underline{x}_{k+1} \\ &= (\Phi_{k+1,k}\hat{\underline{x}}_k + \Gamma_k \bar{\underline{u}}_k) - (\Phi_{k+1,k}\underline{x}_k + \Gamma_k \underline{u}_k + \underline{v}_k) \\ &= \Phi_{k+1,k}\hat{\underline{e}}_k + \Gamma_k \underline{\delta}_k - \underline{v}_k \end{aligned} \quad (\text{A.4.9})$$

であり、その期待値 $E[\bar{\underline{e}}_{k+1}]$ は

$$\begin{aligned} E[\bar{\underline{e}}_{k+1}] &= E[\bar{\underline{x}}_{k+1} - \underline{x}_{k+1}] \\ &= \Phi_{k+1,k}E[\hat{\underline{e}}_k] + \Gamma_k E[\underline{\delta}_k] - E[\underline{v}_k] \\ &= \underline{0} \end{aligned} \quad (\text{A.4.10})$$

でゼロとなる。共分散 \bar{P}_{k+1} は

$$\begin{aligned} \bar{P}_{k+1} &\equiv E[\bar{\underline{e}}_{k+1} \bar{\underline{e}}_{k+1}^T] \\ &= E[(\Phi_{k+1,k}\hat{\underline{e}}_k + \Gamma_k \underline{\delta}_k - \underline{v}_k) (\Phi_{k+1,k}\hat{\underline{e}}_k + \Gamma_k \underline{\delta}_k - \underline{v}_k)^T] \end{aligned} \quad (\text{A.4.11})$$

ここで $\underline{\delta}_k, \underline{v}_k, \underline{\hat{\epsilon}}_k$ が互いに無関係であることより

$$E[\underline{\delta}_k \underline{v}_k^T] = E[\underline{v}_k \underline{\hat{\epsilon}}_k^T] = E[\underline{\hat{\epsilon}}_k \underline{\delta}_k^T] = \underline{0} \quad (\text{A.4.12})$$

であるから、(A.4.11) に代入すると \bar{P}_{k+1} は

$$\bar{P}_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \hat{P}_k \Phi_{k+1,k}^T + \Gamma_k Q_k' \Gamma_k^T + Q_k \quad (\text{A.4.13})$$

と書くことができる。

次に真値 \underline{x}_{k+1} に関する観測値 \underline{z}_{k+1} が得られたとする。すなわち次の関係式 (観測方程式) が成り立つ。

$$\underline{z}_{k+1} = H_{k+1} \underline{x}_{k+1} + \underline{w}_{k+1} \quad (\text{A.4.14})$$

ここで \underline{w}_{k+1} は観測誤差であり、平均が 0、分散が R_{k+1} 、すなわち

$$E[\underline{w}_{k+1}] = 0, \quad E[\underline{w}_{k+1} \underline{w}_{k+1}^T] \equiv R_{k+1} \quad (\text{A.4.15})$$

であるものとする。

このとき \underline{x}_{k+1} の最も確からしい値 $\hat{\underline{x}}_{k+1}$ は前節の結論から次のように書くことが出来る。

$$\hat{\underline{x}}_{k+1} = \bar{\underline{x}}_{k+1} + K_{k+1} [\underline{z}_{k+1} - H_{k+1} \bar{\underline{x}}_{k+1}] \quad (\text{A.4.16})$$

ここで

$$K_{k+1} = \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (\text{A.4.17})$$

である。この推定値 $\hat{\underline{x}}_{k+1}$ と真値 \underline{x}_{k+1} の残差 $\hat{\underline{\epsilon}}_{k+1}$ は

$$\hat{\underline{\epsilon}}_{k+1} = \underline{x}_{k+1} + \hat{\underline{\epsilon}}_{k+1} \quad (\text{A.4.18})$$

であるから (A.4.4) を用いて計算すると

$$\begin{aligned} \underline{x}_{k+1} + \hat{\underline{\epsilon}}_{k+1} &= \hat{\underline{x}}_{k+1} \\ &= \bar{\underline{x}}_{k+1} + K_{k+1} [\underline{z}_{k+1} - H_{k+1} \bar{\underline{x}}_{k+1}] \\ &= [I - K_{k+1} H_{k+1}] \bar{\underline{x}}_{k+1} + K_{k+1} \underline{z}_{k+1} \\ &= [I - K_{k+1} H_{k+1}] (\Phi_{k+1,k} \hat{\underline{x}}_k + \Gamma_k \bar{\underline{u}}_k) \\ &\quad + K_{k+1} [H_{k+1} \underline{x}_{k+1} + \underline{v}_{k+1}] \\ &= [I - K_{k+1} H_{k+1}] (\underline{x}_{k+1} + \Phi_{k+1,k} \hat{\underline{\epsilon}}_k + \Gamma_k \underline{\delta}_k + \underline{v}_k) \\ &\quad + K_{k+1} [H_{k+1} \underline{x}_{k+1} + \underline{v}_{k+1}] \end{aligned} \quad (\text{A.4.19})$$

よって

$$\hat{\underline{\epsilon}}_{k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] (\Phi_{k+1,k} \hat{\underline{\epsilon}}_k + \Gamma_k \underline{\delta}_k + \underline{v}_k) + K_{k+1} \underline{w}_{k+1} \quad (\text{A.4.20})$$

対応する共分散 \hat{P}_{k+1} は

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1} &= E[\hat{\underline{\epsilon}}_{k+1} \hat{\underline{\epsilon}}_{k+1}^T] \\ &= [I - K_{k+1} H_{k+1}] (\Phi_{k+1,k} \hat{P}_k \Phi_{k+1,k}^T + \Gamma_k Q_k' \Gamma_k^T + Q_k) [I - K_{k+1} H_{k+1}]^T \\ &\quad + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T \end{aligned} \quad (\text{A.4.21})$$

(A.4.13) を用いれば

$$\hat{P}_{k+1} = [I - K_{k+1}H_{k+1}] \bar{P}_{k+1} [I - K_{k+1}H_{k+1}]^T + K_{k+1}R_{k+1}K_{k+1}^T \quad (\text{A.4.22})$$

となる。さらに添え字を省略して (A.4.17) を考えれば

$$\begin{aligned} \hat{P} &= [I - KH] \bar{P} [I - KH]^T + KRK^T \\ &= \bar{P} - KH\bar{P} - \bar{P}H^TK^T + KH\bar{P}H^TK^T + KRK^T \\ &= \bar{P} - \bar{P}H^T (H\bar{P}H^T + R)^{-1} H\bar{P} - \bar{P}H^T()^{-1} H\bar{P} \\ &\quad + \bar{P}H^T()^{-1} H\bar{P}H^T()^{-1} H\bar{P} + \bar{P}H^T()^{-1} R()^{-1} H\bar{P} \\ &= \bar{P} - \bar{P}H^T()^{-1} H\bar{P} - \bar{P}H^T()^{-1} H\bar{P} + \bar{P}H^T()^{-1}()^{-1} H\bar{P} \\ &= \bar{P} - \bar{P}H^T (H\bar{P}H^T + R)^{-1} H\bar{P} \\ &= [I - KH] \bar{P} \end{aligned} \quad (\text{A.4.23})$$

以上より離散系に対する式が得られたが、これがカルマンフィルタ [71] である。整理して書けば

- 時間の経過によって更新するとき (時間更新、Time Update)

$$\bar{x}_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \hat{x}_k + \Gamma_k \bar{u}_k \quad (\text{A.4.4})$$

$$\bar{P}_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \hat{P}_k \Phi_{k+1,k}^T + \Gamma_k Q_k' \Gamma_k^T + Q_k \quad (\text{A.4.13})$$

- 観測量を用いて修正するとき (観測更新、Measurement Update)

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + K_{k+1} [z_{k+1} - H_{k+1} \bar{x}_{k+1}] \quad (\text{A.4.16})$$

$$K_{k+1} = \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (\text{A.4.17})$$

$$\hat{P}_{k+1} = [I - K_{k+1}H_{k+1}] \bar{P}_{k+1} \quad (\text{A.4.23})$$

A.5 連続系に対するカルマンフィルタの適用

前節で述べたカルマンフィルタは、その想定する系が (A.4.4) に表されるように離散系である。ここで次の連続線形系

$$\frac{d}{dt} \underline{x} \equiv \dot{\underline{x}} = A \underline{x} + B \underline{u} \quad (\text{A.5.1})$$

の Δt あたりの \underline{x} の微小変化 $\Delta \underline{x}$ を考えると、微分の定義から

$$\Delta \underline{x} \approx A \Delta t \underline{x} + B \Delta t \underline{u} \quad (\text{A.5.2})$$

従って

$$\underline{x} + \Delta \underline{x} = (I + A \Delta t) \underline{x} + B \Delta t \underline{u} \quad (\text{A.5.3})$$

これと (A.4.4) を比較すれば

$$\Phi_{k+1,k} = I + A \Delta t \quad (\text{A.5.4})$$

$$\Gamma_k = B\Delta t \quad (\text{A.5.5})$$

とすればカルマンフィルタを連続線形系へ適用できる。

なお、ここで示した方法は 1 次オイラー積分をすることによって、時間変分を時間 1 次差分で近似した方法である。より高精度な手法を組むようであれば、連続系での定式であるカルマン-バーシーフィルタ (Kalman-Bucy Filter)[73, 32] より適宜ルンゲクッタ法などと組み合わせて利用することによって実現可能である。

A.6 UD 分解カルマンフィルタ

計算機で数値計算を行うことによってカルマンフィルタを形成する際、状態量を構成する要素のオーダーに大きな差があり、かつ、計算機で表現可能な値の精度が低い場合は、計算が発散する可能性があることが知られている [74]。特に式 (A.4.16) においてカルマンゲイン K を計算する際に逆行列を計算するが、数値演算の精度が十分でない場合に桁落ちが発生し計算が収束しなくなる。

そのような数値演算によってもたらされる不安定性について、参考文献 [75] 等で、計算の工夫により桁落ちの可能性を抑え安定性を増す手法がいくつか提案されている。そのうちの 1 つに、誤差共分散行列 P, Q, R の対象性に注目した UD 分解カルマンフィルタというものがある。

A.6.1 UD 分解

実対象行列 A は次のように分解することが可能である。

$$A = UDU^T \quad (\text{A.6.1})$$

ここで U は上三角行列、 D は対角行列であり、これらは以下の手順で導き出される。

```

1  for(int i = A.row - 1; i >= 0; i--){
2      D(i, i) = A(i, i);
3      U(i, i) = 1.0;
4      for(int j = 0; j < i; j++){
5          U(j, i) = A(j, i) / D(i, i);
6          for(int k = 0; k <= j; k++){
7              A(k, j) -= U(k, i) * D(i, i) * U(j, i);
8          }
9      }
10 }
```

このことを利用すると、カルマンフィルタの式はシステムの誤差共分散行列 P を UD 分解した行列 U_P, D_P に対する演算として書き直すことができ、逆行列の計算を排除することが可能となる。以下、時間更新と観測更新のそれぞれについて見ていくことにする。

A.6.2 時間更新 (Time Update)

時間更新では、システムの誤差共分散行列 P を式 (A.4.13) によって更新する。ここで $S=0$ とし、 P 、 Q が実対象行列であることに着目すると、

$$\begin{aligned}
 \bar{P} &\equiv U_{\bar{p}} D_{\bar{p}} U_{\bar{p}}^T \\
 &= \Phi \hat{P} \Phi^T + \Gamma Q \Gamma^T \\
 &\equiv \Phi U_{\hat{p}} D_{\hat{p}} U_{\hat{p}}^T \Phi^T + \Gamma U_Q D_Q U_Q^T \Gamma^T \\
 &= [\Phi U_{\hat{p}} \quad \Gamma U_Q] \begin{bmatrix} D_{\hat{p}} & 0 \\ 0 & D_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{\hat{p}}^T \Phi^T \\ U_Q^T \Gamma^T \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.6.2}$$

すなわち、

$$W \equiv [\Phi U_{\hat{p}} \quad \Gamma U_Q] \tag{A.6.3}$$

$$F \equiv \begin{bmatrix} D_{\hat{p}} & 0 \\ 0 & D_Q \end{bmatrix} \tag{A.6.4}$$

とすると

$$U_{\bar{p}} D_{\bar{p}} U_{\bar{p}}^T = W F W^T \tag{A.6.5}$$

さらにここで W 、 F に対して Gram-Schmidt 直交化を行うと $U_{\bar{p}}$ 、 $D_{\bar{p}}$ に対する更新の式を得ることができる。具体的には以下の処理を行う。

```

1  for(int j = W.rows - 1; j > 0; j--){
2     v = W.rowVector(j);
3     z = v * F;
4
5     D_P(j, j) = (z * v.transpose()(0, 0));
6     for(int i = 0; i < j; i++){
7         U_P(i, j) = (W.rowVector(i) * z.transpose()(0, 0)) / D_P(j, j);
8         W.rowVector(i) -= U_P(i, j) * v;
9     }
10 }
11 D_P(0, 0) = (W.rowVector(0) * F * W.rowVector(0).transpose()(0, 0));

```

A.6.3 観測更新 (Measurement Update)

一方、観測更新では、システムの誤差共分散行列 P を式 (A.4.17)、(A.4.23) によって更新する。同じく P 、 R の対象性に注目し、式 (A.4.23) を UD 分解した状態で更新することを考える。

まず、式 (A.4.23) において観測量が単一であった場合、すなわち $H = \underline{h}^T$ であった場合を考えると、

$$\hat{P} = \bar{P} - \frac{1}{\alpha} \bar{P} \underline{h} \underline{h}^T \bar{P} \tag{A.6.6}$$

ただし

$$\alpha \equiv \underline{h}^T \bar{P} \underline{h} + R \tag{A.6.7}$$

UD 分解を施すと

$$\begin{aligned}
 U_{\hat{p}} D_{\hat{p}} U_{\hat{p}}^T &= U_{\bar{p}} D_{\bar{p}} U_{\bar{p}}^T - \frac{1}{\alpha} U_{\bar{p}} D_{\bar{p}} U_{\bar{p}}^T \underline{h} \underline{h}^T U_{\bar{p}} D_{\bar{p}} U_{\bar{p}}^T \\
 &= U_{\bar{p}} \left[D_{\bar{p}} - \frac{1}{\alpha} D_{\bar{p}} U_{\bar{p}}^T \underline{h} \underline{h}^T U_{\bar{p}} D_{\bar{p}} \right] U_{\bar{p}}^T \\
 &\equiv U_{\bar{p}} \left[D_{\bar{p}} - \frac{1}{\alpha} \underline{g} \underline{g}^T \right] U_{\bar{p}}^T
 \end{aligned} \tag{A.6.8}$$

ただし

$$\underline{f} = U_{\bar{p}}^T \underline{h} \tag{A.6.9}$$

$$\underline{g} = D_{\bar{p}} \underline{f} \tag{A.6.10}$$

ここで $D_{\bar{p}} - \frac{1}{\alpha} \underline{g} \underline{g}^T$ は非不定値対象行列であるから、これについても UD 分解が可能でありそれを

$$D_{\bar{p}} - \frac{1}{\alpha} \underline{g} \underline{g}^T \equiv U' D' U' \tag{A.6.11}$$

とすると、

$$U_{\hat{p}} = U_{\bar{p}} U' \tag{A.6.12}$$

$$D_{\hat{p}} = D' \tag{A.6.13}$$

となり UD 分解した状態での更新式が得られる。また、カルマンゲインは

$$\begin{aligned}
 \underline{k} &= \frac{1}{\alpha} \bar{P} \underline{h} \\
 &= \frac{1}{\alpha} U_{\bar{p}} D_{\bar{p}} U_{\bar{p}}^T \underline{h} \\
 &= \frac{1}{\alpha} U_{\bar{p}} \underline{g}
 \end{aligned} \tag{A.6.14}$$

で計算される。

以上を踏まえると具体的には以下の処理を行えばよい。

```

1  for(int i = 0; i < R.rows; i++){
2    f = U.transpose() * H.rowVector(i);
3    g = D * f;
4    alpha = R(i, i) + f * g;
5    K(0, i) = g(0, 0);
6    D(0, 0) *= (r / alpha);
7
8    for(int j = 1; j < f.rows; j++){
9      _alpha = alpha + f(j, 0) * g(j, 0);
10     D(j, j) *= (alpha / _alpha);
11     lambda = f(j, 0) / alpha;
12     _u = U.columnVector(j).copy();
13     U.columnVector(j) -= lambda * K.columnVector(i);
14     K.columnVector(i) += g(j, 0) * _u;
15     alpha = _alpha;
16   }
17   K.columnVector(k) /= alpha;
18 }

```

A.7 拡張カルマンフィルタ (Extende Kalman Filter, EKF)

カルマンフィルタを非線形系に適用するための最も一般的な手法が拡張カルマンフィルタである。拡張カルマンフィルタは非線形系を線形化することによって、線形系で成り立つカルマンフィルタを適用したものである。ここでは拡張カルマンフィルタを導出する。

離散非線形系では真値 \underline{x}_k についてステップ間で次の関係式 (システム方程式) が成り立つ。

$$\underline{x}_{k+1} = f_k(\underline{x}_k, \underline{u}_k) + \underline{v}_k \quad (\text{A.7.1})$$

また確からしい値 $\hat{\underline{x}}_k$ から求まる次ステップの推定値 $\bar{\underline{x}}_{k+1}$ は

$$\bar{\underline{x}}_{k+1} = f_k(\hat{\underline{x}}_k, \bar{\underline{u}}_k) \quad (\text{A.7.2})$$

ところで式 (A.7.1) は線形化を行うと

$$\begin{aligned} \underline{x}_{k+1} &= f_k(\hat{\underline{x}}_k + (\underline{x}_k - \hat{\underline{x}}_k), \bar{\underline{u}}_k + (\underline{u}_k - \bar{\underline{u}}_k)) + \underline{v}_k \\ &\approx f_k(\hat{\underline{x}}_k, \bar{\underline{u}}_k) + \left. \frac{\partial f_k}{\partial \underline{x}} \right|_{\hat{\underline{x}}_k, \bar{\underline{u}}_k} (\underline{x}_k - \hat{\underline{x}}_k) + \left. \frac{\partial f_k}{\partial \underline{u}} \right|_{\hat{\underline{x}}_k, \bar{\underline{u}}_k} (\underline{u}_k - \bar{\underline{u}}_k) + \underline{v}_k \end{aligned} \quad (\text{A.7.3})$$

であるから、これと式 (A.7.2) を辺々引くと

$$\begin{aligned} (\bar{\underline{x}}_{k+1} - \underline{x}_{k+1}) &= \left. \frac{\partial f_k}{\partial \underline{x}} \right|_{\hat{\underline{x}}_k, \bar{\underline{u}}_k} (\hat{\underline{x}}_k - \underline{x}_k) + \left. \frac{\partial f_k}{\partial \underline{u}} \right|_{\hat{\underline{x}}_k, \bar{\underline{u}}_k} (\bar{\underline{u}}_k - \underline{u}_k) - \underline{v}_k \\ &= \Phi_k (\hat{\underline{x}}_k - \underline{x}_k) + \Gamma_k (\bar{\underline{u}}_k - \underline{u}_k) - \underline{v}_k \end{aligned} \quad (\text{A.7.4})$$

となる。ただし Φ_k, Γ_k はヤコビアン行列、すなわち

$$\Phi_k \equiv \left. \frac{\partial f_k}{\partial \underline{x}} \right|_{\hat{\underline{x}}_k, \bar{\underline{u}}_k} \quad (\text{A.7.5})$$

$$\Gamma_k \equiv \left. \frac{\partial f_k}{\partial \underline{u}} \right|_{\hat{\underline{x}}_k, \bar{\underline{u}}_k} \quad (\text{A.7.6})$$

である。

この式は離散線形系であるから、カルマンフィルタの時間更新の式 (A.4.13) が適用でき、時間更新によるシステムの誤差共分散行列 P の変化は

$$\bar{P}_{k+1} = \Phi_k \hat{P}_k \Phi_k^T + \Gamma_k Q'_k \Gamma_k^T + Q_k \quad (\text{A.7.7})$$

と表わすことができる。ただし、

$$\hat{P}_k = E \left[(\hat{\underline{x}}_k - \underline{x}_k) (\hat{\underline{x}}_k - \underline{x}_k)^T \right] \quad (\text{A.7.8a})$$

$$\bar{P}_{k+1} = E \left[(\bar{\underline{x}}_{k+1} - \underline{x}_{k+1}) (\bar{\underline{x}}_{k+1} - \underline{x}_{k+1})^T \right] \quad (\text{A.7.8b})$$

$$Q'_k = E \left[(\bar{\underline{u}}_k - \underline{u}_k) (\bar{\underline{u}}_k - \underline{u}_k)^T \right] \quad (\text{A.7.8c})$$

$$Q_k = E \left[\underline{v}_k \underline{v}_k^T \right] \quad (\text{A.7.8d})$$

である。

一方、観測量 z_{k+1} は非線形系においては

$$z_{k+1} = h_{k+1}(x_{k+1}) + w_{k+1} \quad (\text{A.7.9})$$

のように得られる (観測方程式)。同様に線形化を行うと

$$\begin{aligned} z_{k+1} &= h_{k+1}(\bar{x}_{k+1} + (x_{k+1} - \bar{x}_{k+1})) + w_{k+1} \\ &\approx h_{k+1}(\bar{x}_{k+1}) + \left. \frac{\partial h_{k+1}}{\partial x} \right|_{\bar{x}_{k+1}} (x_{k+1} - \bar{x}_{k+1}) + w_{k+1} \\ &\equiv h_{k+1}(\bar{x}_{k+1}) + H_{k+1}(x_{k+1} - \bar{x}_{k+1}) + w_{k+1} \end{aligned} \quad (\text{A.7.10})$$

ただし行列 H_{k+1} はヤコビアン行列、すなわち

$$H_{k+1} \equiv \left. \frac{\partial h_{k+1}}{\partial x} \right|_{\bar{x}_{k+1}} \quad (\text{A.7.11})$$

である。ここで $h_{k+1}(\bar{x}_{k+1}) - z_{k+1}$ を新たな観測量として見る、すなわち

$$\underbrace{h_{k+1}(\bar{x}_{k+1}) - z_{k+1}}_{\text{新たな観測量}} = H_{k+1}(\bar{x}_{k+1} - x_{k+1}) - w_{k+1} \quad (\text{A.7.12})$$

とすると今までの議論が成り立ち、カルマンフィルタの観測更新の式 (A.4.16), (A.4.17), (A.4.23) から

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + K_{k+1}(z_{k+1} - h_{k+1}(\bar{x}_{k+1})) \quad (\text{A.7.13})$$

$$K_{k+1} = \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (\text{A.7.14})$$

$$\hat{P}_{k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}) \bar{P}_{k+1} \quad (\text{A.7.15})$$

となる。ただし、

$$R_{k+1} = E[w_{k+1} w_{k+1}^T] \quad (\text{A.7.16})$$

である。

以上まとめると、拡張カルマンフィルタは

- 時間の経過によって更新するとき (時間更新、Time Update)

$$\bar{x}_{k+1} = f_k(\hat{x}_k, \bar{u}_k) \quad (\text{A.7.2})$$

$$\bar{P}_{k+1} = \Phi_k \hat{P}_k \Phi_k^T + \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T + Q_k \quad (\text{A.7.7})$$

- 観測量を用いて修正するとき (観測更新、Measurement Update)

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + K_{k+1}(z_{k+1} - h_{k+1}(\bar{x}_{k+1})) \quad (\text{A.7.13})$$

$$K_{k+1} = \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} \bar{P}_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (\text{A.7.14})$$

$$\hat{P}_{k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}) \bar{P}_{k+1} \quad (\text{A.7.15})$$

A.8 アンセンテッドカルマンフィルタ (Unscented Kalman Filter, UKF)

Ljung [76] によると、拡張カルマンフィルタにおいて、システムが強い非線形性を有しており、その上で誤差共分散の設定が真値からほど遠いと、バイアスを持った誤った解が算出される、あるいは最悪の場合は計算が不安定となり解が発散してしまうことが知られている。これは主に線形化によって誤差の性質を代表した統計量である平均や分散が正しく伝播していないことが原因である。

このことを改善するためには、究極的にはサンプル点を無限個とり、その全てに対して式 (A.7.2) 等を適用した結果から誤差の統計量を正しく計算すればよいが、それでは計算量が爆発してしまう。無限個ではなく大量の有限個のサンプルを伝播させる所謂パーティクルフィルタ (Particle Filter)[77] という手法も存在するが、これも大量の計算量を必要とする。そこで図 A.1([78] より転載) のように、無限個のサンプルの集合がもつ特長を有限個のサンプルであるシグマポイントに代表させることによって、誤差の統計量を正しく伝播させる手法が提案されている。ここではその集大成であるアンセンテッドカルマンフィルタ (Unscented Kalman Filter, UKF)[79, 80, 78] の計算手順について述べる。

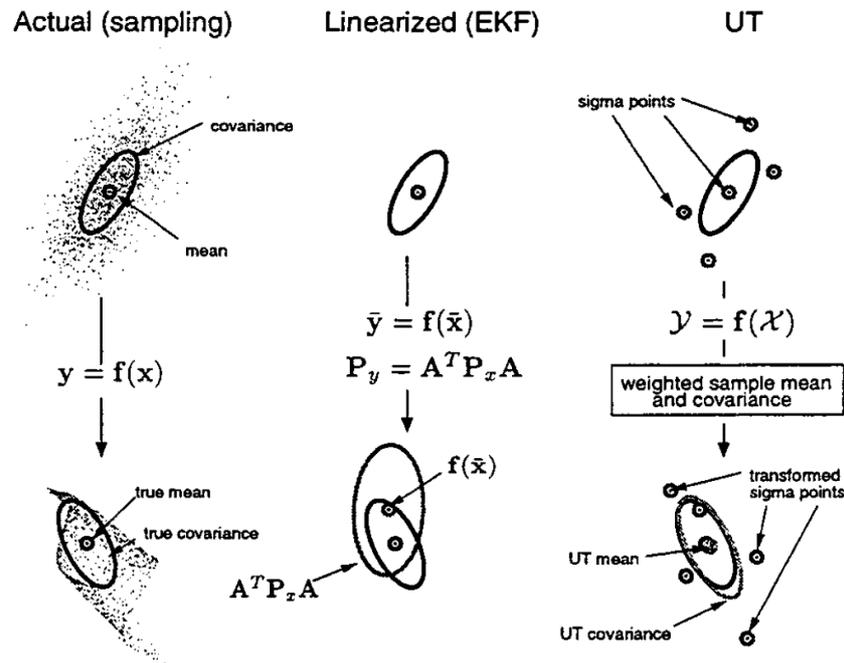


図 A.1: EKF では誤差の平均や分散といった統計量が正しく伝播しない

具体的な手順として、誤差の伝播について記述した式 (A.7.2) や式 (A.7.15) 等を以下の手順で変更していく。

まず時間更新についてであるが、式 (A.7.1) は x, u, y を一つの記号 x^a であらわすことができ

$$x_{k+1} = f_k(x_k^a) \quad (\text{A.8.1})$$

となる。ただし \underline{x}^a は

$$\underline{x}_k^a = \begin{bmatrix} \hat{x}_k \\ \underline{u}_k \\ \underline{v}_k \end{bmatrix} \quad (\text{A.8.2})$$

であり、その誤差共分散は $L \times L$ の行列 \hat{P}_k^a で定義され

$$\hat{P}_k^a \equiv E [\hat{x}_k^a \hat{x}_k^{aT}] = E \begin{bmatrix} \hat{x}_k - \underline{x}_k \\ \underline{u}_k - \underline{u}_k \\ \underline{v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_k - \underline{x}_k \\ \underline{u}_k - \underline{u}_k \\ \underline{v} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \hat{P}_k & 0 & 0 \\ 0 & Q' & 0 \\ 0 & 0 & Q \end{bmatrix} \quad (\text{A.8.3})$$

である。

ここで $2L+1$ 個の特別な \underline{x}_k^a を定めて、それを $\hat{\chi}_k^i$ ($i=0, 1, \dots, 2L$) のように記すとし、その定義を

$$\hat{\chi}_k^0 \equiv \begin{bmatrix} \hat{x}_k \\ \underline{u}_k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8.4a})$$

$$\hat{\chi}_k^i \equiv \hat{\chi}_k^0 + \left(\sqrt{(L+\lambda) \hat{P}_k^a} \right)_i \quad (i=1, 2, \dots, L) \quad (\text{A.8.4b})$$

$$\hat{\chi}_k^i \equiv \hat{\chi}_k^0 - \left(\sqrt{(L+\lambda) \hat{P}_k^a} \right)_{i-L} \quad (i=L+1, L+2, \dots, 2L) \quad (\text{A.8.4c})$$

とする。これが誤差の性質を代表させたシグマポイントである。また $\sqrt{(L+\lambda) \hat{P}_k^a}$ は $(L+\lambda) \hat{P}_k^a$ の二乗根の i 列目の列ベクトルである。二乗根が計算可能であることは \hat{P}_k^a が非負対象行列であることから明らかである。また λ は後で定義する。

以上で準備が整ったので、式 (A.7.2) を

$$\bar{x}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2L} W_s^i f_k(\hat{\chi}_k^i) \quad (\text{A.8.5})$$

とし、式 (A.7.7) を

$$\bar{P}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2L} W_c^i \left(f_k(\hat{\chi}_k^i) - \hat{x}_k \right) \left(f_k(\hat{\chi}_k^i) - \hat{x}_k \right)^T \quad (\text{A.8.6})$$

と書き換える。そして拡張カルマンフィルタの方法に倣えば、時間更新は完了する。なおここで W_s^i や W_c^i は各シグマポイントに対する重みであり、

$$W_s^i = \begin{cases} \frac{\lambda}{L+\lambda} & (i=0) \\ \frac{1}{2(L+\lambda)} & (i=1, \dots, 2L) \end{cases} \quad (\text{A.8.7})$$

$$W_c^i = \begin{cases} \frac{\lambda}{L+\lambda} + (1-\alpha^2 + \beta) & (i=0) \\ \frac{1}{2(L+\lambda)} & (i=1, \dots, 2L) \end{cases} \quad (\text{A.8.8})$$

である。ただし λ は

$$\lambda = \alpha^2 (L + \kappa) - L \quad (\text{A.8.9})$$

である。 α, β, κ はシグマポイントの統計方法を決定づける重要なパラメータであり、状態量推定やシステム同定では α は 0.001 から 1 の間、 β はガウス分布で最適となる 2、 κ は 0 か $3-L$ と選ばれる [80, 78]。パラメータ選択の基準のいくつかは [81] にある。

観測更新についても、時間更新と同様に、シグマポイントを配置しその統計量を計算することによって行う。以下、観測更新について述べる。

式 (A.7.9) は $\underline{x}, \underline{w}$ は、一つの記号 \underline{x}^a であらわすことができ

$$\underline{z}_{k+1} = h_{k+1}(\underline{x}_{k+1}^a) \quad (\text{A.8.10})$$

となる。ただし \underline{x}_{k+1}^a は

$$\underline{x}_{k+1}^a = \begin{bmatrix} \bar{x}_{k+1} \\ \underline{w}_{k+1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8.11})$$

であり、その誤差共分散は $L' \times L'$ の行列 \bar{P}_{k+1}^a で定義され

$$\bar{P}_{k+1}^a \equiv E [\bar{x}_{k+1}^a \bar{x}_{k+1}^{aT}] = E \left[\begin{bmatrix} \bar{x}_{k+1} - \underline{x}_{k+1} \\ \underline{w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{k+1} - \underline{x}_{k+1} \\ \underline{w} \end{bmatrix}^T \right] = \begin{bmatrix} \bar{P}_{k+1} & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \quad (\text{A.8.12})$$

である。

更に $2L' + 1$ 個の特別な \underline{x}_{k+1}^a であるシグマポイント $\bar{\chi}_{k+1}^i$ ($i = 0, 1, \dots, 2L'$) を以下のように定める。

$$\bar{\chi}_{k+1}^0 \equiv \begin{bmatrix} \bar{x}_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8.13a})$$

$$\bar{\chi}_{k+1}^i \equiv \bar{\chi}_{k+1}^0 + \left(\sqrt{(L' + \lambda) \bar{P}_{k+1}^a} \right)_i \quad (i = 1, 2, \dots, L') \quad (\text{A.8.13b})$$

$$\bar{\chi}_{k+1}^i \equiv \hat{\chi}_{k+1}^0 - \left(\sqrt{(L' + \lambda) \bar{P}_{k+1}^a} \right)_{i-L'} \quad (i = L' + 1, L' + 2, \dots, 2L') \quad (\text{A.8.13c})$$

$\sqrt{(L' + \lambda) \bar{P}_{k+1}^a}$ は $(L' + \lambda) \bar{P}_{k+1}^a$ の二乗根の i 列目の列ベクトルである。 \bar{P}_{k+1}^a が非負対象行列であるから、このような計算は可能である。

そして

$$\bar{z}_{k+1} \equiv \sum_{i=0}^{2L'} W_s^i h_{k+1}(\bar{\chi}_{k+1}^i) \quad (\text{A.8.14})$$

$$P_{\bar{x}_{k+1} \bar{z}_{k+1}} \equiv \sum_{i=0}^{2L'} W_c^i [\bar{\chi}_{k+1}^i - \bar{\chi}_{k+1}^0]_{\bar{x}_{k+1}} \left[h_{k+1}(\bar{\chi}_{k+1}^i) - z_{k+1} \right]^T \quad (\text{A.8.15})$$

$$P_{\bar{z}_{k+1} \bar{z}_{k+1}} \equiv \sum_{i=0}^{2L'} W_c^i \left[h_{k+1}(\bar{\chi}_{k+1}^i) - z_{k+1} \right] \left[h_{k+1}(\bar{\chi}_{k+1}^i) - z_{k+1} \right]^T \quad (\text{A.8.16})$$

とし、式 (A.7.13)、式 (A.7.14)、および式 (A.7.15) を

$$\hat{\underline{x}}_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + K_{k+1} (z_{k+1} - \bar{z}_{k+1}) \quad (\text{A.8.17})$$

$$K_{k+1} = P_{\bar{x}_{k+1} \bar{z}_{k+1}} P_{\bar{z}_{k+1} \bar{z}_{k+1}}^{-1} \quad (\text{A.8.18})$$

$$\hat{P}_{k+1} = \hat{P}_{k+1} - K_{k+1} P_{\bar{z}_{k+1} \bar{z}_{k+1}} K_{k+1}^T \quad (\text{A.8.19})$$

のように書き換える。式 (A.8.15) において $[\chi]_{x_{k+1}}$ は x_{k+1} に相当する χ の部分行列を取得するという意味である。また W_c^i, W_s^i の定義は式 (A.8.7) と同様である。この状態で拡張カルマンフィルタの方法に倣うことによって観測更新は完了する。

付録 B

INS/GPS 複合航法装置に関する補足

本章では、節 4.2 で述べた MEMS INS/GPS 複合航法装置 Sylphide に関して補足を行う。以下では構成するために用いたアルゴリズムの具体的な式、キャリブレーション等について述べる。

B.1 時間更新、観測更新の式

ここでは INS/GPS 複合航法のアルゴリズムについて実際の計算に必要な式の詳細を示す。これらの式は参考文献 [82] の第 3 章に導出過程を詳しく述べてあるので、ここでは導出過程は全て省略し、得られた式のみを示すものとする。

INS/GPS 複合航法のアルゴリズムとして拡張カルマンフィルタ (EKF) を用いたのは先述のとおりであるが、ここでの記述においても EKF の 2 つの状態、すなわち時間更新と観測更新に分けて述べる。

B.1.1 時間更新

時間更新でまず必要となるのは、状態量の時間変化を記述したシステム方程式 (4.2.4) である。これは INS では慣性航法方程式と呼ばれる式で、速度、位置、姿勢にわけて書くと以下のような形をとる。なおバイアス変動の項については式 (4.2.5) にあることから省略した。

- 速度 ($\dot{\vec{r}}_e^n$)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{r}}_e^n \end{Bmatrix} &= \tilde{q}_b^{n*} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{a}^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_b^n + \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{g}^n \end{Bmatrix} \\ &\quad - \left\{ \begin{matrix} 0 \\ (2\vec{\omega}_{e/i}^n + \vec{\omega}_{n/e}^n) \times \dot{\vec{r}}_e^n \end{matrix} \right\} - \tilde{q}_e^{n*} \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \vec{\omega}_{e/i}^e \times (\vec{\omega}_{e/i}^e \times \vec{r}_e) \end{matrix} \right\} \tilde{q}_e^n \end{aligned} \quad (\text{B.1.1})$$

上式の右辺の第三項において $\vec{\omega}_{e/i}^n$ は

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{\omega}_{e/i}^n \end{Bmatrix} = \tilde{q}_e^{n*} \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \Omega_{e/i} \end{matrix} \right\} \tilde{q}_e^n \quad (\text{B.1.2})$$

であり、 $\vec{\omega}_{n/e}^n$ は

$$\vec{\omega}_{n/e}^n = \begin{pmatrix} (\dot{r}_e^n)_Y \left(\frac{\cos \alpha^2}{R_{\text{normal}+h}} + \frac{\sin \alpha^2}{R_{\text{meridian}+h}} \right) + (\dot{r}_e^n)_X \cos \alpha \sin \alpha \left(\frac{1}{R_{\text{normal}+h}} - \frac{1}{R_{\text{meridian}+h}} \right) \\ -(\dot{r}_e^n)_X \left(\frac{\cos \alpha^2}{R_{\text{meridian}+h}} + \frac{\sin \alpha^2}{R_{\text{normal}+h}} \right) + (\dot{r}_e^n)_Y \cos \alpha \sin \alpha \left(\frac{1}{R_{\text{meridian}+h}} - \frac{1}{R_{\text{normal}+h}} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.1.3})$$

である。また右辺第四項は

$$\vec{\omega}_{e/i}^e \times (\vec{\omega}_{e/i}^e \times \vec{r}_e) = 2\Omega_{e/i}^2 (R_{\text{normal}} + h) \begin{pmatrix} (\tilde{q}_e^n)_0 (\tilde{q}_e^n)_2 + (\tilde{q}_e^n)_1 (\tilde{q}_e^n)_3 \\ (\tilde{q}_e^n)_3 (\tilde{q}_e^n)_2 - (\tilde{q}_e^n)_1 (\tilde{q}_e^n)_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.1.4})$$

である。ただし $\Omega_{e/i}$ は地球の自転速度であり、 $R_{\text{meridian}}, R_{\text{normal}}$ はそれぞれ南北方向と東西方向の曲率半径である。

- 位置 (\tilde{q}_e^n, h)

$$\frac{d}{dt} \tilde{q}_e^n = \frac{1}{2} \tilde{q}_e^n \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \vec{\omega}_{n/e}^n \end{matrix} \right\} \quad (\text{B.1.5})$$

$$\frac{d}{dt} h = -(\dot{r}_e^n)_Z \quad (\text{B.1.6})$$

ここで $\vec{\omega}_{n/e}^n$ は式 (B.1.3) より得られる。

- 姿勢 (\tilde{q}_n^b)

$$\dot{\tilde{q}}_n^b = \frac{1}{2} \left[\tilde{q}_n^b \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \vec{\omega}_{b/i}^b \end{matrix} \right\} - \left(\left\{ \begin{matrix} 0 \\ \vec{\omega}_{e/i}^n \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \vec{\omega}_{n/e}^n \end{matrix} \right\} \right) \tilde{q}_n^b \right] \quad (\text{B.1.7})$$

また式 (4.2.6) において、遷移行列 Φ, Γ が必要となるが、これは状態量の真値と推定値の差、すなわち誤差について上記のシステム方程式を書き改めたものである。これはバイアス変動に関する項を省略すると行列 A, B を用いて以下のように定義される。

$$\Phi = (I + A\Delta T) \quad (\text{B.1.8})$$

$$\Gamma = B\Delta T \quad (\text{B.1.9})$$

ただし

$$A \equiv \begin{bmatrix} A_{00} & A_{01} & A_{02} & A_{03} \\ A_{10} & A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{20} & A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{30} & A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.10})$$

$$B \equiv \begin{bmatrix} B_{00} & B_{01} & B_{02} \\ B_{10} & B_{11} & B_{12} \\ B_{20} & B_{21} & B_{22} \\ B_{30} & B_{31} & B_{32} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.11})$$

として

$$A_{00} = - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_2 & \omega_1 \\ \omega_2 & 0 & -\omega_0 \\ -\omega_1 & \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \Big|_{2\vec{\omega}_{e/i}^n + \vec{\omega}_{n/e}^n} + \frac{1}{r_e + h} \begin{bmatrix} \dot{r}_e^n Z & 0 & 0 \\ 0 & \dot{r}_e^n Z & 0 \\ -\dot{r}_e^n X & -\dot{r}_e^n Y & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.12})$$

$$A_{01} = 4\Omega_{e/i} \begin{bmatrix} R_{21}(\dot{r}_n^e)_Y - R_{11}(\dot{r}_n^e)_Z & R_{10}(\dot{r}_n^e)_Z - R_{20}(\dot{r}_n^e)_Y & 0 \\ R_{01}(\dot{r}_n^e)_Z - R_{21}(\dot{r}_n^e)_X & R_{20}(\dot{r}_n^e)_X - R_{00}(\dot{r}_n^e)_Z & 0 \\ R_{11}(\dot{r}_n^e)_X - R_{01}(\dot{r}_n^e)_Y & R_{00}(\dot{r}_n^e)_Y - R_{10}(\dot{r}_n^e)_X & 0 \end{bmatrix}_{\tilde{q}_e^n} \\ + 2\Omega_{e/i}^2 (R_{\text{normal}} + h) \quad (\text{B.1.13})$$

$$\begin{bmatrix} R_{00}R_{10} + R_{01}R_{22} + R_{02}R_{21} & -R_{00}R_{22} + R_{01}R_{10} - R_{02}R_{20} & 0 \\ R_{10}^2 + R_{11}R_{22} + R_{12}R_{21} & -R_{10}R_{22} - R_{11}R_{10} - R_{12}R_{20} & 0 \\ R_{20}R_{10} + R_{21}R_{22} + R_{22}R_{21} & -R_{20}R_{22} - R_{21}R_{10} - R_{22}R_{20} & 0 \end{bmatrix}_{\text{DCM}[\tilde{q}_e^n]} \\ A_{02} = -\frac{1}{(r_e + h)^2} \begin{bmatrix} (\dot{r}_e^n)_X (\dot{r}_e^n)_Z \\ (\dot{r}_e^n)_Y (\dot{r}_e^n)_Z \\ -(\dot{r}_e^n)_X^2 - (\dot{r}_e^n)_Y^2 \end{bmatrix} - \Omega_{e/i}^2 \begin{bmatrix} R_{00}R_{20} - R_{01}R_{21} \\ R_{10}R_{20} - R_{11}R_{21} \\ R_{20}R_{20} - R_{21}R_{21} \end{bmatrix}_{\text{DCM}[\tilde{q}_e^n]} \quad (\text{B.1.14})$$

$$A_{03} = -2 \begin{bmatrix} 0 & -R_{02}a_0^b - R_{12}a_1^b - R_{22}a_2^b & R_{01}a_0^b + R_{11}a_1^b + R_{21}a_2^b \\ R_{02}a_0^b + R_{12}a_1^b + R_{22}a_2^b & 0 & -R_{00}a_0^b - R_{10}a_1^b - R_{20}a_2^b \\ -R_{01}a_0^b - R_{11}a_1^b - R_{21}a_2^b & R_{00}a_0^b + R_{10}a_1^b + R_{20}a_2^b & 0 \end{bmatrix}_{\tilde{q}_e^n} \quad (\text{B.1.15})$$

$$B_{00} = \text{DCM}[\tilde{q}_n^{b*}] \quad (\text{B.1.16})$$

$$B_{01} = 0 \quad (\text{B.1.17})$$

$$B_{02} = \Delta \vec{g}^n \quad (\text{B.1.18})$$

$$A_{10} = \frac{1}{2(r_e + h)} \begin{bmatrix} -R_{10} & R_{00} & 0 \\ -R_{11} & R_{01} & 0 \\ -R_{12} & R_{02} & 0 \end{bmatrix}_{\tilde{q}_e^n} \quad (\text{B.1.19})$$

$$A_{11} = 0 \quad (\text{B.1.20})$$

$$A_{12} = \frac{1}{2(r_e + h)^2} \begin{bmatrix} R_{10}(\dot{r}_e^n)_X - R_{00}(\dot{r}_e^n)_Y \\ R_{11}(\dot{r}_e^n)_X - R_{01}(\dot{r}_e^n)_Y \\ R_{12}(\dot{r}_e^n)_X - R_{02}(\dot{r}_e^n)_Y \end{bmatrix}_{\tilde{q}_e^n} \quad (\text{B.1.21})$$

$$A_{13} = 0 \quad (\text{B.1.22})$$

$$B_{10} = B_{11} = B_{12} = 0 \quad (\text{B.1.23})$$

$$A_{20} = [0 \quad 0 \quad -1] \quad (\text{B.1.24})$$

$$A_{21} = A_{22} = A_{23} = 0 \quad (\text{B.1.25})$$

$$sB_{20} = B_{21} = B_{22} = 0 \quad (\text{B.1.26})$$

$$A_{30} = -\frac{1}{2(r_e + h)} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.27})$$

$$A_{31} = -\Omega_{e/i} \begin{bmatrix} R_{01} & -R_{00} & 0 \\ R_{11} & -R_{10} & 0 \\ R_{21} & -R_{20} & 0 \end{bmatrix}_{\tilde{q}_e^n} \quad (\text{B.1.28})$$

$$A_{32} = \frac{1}{2(r_e + h)^2} \begin{bmatrix} (\dot{r}_e^n)_Y \\ -(\dot{r}_e^n)_X \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.29})$$

$$A_{33} = - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_2 & \omega_1 \\ \omega_2 & 0 & -\omega_0 \\ -\omega_1 & \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \bar{\omega}_{e/i}^n + \bar{\omega}_{n/e}^n \quad (\text{B.1.30})$$

$$B_{31} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} R_{00} & R_{10} & R_{20} \\ R_{01} & R_{11} & R_{21} \\ R_{02} & R_{12} & R_{22} \end{bmatrix} \bar{q}_n^b \quad (\text{B.1.31})$$

$$B_{30} = B_{32} = 0 \quad (\text{B.1.32})$$

である。ここで r_e は地球の半径の平均値である。

B.1.2 観測更新

観測更新でまず必要となるのは、状態量と観測の関係について記述をした観測方程式 (4.2.13) であるが、それは式 (4.2.16) で既に与えられている。そこで、ここではもう一つの必要な定義、すなわち EKF の誤差共分散行列の更新に必要な式 (4.2.14) における行列 H_Δ を示す。

式 (4.2.14) に倣った形で示すと

$$z - h(\hat{x}) = - \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & q_0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\equiv H_\Delta} \begin{bmatrix} \Delta \bar{r}_e^n \\ \bar{\delta}_e^n \\ \Delta h \\ \bar{\delta}_n^b \\ \Delta b \end{bmatrix} + v \quad (\text{B.1.33})$$

となる。

B.2 キャリブレーション

B.2.1 試験方法

Sylphide のキャリブレーションにあたっては、図 B.1 にあける恒温槽とレートテーブルを用いた。恒温槽は槽内の温度を一定の設定温度に保つ装置であり、レートテーブルは一定の速度で回転する台である。また、その他に図 B.2 にあける 3 面が直交したアルミ製の治具 (以下、直交治具) を使用した。

これらの機器を利用して Sylphide の MEMS 慣性センサ、すなわち MEMS 加速度計、および MEMS ジャイロのキャリブレーションを行った。キャリブレーションで求めるのは、これらのセンサのある温度におけるゼロ点、およびスケールファクタ、取り付け誤差である。ここでゼロ点は温度変化によって主に変化するという経験的事実に基づき、試験では恒温槽を利用して特定の温度下での補正情報を取り出すようにしている。

以下の小節では、加速度計、およびジャイロについて、順に述べていく。



図 B.1: 恒温槽 (Espec SU-641) とレートテーブル (COSMATE TT-DC05)

B.2.2 加速度計の補正

加速度計の補正では、重力を用いた。この方法はターンテーブルを必要としない。ターンテーブルを使用すれば、一定の遠心力を発生させ詳細な補正データを得ることができるが、回転中心からセンサまでの距離を精密に計測する必要があるなど複雑であるため、ここでは簡便さを優先し簡易的な方法を示すことにした。

まず試験では直角治具を恒温槽内に設置し、ある一定温度下で直交する3面について静止状態で加速度計の生出力を取得する。すると図 B.3 のような結果を得る。ただし図では温度を -10°C – 40°C に 10°C 刻みで変化させた結果をまとめて示している。

このとき加速度計のある検出軸について、面を変えたことによって以下の式のような関係が成り立つこ

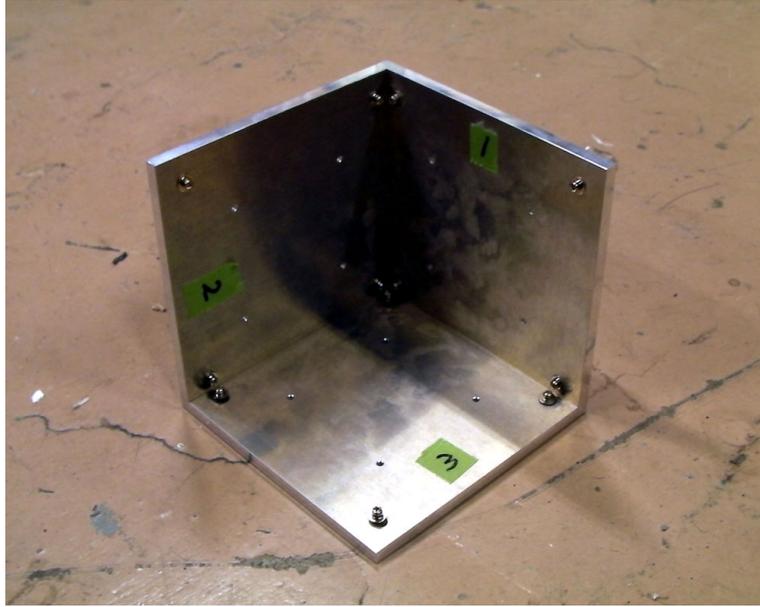


図 B.2: 直交治具

とが想定される。

$$\begin{cases} m_1 = Kg(\vec{a}_\perp \cdot \vec{u}_{01}) + a_{\text{zero}} \\ m_2 = Kg(\vec{a}_\perp \cdot \vec{u}_{02}) + a_{\text{zero}} \\ m_3 = Kg(\vec{a}_\perp \cdot \vec{u}_{03}) + a_{\text{zero}} \end{cases} \quad (\text{B.2.1})$$

ここで g は重力加速度、 m_i は加速度計の出力であり、 a_{zero}, K は求めるべきゼロ点、スケールファクタである。 \vec{a}_\perp, \vec{u}_0 はそれぞれ基準面に対する加速度計の検出軸、面に対する直交ベクトルであり、ノルムが 1 となるように正規化されている。すなわち

$$|\vec{a}_\perp| = 1 \quad (\text{B.2.2})$$

であり、また直交治具によって作り出される 3 面は直交しているから

$$\begin{cases} \vec{u}_{01}^T = (1, 0, 0) \\ \vec{u}_{02}^T = (0, 1, 0) \\ \vec{u}_{03}^T = (0, 0, 1) \end{cases} \quad (\text{B.2.3})$$

となるように基準軸をとることもできる。

式 (B.2.1) で辺々を引いて a_{zero} を消去すると

$$\begin{cases} m_1 - m_2 = Kg(\vec{a}_\perp \cdot (\vec{u}_{g1} - \vec{u}_{g2})) \\ m_2 - m_3 = Kg(\vec{a}_\perp \cdot (\vec{u}_{g2} - \vec{u}_{g3})) \end{cases} \quad (\text{B.2.4})$$

を得るが、ここで式 (B.2.2) と式 (B.2.3) から

$$\begin{cases} m_1 - m_2 = Kg(\vec{a}_{\perp X} - \vec{a}_{\perp Y}) \\ m_2 - m_3 = Kg(\vec{a}_{\perp Y} - \vec{a}_{\perp Z}) \\ \vec{a}_{\perp X}^2 + \vec{a}_{\perp Y}^2 + \vec{a}_{\perp Z}^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{B.2.5})$$

となる。ただし添え字 X, Y, Z は 3 次元ベクトルの X, Y, Z 成分に対応する。

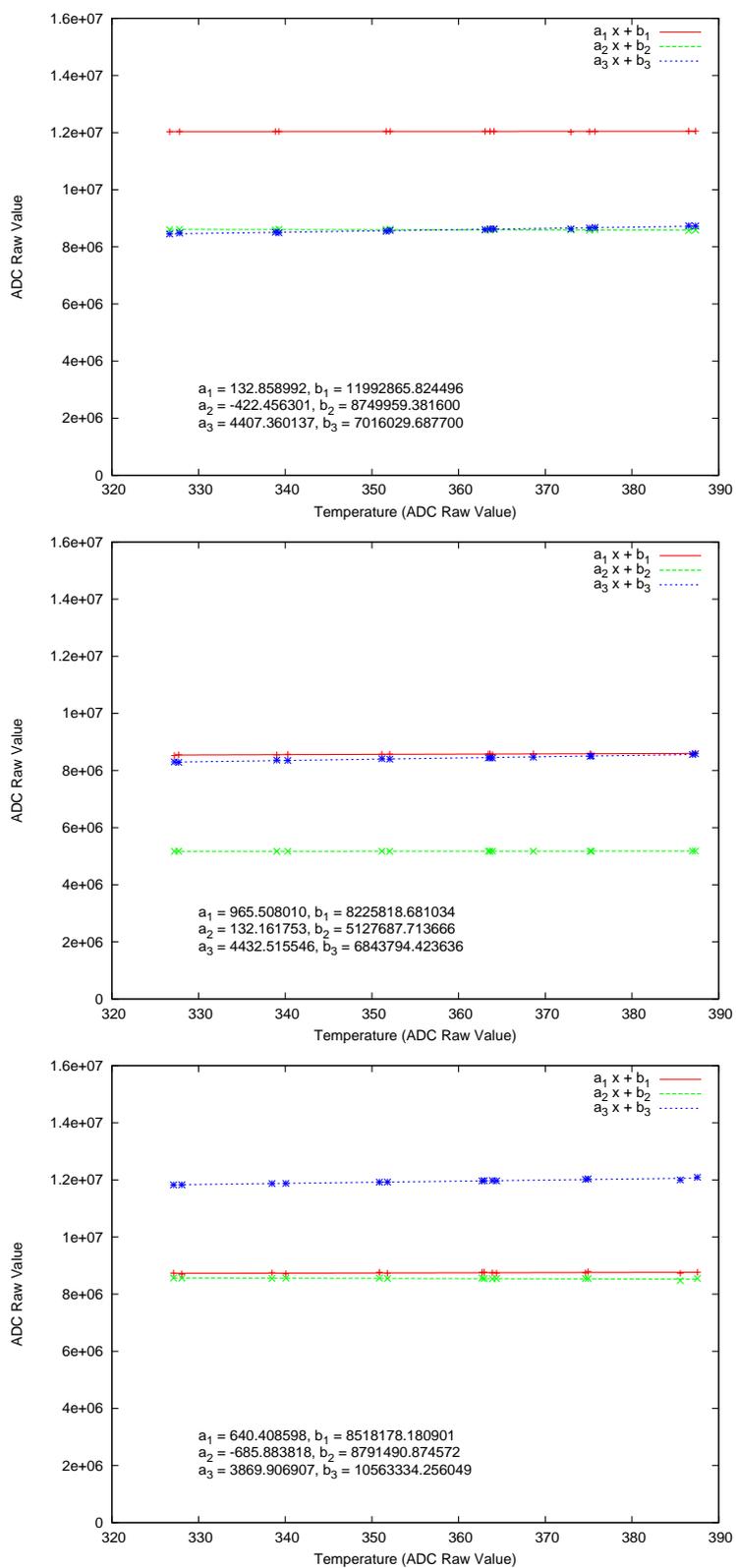


図 B.3: 加速度計の生出力と温度の関係

ここで未知数は K, \vec{a}_\perp の 4 要素であるが式は 3 本しかないため、このままでは解くことができない。そこで使用した MEMS 加速度計は 3 軸 1 パッケージであり、各検出軸が十分に直交しているという仮説を加える。すると、ある検出軸 \vec{a}_\perp と別の検出軸 \vec{a}'_\perp の間には

$$\vec{a}_\perp \cdot \vec{a}'_\perp = 0 \quad (\text{B.2.6})$$

という関係がなりたち、加速度計 3 検出軸、3 測定面について式をたてれば、

$$\begin{cases} m_{11} - m_{12} = K_1 g (\vec{a}_{\perp 1X} - \vec{a}_{\perp 1Y}) \\ m_{12} - m_{13} = K_1 g (\vec{a}_{\perp 1Y} - \vec{a}_{\perp 1Z}) \\ \vec{a}_{\perp 1X}^2 + \vec{a}_{\perp 1Y}^2 + \vec{a}_{\perp 1Z}^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{B.2.7a})$$

$$\begin{cases} m_{21} - m_{22} = K_2 g (\vec{a}_{\perp 2X} - \vec{a}_{\perp 2Y}) \\ m_{22} - m_{23} = K_2 g (\vec{a}_{\perp 2Y} - \vec{a}_{\perp 2Z}) \\ \vec{a}_{\perp 2X}^2 + \vec{a}_{\perp 2Y}^2 + \vec{a}_{\perp 2Z}^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{B.2.7b})$$

$$\begin{cases} m_{31} - m_{32} = K_3 g (\vec{a}_{\perp 3X} - \vec{a}_{\perp 3Y}) \\ m_{32} - m_{33} = K_3 g (\vec{a}_{\perp 3Y} - \vec{a}_{\perp 3Z}) \\ \vec{a}_{\perp 3X}^2 + \vec{a}_{\perp 3Y}^2 + \vec{a}_{\perp 3Z}^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{B.2.7c})$$

$$\begin{cases} \vec{a}_{\perp 1X} \vec{a}_{\perp 2X} + \vec{a}_{\perp 1Y} \vec{a}_{\perp 2Y} + \vec{a}_{\perp 1Z} \vec{a}_{\perp 2Z} = 0 \\ \vec{a}_{\perp 2X} \vec{a}_{\perp 3X} + \vec{a}_{\perp 2Y} \vec{a}_{\perp 3Y} + \vec{a}_{\perp 2Z} \vec{a}_{\perp 3Z} = 0 \\ \vec{a}_{\perp 3X} \vec{a}_{\perp 1X} + \vec{a}_{\perp 3Y} \vec{a}_{\perp 1Y} + \vec{a}_{\perp 3Z} \vec{a}_{\perp 1Z} = 0 \end{cases} \quad (\text{B.2.7d})$$

となって式 12 本、未知数 12 個で解くための必要条件は満たされた。ただし添え字 x_{ij} は i 計測軸における x_j である。

式 (B.2.7) は線形ではないため、ニュートン法で解くことにする。式 (B.2.7a)–(B.2.7c) を線形化すると

$$\begin{cases} m_{i1} - m_{i2} \approx \bar{K}_i g (\vec{a}_{\perp iX} - \vec{a}_{\perp iY}) + \bar{K}_i g (\Delta \vec{a}_{\perp iX} - \Delta \vec{a}_{\perp iY}) + \Delta K_i g (\vec{a}_{\perp iX} - \vec{a}_{\perp iY}) \\ m_{i2} - m_{i3} \approx \bar{K}_i g (\vec{a}_{\perp iY} - \vec{a}_{\perp iZ}) + \bar{K}_i g (\Delta \vec{a}_{\perp iY} - \Delta \vec{a}_{\perp iZ}) + \Delta K_i g (\vec{a}_{\perp iY} - \vec{a}_{\perp iZ}) \\ \vec{a}_{\perp iX}^2 + 2\vec{a}_{\perp iX} \Delta \vec{a}_{\perp iX} + \vec{a}_{\perp iY}^2 + 2\vec{a}_{\perp iY} \Delta \vec{a}_{\perp iY} + \vec{a}_{\perp iZ}^2 + 2\vec{a}_{\perp iZ} \Delta \vec{a}_{\perp iZ} \approx 1 \end{cases} \quad (\text{B.2.8})$$

同様に式 (B.2.7d) を線形化すると

$$\sum_k^{X,Y,Z} (\vec{a}_{\perp ik} \vec{a}_{\perp jk} + \vec{a}_{\perp ik} \Delta \vec{a}_{\perp jk} + \vec{a}_{\perp jk} \Delta \vec{a}_{\perp ik}) = 0 \quad (\text{B.2.9})$$

以上まとめると

$$LX_\Delta \approx R \quad (\text{B.2.10})$$

ただし

$$X_\Delta \equiv \Delta \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 & a_{1X} & a_{1Y} & a_{1Z} & a_{2X} & a_{2Y} & a_{2Z} & a_{3X} & a_{3Y} & a_{3Z} \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.2.11})$$

$$L \equiv \begin{bmatrix} g(\bar{a}_{1X} - \bar{a}_{1Y}) & 0 & 0 & \bar{K}_{1g} & -\bar{K}_{1g} & 0 \\ g(\bar{a}_{1X} - \bar{a}_{1Y}) & 0 & 0 & 0 & \bar{K}_{1g} & -\bar{K}_{1g} \\ 0 & 0 & 0 & 2\bar{a}_{1X} & 2\bar{a}_{1Y} & 2\bar{a}_{1Z} \\ 0 & g(\bar{a}_{2X} - \bar{a}_{2Y}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g(\bar{a}_{2X} - \bar{a}_{2Y}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g(\bar{a}_{3X} - \bar{a}_{3Y}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g(\bar{a}_{3X} - \bar{a}_{3Y}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{a}_{2X} & \bar{a}_{2Y} & \bar{a}_{2Z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{a}_{3X} & \bar{a}_{3Y} & \bar{a}_{3Z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{K}_{2g} & -\bar{K}_{2g} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{K}_{2g} & -\bar{K}_{2g} & 0 & 0 & 0 \\ 2\bar{a}_{2X} & 2\bar{a}_{2Y} & 2\bar{a}_{2Z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{K}_{3g} & -\bar{K}_{3g} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{K}_{3g} & -\bar{K}_{3g} \\ 0 & 0 & 0 & 2\bar{a}_{3X} & 2\bar{a}_{3Y} & 2\bar{a}_{3Z} \\ \bar{a}_{1X} & \bar{a}_{1Y} & \bar{a}_{1Z} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{a}_{3X} & \bar{a}_{3Y} & \bar{a}_{3Z} & \bar{a}_{2X} & \bar{a}_{2Y} & \bar{a}_{2Z} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{a}_{1X} & \bar{a}_{1Y} & \bar{a}_{1Z} \end{bmatrix} \quad (B.2.12)$$

$$R \equiv \begin{bmatrix} (m_{11} - m_{12}) - \bar{K}_{1g}(\bar{a}_{1X} - \bar{a}_{1Y}) \\ (m_{12} - m_{13}) - \bar{K}_{1g}(\bar{a}_{1Y} - \bar{a}_{1Z}) \\ 1 - (\bar{a}_{1X}^2 + \bar{a}_{1Y}^2 + \bar{a}_{1Z}^2) \\ (m_{21} - m_{22}) - \bar{K}_{2g}(\bar{a}_{2X} - \bar{a}_{2Y}) \\ (m_{22} - m_{23}) - \bar{K}_{2g}(\bar{a}_{2Y} - \bar{a}_{2Z}) \\ 1 - (\bar{a}_{2X}^2 + \bar{a}_{2Y}^2 + \bar{a}_{2Z}^2) \\ (m_{31} - m_{32}) - \bar{K}_{3g}(\bar{a}_{3X} - \bar{a}_{3Y}) \\ (m_{32} - m_{33}) - \bar{K}_{3g}(\bar{a}_{3Y} - \bar{a}_{3Z}) \\ 1 - (\bar{a}_{3X}^2 + \bar{a}_{3Y}^2 + \bar{a}_{3Z}^2) \\ -\bar{a}_{1X}\bar{a}_{2X} - \bar{a}_{1Y}\bar{a}_{2Y} - \bar{a}_{1Z}\bar{a}_{2Z} \\ -\bar{a}_{2X}\bar{a}_{3X} - \bar{a}_{2Y}\bar{a}_{3Y} - \bar{a}_{2Z}\bar{a}_{3Z} \\ -\bar{a}_{3X}\bar{a}_{1X} - \bar{a}_{3Y}\bar{a}_{1Y} - \bar{a}_{3Z}\bar{a}_{1Z} \end{bmatrix} \quad (B.2.13)$$

このとき

$$X_{\Delta} = L^{-1}R \quad (B.2.14)$$

となる (概ね逆行列は存在する) から、

$$X \leftarrow X + X_{\Delta} \quad (B.2.15)$$

と反復計算を行えば解が求まる。そして a_{zero} もここでの結果を利用し計算できる。以上をもってある温度におけるゼロ点とスケールファクタ、取り付け誤差を取得することができた。これを様々な温度に対し繰り返すことで、加速度計のキャリブレーションは完了する。

このキャリブレーション結果を実際の加速度 \vec{f} を検出するのに利用する際は、

$$\begin{cases} m_1 = K_1 \vec{f} \cdot \vec{a}_{\perp 1} + a_{\text{zero}1} \\ m_2 = K_2 \vec{f} \cdot \vec{a}_{\perp 2} + a_{\text{zero}2} \\ m_3 = K_3 \vec{f} \cdot \vec{a}_{\perp 3} + a_{\text{zero}3} \end{cases} \quad (\text{B.2.16})$$

が成り立つ。ここで式変形を行って

$$\begin{bmatrix} m_1 - a_{\text{zero}1} \\ m_2 - a_{\text{zero}2} \\ m_3 - a_{\text{zero}3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}_{\perp 1}^T \\ \vec{a}_{\perp 2}^T \\ \vec{a}_{\perp 3}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_X \\ f_Y \\ f_Z \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.17})$$

となる。ゆえに

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f_X \\ f_Y \\ f_Z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \vec{a}_{\perp 1}^T \\ \vec{a}_{\perp 2}^T \\ \vec{a}_{\perp 3}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{K_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{K_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{K_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 - a_{\text{zero}1} \\ m_2 - a_{\text{zero}2} \\ m_3 - a_{\text{zero}3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \vec{a}_{\perp 1}^T \\ \vec{a}_{\perp 2}^T \\ \vec{a}_{\perp 3}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (m_1 - a_{\text{zero}1})/K_1 \\ (m_2 - a_{\text{zero}2})/K_2 \\ (m_3 - a_{\text{zero}3})/K_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.2.18})$$

とすればよい。

B.2.3 ジャイロの補正

ジャイロの補正では、レートテーブルによって発生される回転角速度を利用する。恒温槽で温度を一定に保ち、その状態で回転速度を変化させて、回転速度とジャイロの生出力の関係を取得する。

ここで例えば図 B.4 のように、ある特定の温度におけるゼロ点は無回転時の値から簡単に決定することができるから、以下ではジャイロの生出力はゼロ点での値を引いたものとして考える。ただし図では温度を -10°C – 40°C に 10°C 刻みで変化した結果をまとめて示している。

ある一定温度下で回転速度を変化させたジャイロの生出力は、加速度計の場合と同じように直交治具を使って 3 直交面に対して行うことで、図 B.5 のような結果を得る。図では -150deg/s から 150deg/s まで 10deg/s で回転速度を変化した結果を示している。

このとき以下の関係が成り立つことが想定される。

$$\begin{cases} n_{11} = \omega K_1 \vec{\omega}_{\perp 1} \cdot \vec{u}_{01} \\ n_{12} = \omega K_2 \vec{\omega}_{\perp 2} \cdot \vec{u}_{01} \\ n_{13} = \omega K_3 \vec{\omega}_{\perp 3} \cdot \vec{u}_{01} \end{cases} \quad (\text{B.2.19a})$$

$$\begin{cases} n_{21} = \omega K_1 \vec{\omega}_{\perp 1} \cdot \vec{u}_{02} \\ n_{22} = \omega K_2 \vec{\omega}_{\perp 2} \cdot \vec{u}_{02} \\ n_{23} = \omega K_3 \vec{\omega}_{\perp 3} \cdot \vec{u}_{02} \end{cases} \quad (\text{B.2.19b})$$

$$\begin{cases} n_{31} = \omega K_1 \vec{\omega}_{\perp 1} \cdot \vec{u}_{03} \\ n_{32} = \omega K_2 \vec{\omega}_{\perp 2} \cdot \vec{u}_{03} \\ n_{33} = \omega K_3 \vec{\omega}_{\perp 3} \cdot \vec{u}_{03} \end{cases} \quad (\text{B.2.19c})$$

ただし n はジャイロの生出力、 ω は回転速度、 K はスケールファクタである。そして $\vec{\omega}_{\perp}, \vec{u}_0$ は、それぞれノルムが 1 になるよう正規化された基準面に対するジャイロの角速度の検出軸、および治具の面の直交

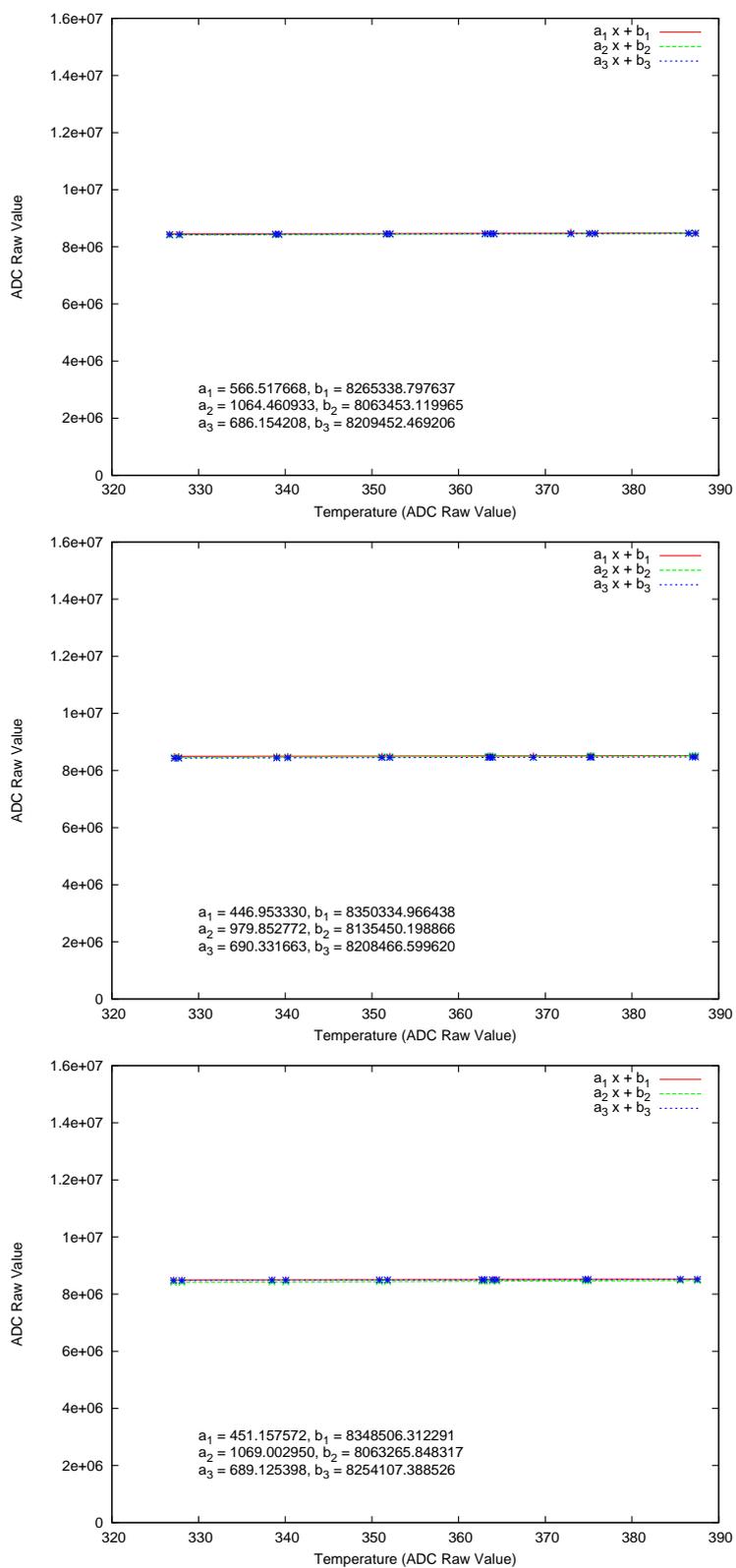


図 B.4: 無回転時におけるジャイロの生出力と温度の関係

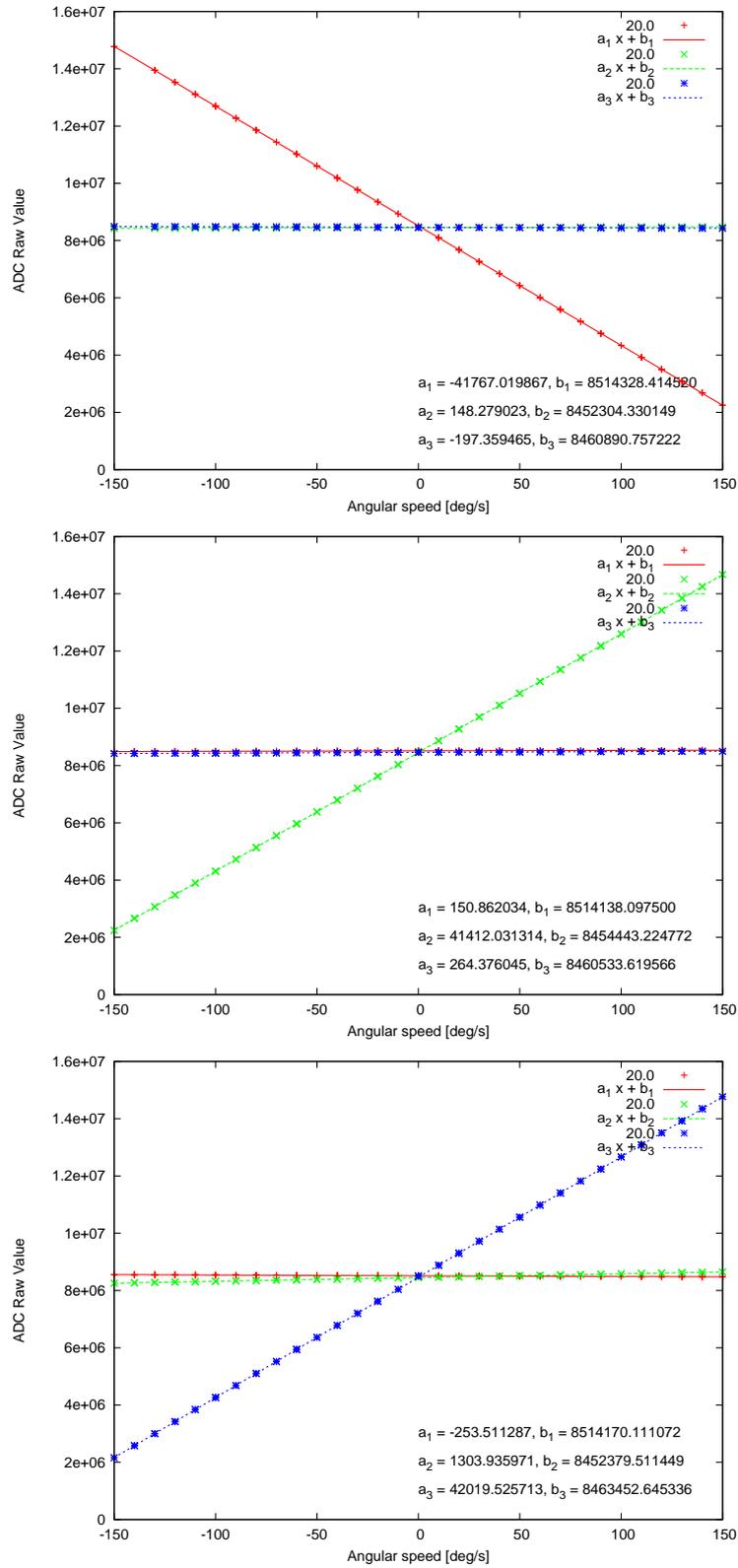


図 B.5: ある温度下におけるジャイロの生出力と回転速度の関係

ベクトルである。ここで未知数は K および $\vec{\omega}_\perp$ であり、また \vec{u}_0 の定義は式 (B.2.3) と等しくとることができる。

式 (B.2.19) をまとめて書くと

$$\begin{bmatrix} \frac{n_{11}}{\omega} & \frac{n_{12}}{\omega} & \frac{n_{13}}{\omega} \\ \frac{n_{21}}{\omega} & \frac{n_{22}}{\omega} & \frac{n_{23}}{\omega} \\ \frac{n_{31}}{\omega} & \frac{n_{32}}{\omega} & \frac{n_{33}}{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{u}_{01}^T \\ \vec{u}_{02}^T \\ \vec{u}_{03}^T \end{bmatrix} [K_1 \vec{\omega}_{\perp 1} \quad K_2 \vec{\omega}_{\perp 2} \quad K_3 \vec{\omega}_{\perp 3}] \quad (\text{B.2.20})$$

となるが、ここで $\frac{n_{11}}{\omega}$ などは最小二乗法からそれぞれ一意に定めることができるので式を変形して

$$[K_1 \vec{\omega}_{\perp 1} \quad K_2 \vec{\omega}_{\perp 2} \quad K_3 \vec{\omega}_{\perp 3}] = \begin{bmatrix} \vec{u}_{01}^T \\ \vec{u}_{02}^T \\ \vec{u}_{03}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.21})$$

となり、未知数によって形成された左辺は計算で求めることができる。

このキャリブレーション結果を実際の角速度 $\vec{\omega}$ を検出するのに利用する際は、

$$\begin{cases} n_1 = K_1 \vec{\omega}_{\perp 1} \cdot \vec{\omega} \\ n_2 = K_2 \vec{\omega}_{\perp 2} \cdot \vec{\omega} \\ n_3 = K_3 \vec{\omega}_{\perp 3} \cdot \vec{\omega} \end{cases} \quad (\text{B.2.22})$$

が成り立つことから、

$$\vec{\omega} = [K_1 \vec{\omega}_{\perp 1} \quad K_2 \vec{\omega}_{\perp 2} \quad K_3 \vec{\omega}_{\perp 3}]^{-T} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.23})$$

とすればよい。

ところで K や $\vec{\omega}_\perp$ を実際に求めたければ、 $|\vec{\omega}_\perp|$ であることから

$$\begin{cases} K_1 = \sqrt{(K_1 \vec{\omega}_{\perp 1}) \cdot (K_1 \vec{\omega}_{\perp 1})} \\ K_2 = \sqrt{(K_2 \vec{\omega}_{\perp 2}) \cdot (K_2 \vec{\omega}_{\perp 2})} \\ K_3 = \sqrt{(K_3 \vec{\omega}_{\perp 3}) \cdot (K_3 \vec{\omega}_{\perp 3})} \end{cases} \quad (\text{B.2.24})$$

とすれば K が定まり、 $\vec{\omega}_\perp$ も定まる。

B.3 Lever arm effect

GPS アンテナ位置 \vec{r}_{GPS} と INS の設置位置 \vec{r} には次の関係が成り立つ。

$$\vec{r}_{\text{GPS}} = \vec{r} + \vec{l} \quad (\text{B.3.1})$$

ここで \vec{l} が両者の差、すなわち “Lever arm” である。この式から出発して、位置と速度について Lever arm effect を考慮した観測方程式を導出する。

B.3.1 位置

状態量としての位置は、クォータニオン \tilde{q}_e^n とスカラー量 h の組み合わせであらわされるから、式 (B.3.1) は以下の式に変換される。

$$(\tilde{q}_e^n \tilde{q}_{\text{lever}}^*) = \tilde{q}_e^n \quad (\text{B.3.2a})$$

$$h_{\text{GPS}} - h_{\text{lever}} = h \quad (\text{B.3.2b})$$

まずは式 (B.3.2a) を見ていくことにする。式 (B.3.2a) を緯度 ϕ や経度 λ 、アジムス角 α で書き改めると

$$\begin{aligned} (\tilde{q}_{e\text{GPS}}^n \tilde{q}_{\text{lever}}^*) &= \begin{Bmatrix} \cos \frac{\lambda+\delta\lambda}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\lambda+\delta\lambda}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \frac{-\phi-\delta\phi}{2} \\ 0 \\ \sin \frac{-\phi-\delta\phi}{2} \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\alpha}{2} \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\lambda+\alpha+\delta\lambda}{2} \left(\cos \frac{-\phi-\delta\phi}{2} + \sin \frac{-\phi-\delta\phi}{2} \right) \\ \sin \frac{\lambda-\alpha+\delta\lambda}{2} \left(\cos \frac{-\phi-\delta\phi}{2} - \sin \frac{-\phi-\delta\phi}{2} \right) \\ -\cos \frac{\lambda-\alpha+\delta\lambda}{2} \left(\cos \frac{-\phi-\delta\phi}{2} - \sin \frac{-\phi-\delta\phi}{2} \right) \\ \sin \frac{\lambda+\alpha+\delta\lambda}{2} \left(\cos \frac{-\phi-\delta\phi}{2} + \sin \frac{-\phi-\delta\phi}{2} \right) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.3.3})$$

のようになる。さらに状態量の推定値と真値の差に注目すると

$$\begin{aligned} &(\tilde{q}_{e\text{GPS}}^n \tilde{q}_{\text{lever}}^*) + \Delta(\tilde{q}_{e\text{GPS}}^n \tilde{q}_{\text{lever}}^*) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\lambda+\alpha+\delta\lambda+\Delta\delta\lambda}{2} \left(\cos \frac{-\phi-\delta\phi-\Delta\delta\phi}{2} + \sin \frac{-\phi-\delta\phi-\Delta\delta\phi}{2} \right) \\ \sin \frac{\lambda-\alpha+\delta\lambda+\Delta\delta\lambda}{2} \left(\cos \frac{-\phi-\delta\phi-\Delta\delta\phi}{2} - \sin \frac{-\phi-\delta\phi-\Delta\delta\phi}{2} \right) \\ -\cos \frac{\lambda-\alpha+\delta\lambda+\Delta\delta\lambda}{2} \left(\cos \frac{-\phi-\delta\phi-\Delta\delta\phi}{2} - \sin \frac{-\phi-\delta\phi-\Delta\delta\phi}{2} \right) \\ \sin \frac{\lambda+\alpha+\delta\lambda+\Delta\delta\lambda}{2} \left(\cos \frac{-\phi-\delta\phi-\Delta\delta\phi}{2} + \sin \frac{-\phi-\delta\phi-\Delta\delta\phi}{2} \right) \end{Bmatrix} \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} \left(c_{\lambda+} - s_{\lambda+} \frac{\Delta\delta\lambda}{2} \right) \left(c_{\phi} - s_{\phi} \frac{-\Delta\delta\phi}{2} + s_{\phi} + c_{\phi} \frac{-\Delta\delta\phi}{2} \right) \\ \left(s_{\lambda-} + c_{\lambda-} \frac{\Delta\delta\lambda}{2} \right) \left(c_{\phi} - s_{\phi} \frac{-\Delta\delta\phi}{2} - s_{\phi} - c_{\phi} \frac{-\Delta\delta\phi}{2} \right) \\ \left(-c_{\lambda-} + s_{\lambda-} \frac{\Delta\delta\lambda}{2} \right) \left(c_{\phi} - s_{\phi} \frac{-\Delta\delta\phi}{2} - s_{\phi} - c_{\phi} \frac{-\Delta\delta\phi}{2} \right) \\ \left(s_{\lambda+} + c_{\lambda+} \frac{\Delta\delta\lambda}{2} \right) \left(c_{\phi} - s_{\phi} \frac{-\Delta\delta\phi}{2} + s_{\phi} + c_{\phi} \frac{-\Delta\delta\phi}{2} \right) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.3.4})$$

となる。ただし $c_x \equiv \cos x, s_x \equiv \sin x$ である。辺々引くと、誤差に関する式

$$\Delta(\tilde{q}_{e\text{GPS}}^n \tilde{q}_{\text{lever}}^*) \approx \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} -c_{\lambda+} (-s_{\phi} + c_{\phi}) \Delta\delta\phi - (c_{\phi} + s_{\phi}) s_{\lambda+} \Delta\delta\lambda \\ -s_{\lambda-} (-s_{\phi} - c_{\phi}) \Delta\delta\phi + (c_{\phi} - s_{\phi}) c_{\lambda-} \Delta\delta\lambda \\ c_{\lambda-} (-s_{\phi} - c_{\phi}) \Delta\delta\phi + (c_{\phi} - s_{\phi}) s_{\lambda-} \Delta\delta\lambda \\ -s_{\lambda+} (-s_{\phi} + c_{\phi}) \Delta\delta\phi + (c_{\phi} + s_{\phi}) c_{\lambda+} \Delta\delta\lambda \end{Bmatrix} \quad (\text{B.3.5})$$

を得る。

以下、式 (B.3.5) に含まれる未定義の記号を定義済みの記号であらわしていく。Lever arm による緯度、および経度の差 $\delta\phi, \delta\lambda$ は

$$\delta\phi = - \left[\tilde{q}_g^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_g^{b*} \right]_{\text{vec}N} / R_{\text{meridian}} \quad (\text{B.3.6})$$

$$\delta\lambda = - \left[\tilde{q}_g^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_g^{b*} \right]_{\text{vec}E} / \beta \quad (\text{B.3.7})$$

とあらわされる。これらの推定値と真値の差 $\Delta\delta\phi, \Delta\delta\lambda$ は

$$\begin{aligned}\Delta\delta\phi &= -\Delta \left[\tilde{q}_g^b \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \tilde{l}_e^b \end{array} \right\} \tilde{q}_g^{b*} \right]_{\text{vec} N} / R_{\text{meridian}} \\ &= - \left[2\vec{\delta}_n^b \times \left[\tilde{q}_n^b \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \tilde{l}_e^b \end{array} \right\} \tilde{q}_n^{b*} \right]_{\text{vec} N} \right] / R_{\text{meridian}} \\ &= - \frac{2}{R_{\text{meridian}}} \left[\begin{array}{ccc} 0 & v_3 & -v_2 \\ -v_3 & 0 & v_1 \\ v_2 & -v_1 & 0 \end{array} \right]_{\text{vec} N} \vec{\delta}_n^b\end{aligned}\quad (\text{B.3.8})$$

$$\begin{aligned}\Delta\delta\lambda &= -\Delta \left[\tilde{q}_g^b \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \tilde{l}_e^b \end{array} \right\} \tilde{q}_g^{b*} \right]_{\text{vec} E} / \beta \\ &= - \left[2\vec{\delta}_n^b \times \left[\tilde{q}_n^b \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \tilde{l}_e^b \end{array} \right\} \tilde{q}_n^{b*} \right]_{\text{vec} E} \right] / \beta \\ &= - \frac{2}{\beta} \left[\begin{array}{ccc} 0 & v_3 & -v_2 \\ -v_3 & 0 & v_1 \\ v_2 & -v_1 & 0 \end{array} \right]_{\text{vec} E} \vec{\delta}_n^b\end{aligned}\quad (\text{B.3.9})$$

となる。ただし

$$\begin{aligned}\left[\begin{array}{ccc} 0 & v_3 & -v_2 \\ -v_3 & 0 & v_1 \\ v_2 & -v_1 & 0 \end{array} \right]_{\text{vec} N,E,D} \vec{\delta}_n^b &= \left[\begin{array}{ccc} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc} 0 & v_3 & -v_2 \\ -v_3 & 0 & v_1 \\ v_2 & -v_1 & 0 \end{array} \right]_{\text{vec} N,E,D} \vec{\delta}_n^b \\ &= \left[\begin{array}{ccc} \sin \alpha v_3 & \cos \alpha v_3 & -\cos \alpha v_2 - \sin \alpha v_1 \\ -\cos \alpha v_3 & \sin \alpha v_3 & -\sin \alpha v_2 + \cos \alpha v_1 \\ v_2 & -v_1 & 0 \end{array} \right] \vec{\delta}_n^b\end{aligned}\quad (\text{B.3.10})$$

である。

以上で式 (B.3.2a) に関する観測方程式を得ることができ、それは

$$(\tilde{q}_e^n_{\text{GPS}} \tilde{q}_{\text{lever}}^*) - \tilde{q}_e^n = -\Delta \tilde{q}_e^n + \Delta (\tilde{q}_e^n_{\text{GPS}} \tilde{q}_{\text{lever}}^*) + \tilde{w}\quad (\text{B.3.11})$$

である。

一方、式 (B.3.2b) に関して観測方程式は

$$h_{\text{GPS}} - (\bar{h}_{\text{lever}} + \Delta h_{\text{lever}}) = \bar{h} - \Delta h + w\quad (\text{B.3.12})$$

となる。式を変形して

$$h_{\text{GPS}} - \bar{h}_{\text{lever}} - \bar{h} = -\Delta h - \Delta h_{\text{lever}} + w\quad (\text{B.3.13})$$

であるが、ここで Δh_{lever} は

$$\begin{aligned}\Delta h_{\text{lever}} &= -\Delta \left[\tilde{q}_g^b \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \tilde{l}_e^b \end{array} \right\} \tilde{q}_g^{b*} \right]_{\text{vec} D} \\ &= - \left[2\vec{\delta}_n^b \times \left[\tilde{q}_n^b \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \tilde{l}_e^b \end{array} \right\} \tilde{q}_n^{b*} \right]_{\text{vec} D} \right] \\ &= -2 \left[\begin{array}{ccc} 0 & v_3 & -v_2 \\ -v_3 & 0 & v_1 \\ v_2 & -v_1 & 0 \end{array} \right]_{\text{vec} D} \vec{\delta}_n^b\end{aligned}\quad (\text{B.3.14})$$

である。

B.3.2 速度

速度に関する観測方程式は、式 (B.3.1) を微分することから導出される。すなわち

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{r}}_e^n \end{Bmatrix}_{\text{GPS}} = \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{r}_e^n \end{Bmatrix} + \frac{d}{dt} \left[\tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \right] \quad (\text{B.3.15})$$

である。計算を進めると

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{r}}_e^n \end{Bmatrix}_{\text{GPS}} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{r}}_e^n \end{Bmatrix} + \left[\dot{\tilde{q}}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} + \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{l}}_e^b \end{Bmatrix} \dot{\tilde{q}}_n^{b*} \right] \\ &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{r}}_e^n \end{Bmatrix} + \left[\frac{1}{2} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{\omega}_{b/n}^n \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} + \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{l}}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{\omega}_{b/n}^n \end{Bmatrix}^* \right] \\ &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{r}}_e^n \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{\omega}_{b/n}^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} + \frac{1}{2} \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{l}}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ -\vec{\omega}_{b/n}^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{r}}_e^n \end{Bmatrix} + \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{\omega}_{b/n}^b \times \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{r}}_e^n - \Delta \dot{\vec{r}}_e^n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ -\vec{\delta}_n^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ (\vec{\omega}_{b/n}^b - \Delta \vec{\omega}_{b/n}^b) \times \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\vec{\delta}_n^b \end{Bmatrix}^* \\ &\approx \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\vec{r}}_e^n - \Delta \dot{\vec{r}}_e^n \end{Bmatrix} + \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{\omega}_{b/n}^b \times \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \\ &\quad + \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ -\Delta \vec{\omega}_{b/n}^b \times \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} - \left\{ 2 \vec{\delta}_n^b \times \left[\tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{\omega}_{b/n}^b \times \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \right]_{\text{vec}} \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.3.16})$$

となる。

ここで式変形を行い $\dot{\vec{r}}_e^n_{\text{GPS}}$ を真値でなく観測量と見れば、観測方程式

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}}_e^n_{\text{GPS}} - \dot{\vec{r}}_e^n - \left[\tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{\omega}_{b/n}^b \times \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \right]_{\text{vec}} \\ &= -\Delta \dot{\vec{r}}_e^n - \tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta \vec{\omega}_{b/n}^b \times \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} - 2 \vec{\delta}_n^b \times \left[\tilde{q}_n^b \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{\omega}_{b/n}^b \times \vec{l}_e^b \end{Bmatrix} \tilde{q}_n^{b*} \right]_{\text{vec}} + \underline{w} \\ &= -\Delta \dot{\vec{r}}_e^n - \text{DCM} \left[\tilde{q}_n^b \right] \begin{bmatrix} 0 & v_3 & -v_2 \\ -v_3 & 0 & v_1 \\ v_2 & -v_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Delta \vec{\omega}_{b/n}^b \\ \vec{l}_e^b \end{matrix} \\ &\quad - 2 \begin{bmatrix} 0 & v_3 & -v_2 \\ -v_3 & 0 & v_1 \\ v_2 & -v_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \vec{\delta}_n^b + \underline{w} \\ \end{matrix} \Big|_{\text{vec}} \end{aligned} \quad (\text{B.3.17})$$

を得る。ただし

$$\begin{aligned}
 \Delta \vec{\omega}_{b/n}^n &= \Delta \vec{\omega}_{b/i}^n - \Delta \vec{\omega}_{e/i}^n - \Delta \vec{\omega}_{n/e}^n \\
 &= \Delta \vec{\omega}_{b/i}^n - 2\Omega_{e/i} \begin{bmatrix} R_{01} & -R_{00} & 0 \\ R_{11} & -R_{10} & 0 \\ R_{21} & -R_{20} & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \vec{\delta}_e^n \\ \vec{q}_e^n \end{matrix} \\
 &\quad - \left(\frac{1}{r_e + h} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Delta \dot{\vec{r}}_e^n - \frac{1}{(r_e + h)^2} \begin{pmatrix} (\dot{r}_e^n)_Y \\ -(\dot{r}_e^n)_X \\ 0 \end{pmatrix} \Delta h \right)
 \end{aligned} \tag{B.3.18}$$

である。

付録 C

その他の補足

本章ではこれまでの補遺で扱っていない詳細な内容について取り扱う。

C.1 風洞試験と簡易推算法の比較

節 3.3 について、有次元安定微係数の参照値についてまとめたが、そこでは実測値ではない簡易推算法による数値が多数散見される。簡易推算法はあくまでも簡易的な推算法であり、その精度に疑問が残るであろう。本節ではその疑問に応えるべく、簡易推算法、および風洞試験から算出した有次元安定微係数の双方の比較について示してある。

表 C.1、および表 C.2 に挙げたのは MARS07AF とオルカについて、風洞試験、および簡易推算法による安定微係数である。それぞれの方法によって求めた安定微係数の他、両者を比較した相対値を示した。その相対値によると、MARS07AF については全ての微係数について、簡易推算法による値は風洞試験の値と非常に近いことがわかる。またオルカについても、 N'_β で符号が逆転していることを除けば、符号やオーダーという視点でみる限り MARS07AF の場合と同様に簡易推算法の値は信頼できるものであることがわかる。以上から、本研究で用いた簡易推算法による値は、多くにおいて十分確からしいといえることができる。

C.2 ソースコードリスト

本研究を行うにあたって、計算機用のプログラムを多数作成したが、ここでは本文の飛行ログ取得、解析という手順に倣ってそのソースコードについて述べる。

図 C.1 に飛行ログ取得までの流れ図を示した。ここで赤丸で示したのがプログラムである。飛行ログは第 4 で示したアビオニクスによって取得されるが、そのアビオニクスから飛行ログを得る経路において最も処理を要するのは航法情報である。航法情報は 3 通りの方法で得ることができ、図では丸数字で示したのが各方法にあたる。

第一の方法 (①) は、アビオニクスから SD カード経由で取得したファイルをオフラインで処理することによって航法情報を得るが、それには `analyze.exe` というプログラムを用いる。このプログラムには、数多くのオプションが存在し、最適スムージングに関する設定なども含まれる。

表 C.1: 風洞試験と簡易推算法の比較 (MARS07AF)

記号	風洞試験	簡易推算法	風洞試験を 1 とした ときの相対値
X_u	-0.388	-0.0735	0.189
X_α	9.17	8.68	0.947
Z_u	-1.81	-1.81	1.00
Z_α	-238	-252	1.06
Z_{δ_e}	-7.00	-12.6	1.80
M_α	-102	-148	1.45
M_{δ_e}	-104	-128	1.24
Y_β	-29.0	-15.2	0.525
Y_{δ_r}	6.39	7.01	1.10
L'_β	-278	-247	0.888
L'_{δ_a}	534	711	1.33
L'_{δ_r}	31.4	43.0	1.37
N'_β	81.7	101	1.24
N'_{δ_a}	-72.8	-82.0	1.13
N'_{δ_r}	-47.5	-49.4	1.04

表 C.2: 風洞試験と簡易推算法の比較 (オルカ)

記号	風洞試験	簡易推算法	風洞試験を 1 とした ときの相対値
X_α	4.29	2.75	0.640
Z_α	-144	-115	0.804
Z_{δ_e}	-14.0	-10.5	0.748
M_α	-88.8	-30.1	0.339
M_{δ_e}	-98.3	-72.2	0.735
Y_β	-18.2	-31.8	1.75
Y_{δ_r}	4.54	6.29	1.38
L'_β	-95.8	-164	1.71
L'_{δ_a}	269	90.3	0.335
L'_{δ_r}	23.9	21.1	0.882
N'_β	25.2	-5.32	-0.212
N'_{δ_a}	23.3	7.39	0.317
N'_{δ_r}	-19.1	-24.8	1.30

第二の方法 (②) は、アビオニクスから USB 経由で流れてくる情報をオンラインで処理することで航法情報を得る `analyzeRT.exe` である。上記の `analyze.exe` に比べ処理オプションが少なく解析の自由度も限られるが、リアルタイムで航法情報を得ることができる。なお USB 経由ではなくアビオニクスの SD カードに蓄積されたファイルを飛行後に処理する際にも、この `analyzeRT.exe` を仕様することはできる。

第三の方法 (③) は、アビオニクス上に搭載されている DSP を用いてオンラインで航法情報を得る方法である。この場合の DSP 上のプログラムは `sylph_nav.h` を中心に機能する。

以上、航法情報の取得方法について述べてきたが、これを ADS やコマンドロガーから得た情報と `make_flight_log.rb` というプログラムを用いることによって、解析に用いる形式での飛行ログが生成されることになる。

次に図 C.2 に飛行ログ解析の流れを示す。飛行ログの解析を行うにあたって必要となるのが、前出の飛行ログに加えて、どの時間帯にどのような特徴的な運動を励起しているか、あるいは安定微係数の参照値はいくらなのか、といったことを定めた `log_si.rb` というファイルが必要になる。例えば 2008 年 8 月 6 日に行ったエクゼクティブジェットの実験では `log_si.rb` のようになる。

この `log_si.rb` は内部的に `log_si_runner.rb` というプログラムを呼び出すよう定義する。この `log_si_runner.rb` が解析に関わるトップレベルのプログラムであり、図に示した 5 つのオプション、すなわち `split`(特徴的な飛行ログを切り出す)、`plot`(飛行ログの可視化)、`sim`(指定した微係数による飛行シミュレーション)、`est`(微係数の推定を各手法で行う)、`ppmra`(PP-MRA 手法を適用し可視化する)を行うことができる。図にはこれらオプションを指定することで、どのようなプログラムが内部的に呼び出されることになるかを示してある。以下、図に表したプログラムを順に説明していこう。

- `plot_log_longitudinal.rb` および `plot_log_lateral.rb` は、飛行ログについて縦または横の運動で重要なパラメータの時系列グラフを作成する。
- `plot_est.rb` は推定の結果得られた微係数について、固有モードを求めて表示する。適用した手法がオンライン手法である場合は、微係数の時間変化や手法が算出した誤差分散の推定値の時系列グラフも作成する。
- `ppmra.rb` は、節 6.2 で述べた PP-MRA 法を適用し、飛行ログを時間周波数軸で分析したり、信号の再構成を行うためのプログラムである。節 6.4 で述べた PP-MRA 法を利用したオフライン手法を適用したければ、この `ppmra.rb` で得られたログを `est` オプションで処理すればよい。また連続して解析を行うための `ppmra_est` というオプションも、`log_si_runner.rb` には存在する。
- `RPE_KF` にある `longitudinal.exe`、および `lateral.exe` は、縦、および横の運動をシミュレーションしたり、あるいは拡張カルマンフィルタ (EKF) やアンセンテッドカルマンフィルタ (UKF) による微係数の推定を行うことができる。プロセスノイズや観測誤差といった値を設定するなどの起動オプションがプログラムには多数存在するが、これらは `log_si_runner.rb` によって自動生成されている。
- `PE_EquationError` にある `longitudinal.exe`、および `lateral.exe` は、縦、および横の運動を捉えた飛行ログから、再帰的最小二乗法 (RLS) やフーリエ変換回帰法 (FTR)、そして節 6.5 で触れた新手法である WFR による微係数の推定を行うことができる。これも多くの起動オプションを取るプログラムであるが、同じく `log_si_runner.rb` によって自動生成されている。
- 最後に `FEM` はフィルタエラーメソッドによって解析を行うためのツールが格納されている。これ

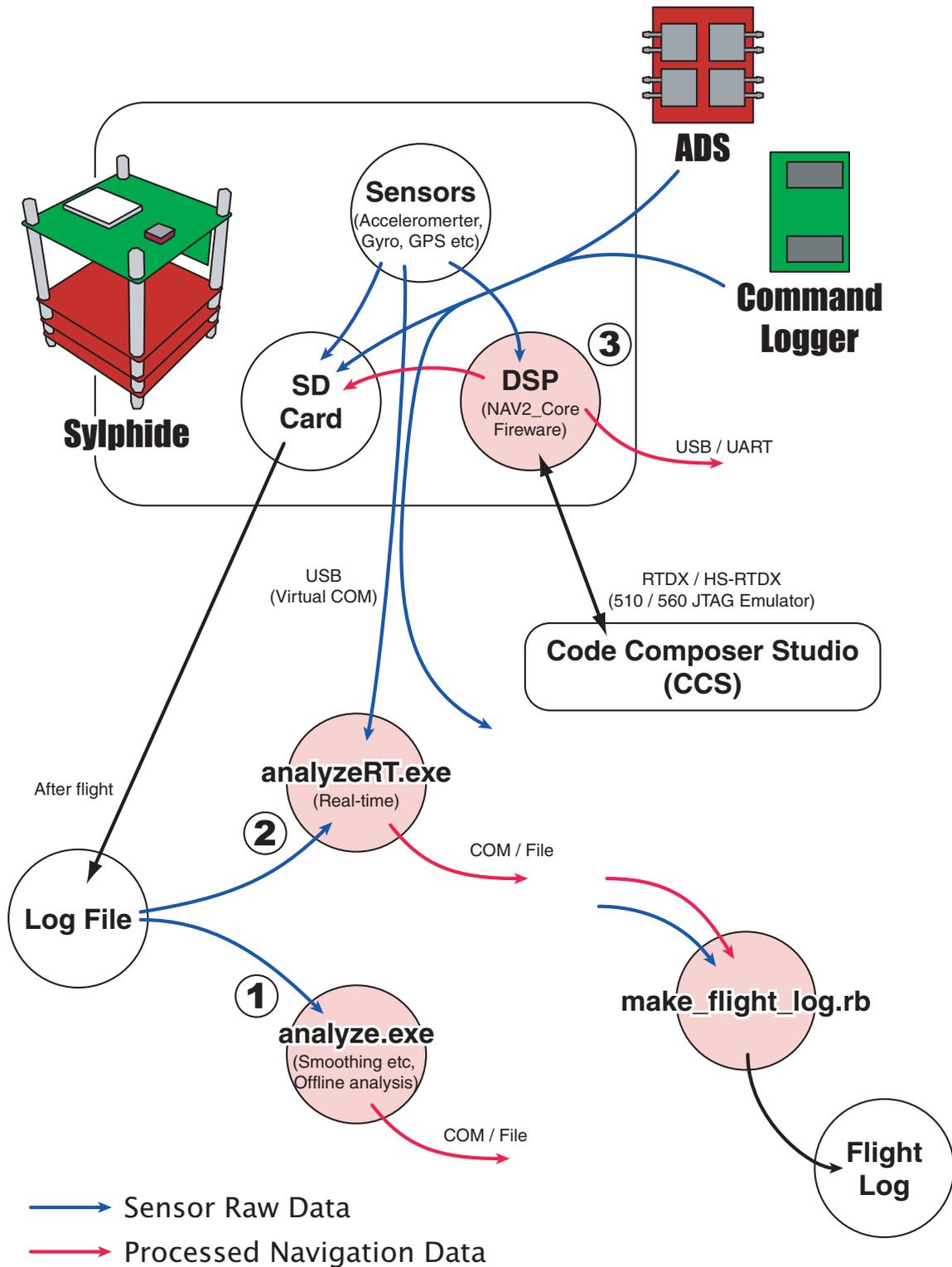


図 C.1: 飛行ログ取得の流れ

は参考文献 [14] に付属していたツールの一部を使いやすいように改造したものである。

以上、様々なプログラムの複合によって飛行ログの解析は行われていることを示した。

C.3 オンライン手法の計算量比較

ここでは本研究で取り扱ったオンライン手法の計算量について、定量的な比較を行った結果を示す。比較にあたっては計算機の処理時間による比較を行い、表 C.3 にその結果を手法ごとに比較してあげた。表からもわかるように、本研究で提案した WFR は UKF に比べて計算コストの点において優れていることが確認できる。

なお、計算時間取得に使用した環境は以下のとおりである。

計算機には IMB Thinkpad X60s を用いた。主な緒元は CPU Intel Core Duo L2400、RAM 2GB、OS Windows XP + SP3 である。コンパイラとして Microsoft Visual Studio 2008 Express Edition VC++ を用いた。最適化オプションは Ox (最大の最適化) としてある。計時機能として、[Windows Server 2003 Resource Kit Tools](#) に付属する timeit コマンドを用い、プログラム自身の CPU 占有時間に相当する “Process Time” を計測した。そして処理時間は、本文中で示したエクゼクティブジェットの飛行ログ (50Hz で約 12 秒、604 サンプル点) から縦の有次元安定微係数を推定するケースにおける比較である。

表 C.3: オンライン手法における計算時間

手法	計算時間 [s]
RLS	0.953
FTR	1.203
UKF	3.140
WFR	1.031

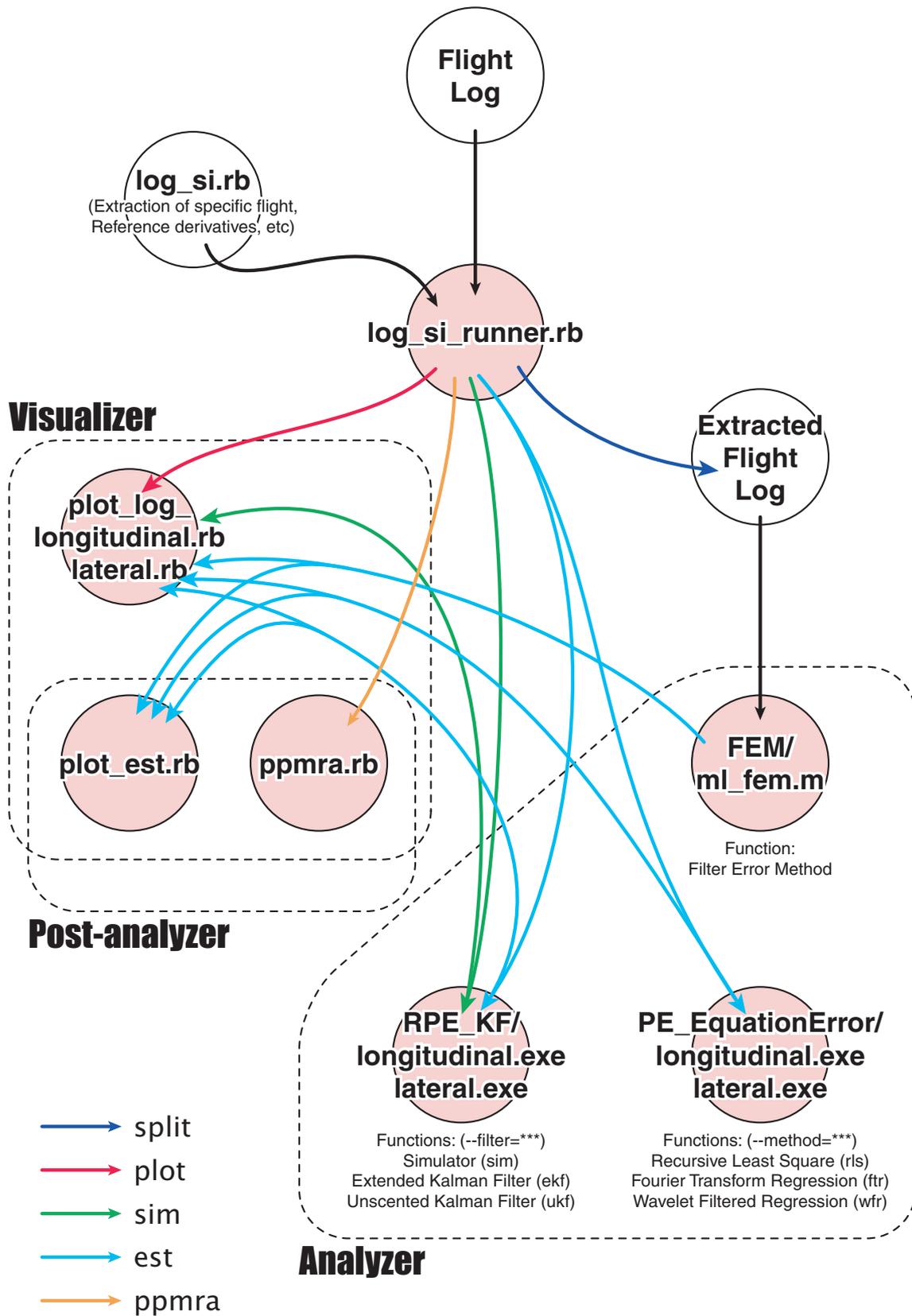


図 C.2: 飛行ログ解析の流れ

研究業績

本論文に関する査読付論文

- 成岡優, 土屋武司, “High performance navigation system with integration of low precision MEMS INS and general-purpose GPS”, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol.50, No.170, pp.284-292, 2008

会議録に掲載された査読付論文

- M, Naruoka, “Attitude Accuracy Improvement of Ultra Low-Grade MEMS INS using Alignment of GPS Antenna”, *ICAS2008, 26th International Congress of the Aeronautical Sciences*, Alsaka, USA, (Sep. 2008)
- M, Naruoka, H, Taniguci, T, Tsuchiya, S, Suzuki, “Accuracy Evaluation of MEMS INS/GPS for small UAVs”, *GNSS2008, International Symposium on GPS/GNSS 2008*, Tokyo, Japan, (Nov. 2008)

会議録に掲載された論文

- 成岡優、土屋武司、“MEMS センサを用いた INS/GPS 複合航法システム”、航空宇宙学会 第 37 期年会講演会、2D11、東京、2006 年 4 月
- 成岡優、土屋武司、“汎用センサを用いた低コスト INS/GPS 複合航法システム”、日本機械学会 2006 年度年次大会、3801、熊本、2006 年 9 月
- 成岡優、土屋武司、“MEMS センサを用いた小型 INS/GPS 航法装置の開発”、航空宇宙学会 第 44 回飛行機シンポジウム、1E5、埼玉、2006 年 11 月
- M, Naruoka, T, Tsuchiya, “A Portable and Cost-effective Configuration of Strap-down INS/GPS for General-purpose Use”, *KSAS-JSASS Joint International Symposium on Aerospace Engineering*, Busan, Korea, (Nov. 2006)
- M, Naruoka, T, Tsuchiya, “A Navigation Avionics for Small UAVs”, *3rd International Symposium on Innovative Aerial/Space Flyer Systems*, Tokyo, Japan, (Nov. 2006)
- 成岡優、土屋武司、“小型 UAV 用アピオニクスの研究開発”、航空宇宙学会 第 38 期年会講演会、2D1、東京、2007 年 4 月

- M, Naruoka, T, Tsuchiya, “A Powerful Autopilot System for Small UAVs with Accurate INS/GPS Integrated Navigation”, *JSASS-KSAS Joint International Symposium on Aerospace Engineering*, Paper 005, Kitakyushu, Japan, (Oct. 2007)
- M, Naruoka, T, Tsuchiya, “Advanced Autopilot System for small UAVs with accurate INS/GPS navigation”, *4th International Symposium on Innovative Aerial/Space Flyer Systems*, Tokyo, Japan, (Jan. 2008)
- M, Naruoka, T, Hino, R, Nakagawa, T, Tsuchiya, S, Suzuki, “Development and Evaluation of Avionics for System Identification of Small UAVs”, *KSAS-JSASS Joint International Symposium on Aerospace Engineering*, Jeju, Korea, (Nov. 2008)
- M, Naruoka, T, Hino, R, Nakagawa, T, Tsuchiya, S, Suzuki, “System Identification of Small UAVs with MEMS-based Avionics”, *AIAA Infotech@Aerospace 2009 Conference and Exhibit*, AIAA 2009-1907, Seattle WA, USA, (Apr. 2009)
- 成岡優、日野琢磨、橋本良、土屋武司、鈴木真二、“小型 UAV 用実験プラットフォームの研究開発”、航空宇宙学会 第 47 回飛行機シンポジウム、JSASS-2009-5071、2E4、岐阜、2009 年 10 月
- M, Naruoka, T, Hino, T, Tsuchiya, “System Identification of Small UAVs Dynamics by Using Time-Frequency Information and Special Avionics”, *APISAT2009, The 2009 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology*, Gifu, Japan, (Oct. 2009)
- M, Naruoka, T, Hino, T, Tsuchiya, “System Identification of Small UAVs with Time-Frequency Information”, *The 2nd Aerospace Innovation Workshop incorporating Tri-University Joint Workshop on Aerospace Engineering 2009*, AI-4, Tokyo, Japan, (Feb. 2010)

特許

- 出願日: 2007 年 10 月 25 日、特開 2007 - 276507(公開特許)、“移動体制御装置及び移動体制御方法”、成岡 優、土屋 武司

参考文献

- [1] Wikipedia “unmanned aerial vehicle”. http://en.wikipedia.org/wiki/Unmanned_aerial_vehicle.
- [2] Wikipedia “無人航空機”. <http://ja.wikipedia.org/wiki/%E7%84%A1%E4%BA%BA%E8%88%AA%E7%A9%BA%E6%A9%9F>.
- [3] Office of the Secretary of Defence. the secretary of defense, unmanned aircraft systems roadmap 2005–2030. Technical report, 2005. http://www.fas.org/irp/program/collect/uav_roadmap2005.pdf.
- [4] D. Shore and M. Bodson. Flight testing of a reconfigurable control system on an unmanned aircraft. In *American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004*, Vol. 4, pp. 3747–3752 vol.4, June-2 July 2004.
- [5] 日本産業用無人航空機協会. <http://www.juav.org/index.html>.
- [6] 鈴木真二, 柳田晃, 河野充. UAV を用いた対故障制御の研究 1) 研究計画. 第 47 回飛行機シンポジウム (長良川国際会議場), 11 月 2009. JSASS-2009-5158.
- [7] 池田康輔, 梅澤啓佑, 森田学, 日野琢磨, 横関智弘, 青木隆平, 原田耕一, 高橋則之. UAV を用いた対故障制御の研究 2) 機体製作. 第 47 回飛行機シンポジウム (長良川国際会議場), 11 月 2009. JSASS-2009-5159.
- [8] 森田学, 日野琢磨, 成岡優, 池田康輔, 梅澤啓佑, 土屋武司, 鈴木真二, 原田耕一. UAV を用いた対故障制御の研究 3) 飛行試験. 第 47 回飛行機シンポジウム (長良川国際会議場), 11 月 2009. JSASS-2009-5160.
- [9] Wook-Je Park, Eung-Tai Kim, Yong-Kyu Song, and Bong-Jin Ko. A study on the real-time parameter estimation of DURUMI-II for control surface fault using flight test data (longitudinal motion). *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Vol. 5, No. 4, pp. 410–418, 8 2007.
- [10] Mark E. Campbell, Jin-Woo Lee, Eelco Scholte, and David Rathbun. Simulation and flight test of autonomous aircraft estimation, planning, and control algorithms. *Journal of guidance, control, and dynamics*, Vol. 30, No. 6, pp. 1597–1609, 2007.
- [11] 山崎幸一, 藤原大悟, 市原好将. 小型飛行実験機によるオンライン空力微係数推定アルゴリズムの検討. 第 47 回飛行機シンポジウム (長良川国際会議場), 11 月 2009. JSASS-2009-5057.
- [12] K.J. Åström and P. Eykhoff. System identification—a survey. *Automatica*, Vol. 7, No. 2, pp. 123 – 162, 1971.

- [13] Eugene A. Morelli and Vladislav Klein. *Aircraft System Identification: Theory and Practice*. AIAA, 2006.
- [14] Ravindra V. Jategaonkar. *Flight Vehicle System Identification: A Time Domain Methodology (Progress in Astronautics and Aeronautics)*. AIAA, 2006.
- [15] Duane T. McRuer, Dunstan Graham, and Irving Ashkenas. *Aircraft Dynamics and Automatic Control*. Princeton University Press, Princeton, NJ, USA, 1972.
- [16] Flying qualities of piloted vehicles. *MIL-STD 1797A*, 1990.
- [17] G Cooper and R Harper. The use of pilot rating in the evaluation of aircraft handling qualities. Technical report, NASA, 1969. NASA TN D-5153.
- [18] 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢研治. 航空機力学入門. 東京大学出版会, 1982.
- [19] David H. Titterton and Jessie L. Weston. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. Progress in Astronautics and Aeronautics. AIAA, 2005.
- [20] 多摩川精機 . ジャイロ活用技術入門. 工業調査会, 2003.
- [21] Jaegyung Jang and Changdon Kee. Flight test of attitude determination system using multiple gps antennae. *The Journal of Navigation*, Vol. 59, No. 01, pp. 119–133, 2006.
- [22] C.S. Sharp, O. Shakernia, and S.S. Sastry. A vision system for landing an unmanned aerial vehicle. In *Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on*, Vol. 2, pp. 1720–1727 vol.2, 2001.
- [23] Robert M. Rogers. *Applied Mathematics in Integrated Navigation System, Second Edition*. AIAA Education Series. AIAA, 2003.
- [24] Eun-Hwan Shin and N. El-Sheimy. An unscented kalman filter for in-motion alignment of low-cost imu. In *Position Location and Navigation Symposium, 2004. PLANS 2004*, pp. 273–279, April 2004.
- [25] J.L. Crassidis. Sigma-point kalman filtering for integrated gps and inertial navigation. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, Vol. 42, No. 2, pp. 750–756, April 2006.
- [26] Juergen Metzger, Katrin Wisotzky, Jan Wendelz, and Gert F. Trommer. Sigma-point filter for terrain referenced navigation. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, San Francisco, California, 15-18 August 2005. AIAA 2005-6068.
- [27] 遠坂俊昭. 計測のためのフィルタ回路設計. CQ 出版, 1998.
- [28] 服部基保. TMS320C6000 活用ハンドブック. CQ 出版, 2007.
- [29] 山口晶大. はじめての DSP 活用大全 – 開発環境の用意から事例研究まで. デジタル信号処理シリーズ. CQ 出版, 2006.
- [30] MuPAL- α 開発チーム. 多目的実証実験機 MuPAL- α の開発. Technical report, 航空宇宙技術研究所, 2001. NAL TM-747.
- [31] 張替正敏, 富田博史, 西澤剛志. 高精度 GPS 補強型慣性航法システムの開発. 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 50, No. 585, pp. 416–425, 2002.
- [32] Dan Simon. *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*. Wiley-Interscience, 2006.
- [33] Y. Bar-Shalom. Update with out-of-sequence measurements in tracking: exact solution. *Aerospace and*

- Electronic Systems, IEEE Transactions on*, Vol. 38, No. 3, pp. 769–777, Jul 2002.
- [34] William Gracey. Summary of methods of measuring angle of attack on aircraft. Technical report, 1958. Langley Aeronautical Laboratory, NACA Technical Note 4351.
- [35] 日野琢磨. 小型飛行ロボット用 Air Data Sensor の研究および開発. 学士論文, 2008.
- [36] William Gracey. Measurement of aircraft speed and altitude. Technical report, NACA, 1980. Reference Publication 1046, http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19800015804_1980015804.pdf.
- [37] 足立修一. ユーザーのためのシステム同定理論. コロナ社, 1993.
- [38] IEEE standard definitions of physical quantities for fundamental frequency and time metrology - random instabilities. *IEEE Std 1139-1999*, 1999.
- [39] D.W. Allan. Time and frequency (time-domain) characterization, estimation, and prediction of precision clocks and oscillators. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, Vol. 34, No. 6, pp. 647–654, Nov 1987.
- [40] James A. Barnes. Simulation of oscillator noise. In *38th Annual Frequency Control Symposium*, 1984.
- [41] D. Ward, J. Monaco, and M. Bodson. Development and flight test of a parameter identification algorithm for reconfigurable control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 6, pp. 948–956, 1998.
- [42] Morelli Eugene. A. Real-time parameter estimation in the frequency domain. Technical report, 1999. NASA-aiaa-99-4043.
- [43] Brad Seanor, Yongkyu Song, Marcello R. Napolitano, and Giampiero Campa. Comparison of on-line and off-line parameter estimation techniques using the NASA F/A-18 HARV flight data. In *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit 6-9 August 2001, Montreal, Canada*, 2001. AIAA-2001-4261.
- [44] Basappa and Ravindra V. Jategaonkar. Evaluation of recursive methods for aircraft parameter estimation. In *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit 16-19 August 2004, Providence, Rhode Island*, 2004. AIAA 2004-5063.
- [45] Mark S. Smith, Timothy R. Moes, and Eugene A. Morelli. Real-time stability and control derivative extraction from f-15 flight data , technical memorandum. Technical report, 2003. NASA-TM-2003-212027, http://www.nasa.gov/centers/dryden/pdf/88764main_H-2542.pdf.
- [46] Timothy R. Moes, Mark S. Smith, and Eugene A. Morelli. Flight investigation of prescribed simultaneous independent surface excitations for real-time parameter identification. Technical report, 2003. NASA-TM-2003-212029, http://www.nasa.gov/centers/dryden/pdf/88766main_H-2544.pdf.
- [47] S. Brunke and M. Campbell. Estimation architecture for future autonomous vehicles. In *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002*, Vol. 2, pp. 1108–1114 vol.2, 2002.
- [48] Girish Chowdhary and Ravindra Jategaonkar. Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented kalman filter. In *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit 21-23 August 2006, Keystone, Colorado*, 2006. AIAA-2006-6146.

- [49] 亀山丈晴, 越智徳昌. 空力微係数のオンライン推定へのアンセンティッド・カルマン・フィルタ (ukf) の適用. 第 45 回飛行機シンポジウム (北九州国際会議場), 10 月 2007.
- [50] Peter G. Hamel and Ravindra Jategaonkar. Evolution of flight vehicle system identification. *Journal of Aircraft*, Vol. 33, No. 1, pp. 9–28, January-February 1996.
- [51] R. V. Jategaonkar and E. Plaetschke. Maximum likelihood estimation of parameters in linear systems with process and measurement noise. Technical report, DLR, June 1987. DFVLR-FB 87-20.
- [52] R. V. Jategaonkar and E. Plaetschke. Estimation of aircraft parameters using filter error methods and extended kalman filter. Technical report, DLR, March 1988. DFVLR-FB 88-15.
- [53] R. V. Jategaonkar and E. Plaetschke. Algorithms for aircraft parameter estimation accounting for process and measurement noise. *Journal of Aircraft*, Vol. 26, No. 4, pp. 360–372, April 1989.
- [54] R. V. Jategaonkar and E. Plaetschke. Identification of moderately nonlinear flight mechanics systems with additive process and measurement noise. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 13, No. 2, pp. 277–285, March-April 1990.
- [55] R. V. Jategaonkar. A comparison of output error and filter error methods from aircraft parameter estimation results. In *Proceedings of the NAL-DLR Symposium on “System Identificaiton”*, Nov. 1993. DLR-Mitt. 93-14, pp. 63–87.
- [56] Naoki Tanaka, Shinji Suzuki, Kazuya Masui, and Hiroshi Tomita. Restructurable guidance and control for aircraft with failures considering gust effects. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 29, No. 3, pp. 671 – 679, 2006.
- [57] 新井康平. ウェーブレット解析の基礎理論. 森北出版, 2000.
- [58] イングリット・ドブシー. ウェーブレット 10 講. シュプリンガー・ジャパン, 2003. 山田道夫/佐々木文夫 訳.
- [59] Ingrid Daubechies. *Ten lectures on wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 1992.
- [60] 前田肇, 佐野昭, 貴家仁志, 原晋介. ウェーブレット変換とその応用. 朝倉書店, 2001. システム制御情報学会編.
- [61] GSL - GNU scientific library. <http://www.gnu.org/software/gsl/>.
- [62] Michel Misiti, Yves Misiti, Georges Oppenheim, and Jean-Michel Poggi. *Matlab Wavelet Toolbox User's Guide. Version 3*. The Mathworks, Inc., Natick, MA., 2004.
- [63] David S. Taubman and Michael W. Marcellin. *JPEG 2000: Image Compression Fundamentals, Standards and Practice*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, 2001.
- [64] Alfred Haar. Zur theorie der orthogonalen funktionensysteme. *Mathematische Annalen*, Vol. 69, No. 3, pp. 331–371, 1910.
- [65] 片山徹. 直交分解に基づく実現理論と部分空間同定法. システム/制御/情報, Vol. 46, No. 7, pp. 409–417, 2002.
- [66] Giorgio Picci and Tohru Katayama. Stochastic realization with exogenous inputs and “subspace-methods” identification. *Signal Process.*, Vol. 52, No. 2, pp. 145–160, 1996.
- [67] Giorgio Picci and Tohru Katayama. A simple “subspace” identification method with exogenous inputs.

- In *Proc. IFAC 13th World Congress, San Francisco*, Vol. 1, 1997.
- [68] 片山徹. システム同定 – 部分空間法からのアプローチ –. 朝倉書店, 2004.
- [69] James W. Demmel. *Applied numerical linear algebra*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 1997.
- [70] 岡本正人, 藤枝郭俊, 東昭. 低レイノルズ数における翼の2次元非定常空力特性の実験的研究. Technical report, 航空宇宙技術研究所, 2002. TR-1453, <http://airex.tksc.jaxa.jp/pl/dr/AA0046110000>.
- [71] Rudolph Emil Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering*, Vol. 82, No. Series D, pp. 35–45, 1960.
- [72] 片山徹. 新版 応用カルマンフィルタ. 朝倉書店, 2000.
- [73] Richard S. Bucy and Peter D. Joseph. *Filtering for stochastic processes with applications to guidance [by] Richard S. Bucy [and] Peter D. Joseph*. Interscience Publishers New York., 1968.
- [74] S F Schmidt. Kalman filter: Its recognition and development for aerospace applications. *Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, No. 1, pp. 4–7, Jan 1981.
- [75] G.J. Bierman. Factorization methods for discrete sequential estimation, 1977. Mathematics in Science and Engineering 128. ISBN 9780486449814.
- [76] L. Ljung. Asymptotic behavior of the extended kalman filter as a parameter estimator for linear systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 24, No. 1, pp. 36–50, Feb 1979.
- [77] N.J. Gordon, D.J. Salmond, and A.F.M. Smith. Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation. *Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*, Vol. 140, No. 2, pp. 107–113, Apr 1993.
- [78] E.A. Wan and R. Van Der Merwe. The unscented kalman filter for nonlinear estimation. In *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000. AS-SPCC. The IEEE 2000*, pp. 153–158, 2000.
- [79] Simon J. Julier and Jeffrey K. Uhlmann. A new extension of the kalman filter to nonlinear systems. In *Int. Symp. Aerospace/Defense Sensing, Simul. and Controls, Orlando, FL*, pp. 182–193, 1997.
- [80] S. Julier, J. Uhlmann, and H.F. Durrant-Whyte. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 45, No. 3, pp. 477–482, Mar 2000.
- [81] S.J. Julier and J.K. Uhlmann. Unscented filtering and nonlinear estimation. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 92, No. 3, pp. 401–422, Mar 2004.
- [82] 成岡優. 低精度 MEMS センサと汎用 GPS 受信機の融合による高精度航法システムの研究. 修士論文, 東京大学, 2007. http://naruoka.org/download/autopilot/TeX/2007_mt/2007mt.pdf.

謝辞

本研究を遂行するにあたって、丁寧なご指導を賜りました東京大学大学院 工学系研究科 航空宇宙工学専攻 准教授 土屋 武司 先生に深く感謝の意を表します。また、有益なコメントや提案を頂戴いたしました同専攻教授 河内 啓二 先生、鈴木 真二 先生、中須賀 真一 先生、および同専攻 准教授 矢入 健久 先生に感謝いたします。

本研究では小型 UAV を取り扱いましたが、その運用をはじめとして多くの方々のご協力によって成したものであることをここに刻みたいと思います。特に所属研究室である鈴木土屋研究室の皆様には、大変お世話になりました。研究を含め、多くを支えてくれた日野 琢磨様、そして何かと雑用をこなしてくれた橋本 良様、ありがとうございました。また歴代の UAV パイロットを勤めてくれた児玉 拓也様、谷口 弘樹様、森田 学様、宮路 浩一様には大変お世話になりました。UAV 製作に携わってくれた吉松 祐香様、森本 明様、辻本 翼様、ありがとうございます。そして ADS の風洞試験のデータ解析を行ってくれた高木 聡様、UAV の風洞試験データを提供してくれた中川 亮太様、ありがとうございます。最後に UAV で忘れてならないのは、研究室に UAV の歴史を開いてくださった久保 大輔様、このような素晴らしい研究環境の基礎を築いてくださったことにあらためて感謝いたします。

小型 UAV について、共同研究先の三菱電機 鎌倉製作所の方々にもお世話になりました。廣川 類様をはじめとして、辰巳 薫様、実松 洋平様、大畠 龍治様、ありがとうございました。

また宇宙航空研究開発機構 (JAXA) の皆様にも大変お世話になりました。特に実験用航空機 MuPAL- α をお借りした実験では、増位 和也様、富田 博史様、藤原 健様に大変お世話になりました。

そして同室や隣室で公私ともにお付き合いのあった皆様に感謝を表したいと思います。研究生活で何かとご迷惑をかけた助手の柄沢 研治様、ありがとうございました。Miles Column 様、Andreeva Adriana Hristova 様、フリードル 賢様、楽しい時間をありがとうございました。

最後に同僚である森 亮太様、Jorg Entzinger 様、今野 友和様、今までお世話になりました。これからも良き友人としてお付き合いいただけると、大変ありがたいです。

2016年8月17日 成岡 優